FONDEMENTS DE LA GESTION FINANCIÈRE

SOUS LA DIRECTION DE **MAHER KOOLI**

INÈS GARGOURI
KOMLAN SEDZRO

CHENELIÈRE ÉDUCATION

FONDEMENTS DE LA GESTION FINANCIÈRE

SOUS LA DIRECTION DE **MAHER KOOLI**, M.B.A., Ph. D.,
directeur du Département de finance,
École des sciences de la gestion, Université du Québec à Montréal,
et titulaire de la Chaire CDPQ de gestion de portefeuille

INÈS GARGOURI, M. Sc., Ph. D.,
professeure agrégée, Département de finance,
École des sciences de la gestion, Université du Québec à Montréal

KOMLAN SEDZRO, Ph. D.,
doyen de l'École des sciences de la gestion, Université du Québec à Montréal

RÉVISION SCIENTIFIQUE DU MANUEL ET DU SOLUTIONNAIRE

CARÈNE BOUCHER, M. Sc.,
doctorante en finance, Département de finance,
École des sciences de la gestion, Université du Québec à Montréal

CONCEPTION ET RÉDACTION DES OUTILS PÉDAGOGIQUES EN LIGNE

MAHER KOOLI
INÈS GARGOURI
KOMLAN SEDZRO
CARÈNE BOUCHER

CHENELIÈRE ÉDUCATION

Fondements de la gestion financière

Sous la direction de Maher Kooli
Inès Gargouri et Komlan Sedzro

Conception éditoriale : Sonia Choinière
Édition : Frédérique Grambin
Coordination : Jean-Philippe Michaud
Révision linguistique : Chantale Bordeleau
Correction d'épreuves : Nicole Blanchette
Conception graphique : Micheline Roy

Sources iconographiques

Couverture : Hannelore Foerster/Bloomberg via Getty Images ; **p. 1 :** franckreporter/iStockphoto ; **p. 21 :** Pinkypills/iStockphoto ; **p. 75 :** vm/iStockphoto ; **p. 121 :** DragonImages/iStockphoto ; **p. 185 :** Rawpixel.com/Shutterstock.com ; **p. 207 :** kokkai/iStockphoto ; **p. 245 :** Olena Golubova/Dreamstime.com ; **p. 283 :** nakophotography/123RF.

Catalogage avant publication
de Bibliothèque et Archives nationales du Québec
et Bibliothèque et Archives Canada

Kooli, Maher, auteur

Fondements de la gestion financière/Maher Kooli, Inès Gargouri, Komlan Sedzro.

Comprend un index.

ISBN 978-2-7650-5582-2

1. Entreprises – Finances – Manuels d'enseignement supérieur. 2. Sociétés – Finances – Manuels d'enseignement supérieur. I. Gargouri, Inès, 1978-, auteur. II. Sedzro, Komlan, auteur. III. Titre.

HG4026.K66 2018 658.15 C2018-941863-X

CHENELIÈRE ÉDUCATION

5800, rue Saint-Denis, bureau 900
Montréal (Québec) H2S 3L5 Canada
Téléphone : 514 273-1066
Télécopieur : 514 276-0324 ou 1 800 814-0324
info@cheneliere.ca

ISBN 978-2-7650-5582-2

Dépôt légal : 1er trimestre 2019
Bibliothèque et Archives nationales du Québec
Bibliothèque et Archives Canada

Imprimé au Canada

1 2 3 4 5 M 22 21 20 19 18

Gouvernement du Québec – Programme de crédit d'impôt pour l'édition de livres – Gestion SODEC.

Ce projet est financé en partie par le gouvernement du Canada | Canada

Présentation des auteurs

Maher Kooli, M.B.A., Ph. D., est professeur titulaire et directeur du Département de finance de l'École des sciences de la gestion de l'Université du Québec à Montréal (ESG UQAM). Il détient un doctorat en finance de l'Université Laval et une maîtrise en administration des affaires de l'Université d'Ottawa. Il est titulaire de la Chaire Caisse de dépôt et placement du Québec de gestion de portefeuille, en plus d'être responsable et fondateur de la Salle des marchés à l'ESG UQAM. Ses intérêts de recherche portent sur les introductions en Bourse, les fusions et acquisitions, la gestion de portefeuille et les placements alternatifs.

Inès Gargouri, M. Sc., Ph. D., est professeure agrégée à l'École des sciences de la gestion de l'Université du Québec à Montréal (ESG UQAM) et détentrice d'une maîtrise en finance de l'Université Laval et d'un doctorat en finance de l'École de gestion John Molson (Université Concordia). Ses sujets d'intérêt sont, entre autres, la gestion de portefeuille, l'évaluation de la performance des fonds communs de placement, la relation rendement-risque des actifs financiers, la gestion d'entreprises multinationales ainsi que les fusions, acquisitions et restructurations. Elle a présenté ses travaux de recherche dans plusieurs conférences internationales (Financial Management Association, Northern Financial Association, etc.) et a publié des articles dans des revues avec comité de révision, notamment dans le *Journal of Wealth Management*.

Komlan Sedzro, Ph. D., est professeur titulaire et doyen de l'École des sciences de la gestion de l'Université du Québec à Montréal (ESG UQAM). Il détient un doctorat en administration des affaires (finance et assurance) de l'Université Laval. Au cours de sa carrière, il a occupé plusieurs postes de responsabilité académique et scientifique, notamment les postes de directeur scientifique de l'Institut de finance mathématique de Montréal, de directeur du Département de finance, de directeur de la maîtrise en administration des affaires (M.B.A.) en services financiers, de directeur du programme de doctorat en administration ainsi que de directeur de la maîtrise en finance appliquée (M.F.A.) et des diplômes d'études supérieures spécialisées (D.E.S.S.) en finance et en instruments financiers dérivés à l'ESG UQAM. Ses activités de recherche portent notamment sur l'allocation optimale de portefeuille, l'évaluation de la performance, les fonds spéculatifs, l'application des méthodes de recherche opérationnelle en finance, la microfinance et l'ingénierie financière.

Avant-propos

Cet ouvrage présente d'une manière simple la base des connaissances en gestion financière et aborde des questions fondamentales avec beaucoup de clarté, de pédagogie et de rigueur.

Tout au long du manuel, nous montrons au lecteur comment les gestionnaires utilisent la théorie financière pour résoudre les problèmes d'investissement, de financement et d'évaluation.

Cette première édition est née de nos enseignements au sein de différents programmes à l'École des sciences de la gestion de l'Université du Québec à Montréal (ESG UQAM), à savoir le baccalauréat en administration des affaires (B.A.A.), la maîtrise en administration des affaires (M.B.A.), la maîtrise en finance appliquée (M.F.A.) et les différents diplômes d'études supérieures spécialisées (D.E.S.S.).

Cet ouvrage est écrit pour les étudiants en gestion financière. Pour plusieurs, il s'agit de leur premier cours en finance. Ainsi, nous avons essayé, dans la mesure du possible, d'être clairs, simples et succincts sans pour autant négliger la rigueur et couvrir les notions fondamentales les plus complexes. Cet ouvrage répond également à plusieurs questions que soulèvent les praticiens et les gestionnaires, et c'est dans cette perspective que nous avons essayé d'introduire le plus de cas pratiques possible.

Ce manuel est divisé en huit chapitres. Chacun d'eux explique les concepts théoriques avec beaucoup d'exemples et d'exercices qui permettent au lecteur de bien les comprendre et aux étudiants de bien se préparer aux examens de gestion financière. Le premier chapitre est une introduction à la finance, et le deuxième porte sur les mathématiques financières ainsi que sur les évaluations de l'emprunt hypothécaire. Les questions entourant le choix d'investissement font l'objet du troisième chapitre. Le quatrième chapitre est lié à l'évaluation des actifs financiers et aux modes de financement à long terme. Pour sa part, le cinquième chapitre traite du coût du capital d'une entreprise. Le sixième chapitre porte sur la relation entre le risque et le rendement, et le septième aborde la théorie de portefeuille. Enfin, le huitième et dernier chapitre couvre l'analyse financière avec les ratios.

La méthodologie que nous avons choisi d'adopter est basée sur la simplicité et l'efficacité d'apprentissage des notions de base en finance, lesquelles sont souvent complexes pour des néophytes. Ainsi, les notions financières traitées dans chaque chapitre sont énoncées dès le début, alors qu'à la fin de chaque chapitre, le lecteur trouvera les points saillants. Des « questions éclair », présentes tout au long du chapitre sous forme de courtes questions, permettent aux étudiants de vérifier leur compréhension des notions importantes au fur et à mesure de leur lecture. Le corrigé présenté à la fin de l'ouvrage leur permet de valider instantanément leurs réponses. À cela s'ajoute une section particulière et distinctive, « L'essentiel pour réussir son cours de gestion financière », qui se trouve à la fin de chaque chapitre et qui est destinée aux étudiants afin de leur permettre de bien se préparer aux examens et de mieux comprendre le contexte pratique de la gestion financière. Les solutionnaires de ces activités sont disponibles en ligne sur la plateforme *i+ Interactif* de l'ouvrage, dans la section du matériel destinée aux étudiants. De leur côté, les enseignants en finance trouveront en ligne, dans la section qui leur est réservée, tout le matériel nécessaire pour bien préparer leurs séances de cours afin de répondre à leurs besoins d'enseignement.

Remerciements

La réalisation de cette première édition n'est pas uniquement le fruit du travail des auteurs. Ainsi, nous tenons à exprimer notre reconnaissance à l'équipe dynamique de la maison d'édition Chenelière Éducation qui, grâce à Sonia Choinière (éditrice-conceptrice), à Frédérique Grambin (éditrice), à Jean-Philippe Michaud (chargé de projet), à Chantale Bordeleau (réviseure linguistique) et à Nicole Blanchette (correctrice d'épreuves), nous a offert l'encadrement ainsi que le soutien administratif et technique nécessaires au processus d'édition. Leurs efforts, leur patience et leurs nombreux commentaires ont grandement amélioré le contenu de cet ouvrage.

Nous tenons aussi à remercier particulièrement Carène Boucher, M. Sc. et doctorante en finance à l'École des sciences de la gestion de l'Université du Québec à Montréal (ESG UQAM), pour sa contribution à titre de réviseure scientifique de cet ouvrage et du solutionnaire l'accompagnant.

Merci également à tous nos collègues de l'École des sciences de la gestion de l'Université du Québec à Montréal (ESG UQAM) pour leurs commentaires constructifs et leurs encouragements.

Enfin, cette première édition n'aurait pu être menée à bien sans la coopération de nos étudiants au fil des années. Leurs questionnements et leurs commentaires ont souvent nourri et enrichi les chapitres traités dans cet ouvrage.

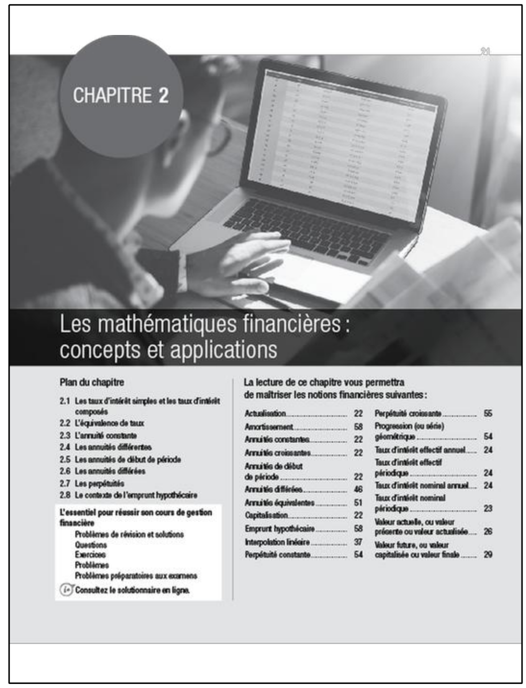
Bonne lecture !

Maher Kooli

Inès Gargouri

Komlan Sedzro

Caractéristiques du manuel



CHAPITRE 2

Les mathématiques financières : concepts et applications

Plan du chapitre

2.1 Les taux d'intérêt simples et les taux d'intérêt composés
2.2 L'équivalence de taux
2.3 L'annuité constante
2.4 Les annuités différentes
2.5 Les annuités de début de période
2.6 Les annuités différées
2.7 Les perpétuités
2.8 Le contexte de l'emprunt hypothécaire

L'essentiel pour réussir son cours de gestion financière
Problèmes de révision et solutions
Questions
Exercices
Problèmes
Problèmes préparatoires aux examens

Consultez le solutionnaire en ligne.

La lecture de ce chapitre vous permettra de maîtriser les notions financières suivantes :

Actualisation ... 22
Amortissement ... 58
Annuités constantes ... 22
Annuités croissantes ... 22
Annuités de début de période ... 22
Annuités différées ... 46
Annuités équivalentes ... 51
Capitalisation ... 22
Emprunt hypothécaire ... 58
Interpolation linéaire ... 37
Perpétuité constante ... 54
Perpétuité croissante ... 55
Progression (ou série) géométrique ... 54
Taux d'intérêt effectif annuel ... 24
Taux d'intérêt effectif périodique ... 24
Taux d'intérêt nominal annuel ... 24
Taux d'intérêt nominal périodique ... 23
Valeur actuelle, ou valeur présente ou valeur actualisée ... 26
Valeur future, ou valeur capitalisée ou valeur finale ... 29

Visualisez la matière abordée !

L'ouverture de chapitre présente les grands thèmes étudiés.

La liste des notions financières offre une vue d'ensemble des concepts à connaître pour l'examen.

Repérez les équations !

La mise en évidence graphique en marge des équations numérotées favorise le repérage.

- Plus de 95 équations numérotées dans l'ouvrage
- Liste complète des équations numérotées à la fin du chapitre

ÉQUATION 2.22 $VA_0 = \dfrac{FM_1}{r - g}$

où

VA_0 est la valeur actuelle des flux monétaires croissants de $t = 1$ jusqu'à $t = \infty$;
FM_1 est le flux monétaire versé à $t = 1$;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
g est le taux de croissance des flux monétaires.

LISTE DES PRINCIPALES ÉQUATIONS UTILISÉES DANS LE CHAPITRE 2

Description	Équation
2.1 Le taux d'intérêt nominal périodique	$\text{Taux d'intérêt périodique} = \dfrac{\text{Taux d'intérêt nominal annuel}}{\text{Nombre de capitalisations}} = \dfrac{r}{m}$
2.2 Le passage du taux d'intérêt nominal annuel au taux d'intérêt effectif annuel	$R = \left(1 + \dfrac{r}{m}\right)^m - 1$

Maîtrisez les outils de calcul !

Les démarches de calcul sont présentées avec les calculatrices financières Sharp EL-738C et Texas Instruments BA II Plus, ainsi qu'avec le tableur Microsoft Excel.

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Remettre la mémoire à zéro	2ndF CA	0.00	2ND CLR TVM	0.00
Entrer le montant des coupons	+/– 15 PMT	–15	15 +/– PMT	–15
Entrer la valeur nominale (valeur future)	+/– 1000 FV	–1000	1000 +/– FV	–1000

Le taux de rendement semestriel à l'échéance est donc de 1,563 % (r_s = 1,563 %), ce qui correspond à un taux nominal annuel de rendement à l'échéance de 3,126 % (= 1,563 × 2).

Ce résultat peut également être obtenu avec la fonction TAUX du logiciel Excel.

= TAUX(Npm;Vpm;Va;[Vc];Type)

= TAUX(44;–15;980;–1000)

Résultat affiché : 1,563 %

Appliquez la théorie !

Plus de 55 exemples numérotés suivis de leurs solutions illustrent instantanément la théorie présentée.

EXEMPLE 4.14

Vous demandez à votre analyste de vous fournir des prévisions concernant les actions de la société BDD inc. que vous comptez détenir pendant trois années avant de les revendre. Selon ces prévisions, les actions de BDD se vendront dans trois ans à un prix de 30 $ chacune ($= P_3$). Entre-temps, la société versera des dividendes de 0,25 $ au temps 1, de 0,50 $ au temps 2 et de 0,75 $ au temps 3. Quel est le prix maximal que vous voudriez payer si vous exigez d'avoir un rendement de 8 % ?

SOLUTION

En utilisant l'équation 4.6, nous obtenons :

$$P_0 = \frac{D_1}{(1+r_{AO})} + \frac{D_2}{(1+r_{AO})^2} + \frac{D_3 + P_3}{(1+r_{AO})^3}$$

$$= \frac{0,25}{(1,08)} + \frac{0,5}{(1,08)^2} + \frac{30,75}{(1,08)^3} = 25,07 \text{ \$}$$

Testez vos connaissances !

Les questions éclair placées en marge permettent de vérifier la compréhension de la matière au fil de la lecture.

- Plus de 30 questions éclair

QUESTION ÉCLAIR 4.2

Peut-on utiliser le modèle de Gordon pour évaluer le prix d'une action si le taux de croissance du dividende est supérieur au taux d'actualisation ?

- Corrigé à la fin du manuel

Corrigé des questions éclair

Chapitre 1

1.1 L'introduction en Bourse au moyen d'une émission initiale d'actions transforme généralement la relation de l'entreprise avec son banquier, ce qui se traduit concrètement par une baisse du coût du crédit.

1.2 L'efficience ne force pas les prix courants à refléter la valeur fondamentale des actions en tout temps. Elle signifie uniquement que les déviations de la valeur fondamentale sont imprévisibles et aléatoires. Si les marchés ne sont pas efficients, les prix des actions peuvent dévier de leurs valeurs fondamentales, signifiant ainsi le fait que certaines stratégies pourraient battre le marché.

Chapitre 3

3.1 Non. Contrairement aux VAN, les TRI ne s'additionnent pas.

3.2 Lorsque les flux monétaires changent de signe, on peut calculer plusieurs TRI. Dans ce cas, le critère de la VAN doit être retenu en priorité.

Chapitre 4

4.1 Le rendement est de 5 %. En effet, le rendement d'une obligation qui se vend au pair (le prix est égal à la valeur nominale) est égal à son taux de coupon.

4.2 Non. Le prix d'une action ne peut être négatif. Or, on obtient un prix négatif avec le modèle de Gordon

Révisez les principaux points théoriques pour l'examen !

Les sections « Conclusion » et « Points saillants » présentent un résumé de la matière à retenir.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé les notions de taux d'intérêt simples et composés, ainsi que la valeur temporelle de l'argent. Nous avons vu que l'actualisation permet de calculer la valeur présente des flux monétaires futurs, tandis que la capitalisation permet de calculer la valeur future des flux monétaires antérieurs.

la capitalisation des flux monétaires requièrent l'utilisation des taux d'intérêt effectifs périodiques.

Les flux monétaires peuvent constituer une annuité fixe (croissante), donc représenter une série de flux constants (croissants) sur un ensemble fini de périodes. Si, par contre, l'horizon est infini, les flux monétaires peuvent constituer

- Liste à puces des points à retenir

POINTS SAILLANTS

- L'actualisation des flux monétaires futurs permet d'estimer la valeur présente de ces derniers, et de déterminer le nombre de versements ainsi que le taux d'intérêt qui a cours sur toute la période.
- La capitalisation des flux monétaires actuels et futurs
- Les techniques d'actualisation et de capitalisation sont utiles pour calculer la valeur actuelle et la valeur future d'annuités différées ou d'annuités de début de période.
- La transformation d'un taux d'intérêt nominal annuel en un taux d'intérêt effectif périodique est impérative afin d'ap-

Maximisez votre réussite à l'examen !

L'essentiel de chaque chapitre pour réussir son cours de gestion financière :

- **14 problèmes de révision** suivis de leurs solutions pour revoir les éléments clés du chapitre avec les démarches de calcul expliquées

> **L'essentiel** pour réussir son cours de gestion financière
>
> PROBLÈMES DE RÉVISION ET SOLUTIONS
>
> **Problème de révision 2.1**
>
> Marc est un étudiant qui suit le cours FIN3500 et qui réalise qu'il devrait prendre du temps pour planifier sa retraite. Il est âgé de 25 ans et n'a jamais pensé qu'il était important de commencer à épargner très tôt pour subvenir à ses besoins dans 35 ans, d'une part, et pour ne pas sacrifier son train de vie au-delà de l'âge de 60 ans, d'autre part.

- **80 questions théoriques** pour vérifier rapidement la compréhension de la matière

> i+ Vérifiez vos réponses.
>
> **QUESTIONS**
>
> **Q2.1** Qu'est-ce que la valeur temporelle de l'argent ?
>
> **Q2.2** Quelle est la différence entre le taux d'intérêt simple et le taux d'intérêt composé ?

- **60 exercices** pour mettre vos connaissances en pratique

> i+ Consultez les solutions détaillées.
>
> **EXERCICES**
>
> **E2.1** Calculez :
>
> a) le taux d'intérêt nominal à capitalisation mensuelle équivalant à un taux d'intérêt nominal de 12 % ;

- **Plus de 35 problèmes** pour intégrer les concepts étudiés

> i+ Consultez les solutions détaillées.
>
> **PROBLÈMES**
>
> **P2.1** Vous disposez, aujourd'hui, d'un montant de 5 000 $.
>
> a) Quelle sera la somme que vous accumulerez dans cinq ans si on vous offre un taux de placement de 10 % à capitalisation :
>
> i) annuelle ; ii) semestrielle ; iii) trimestrielle ; iv) mensuelle.
>
> Interprétez vos résultats.

- **Plus de 25 problèmes préparatoires aux examens** à résoudre pour vous préparer adéquatement aux examens

> i+ Consultez la démarche et vérifiez vos réponses.
>
> **PROBLÈMES PRÉPARATOIRES AUX EXAMENS**
>
> **5.1** En tant que directeur financier, votre mandat est d'estimer le coût du capital de l'entreprise XYZ inc. Le tableau suivant indique les dividendes (par action) versés par l'entreprise au cours des cinq années précédentes.

i+ Solutionnaire complet et détaillé en livre numérique !

Profitez de l'accessibilité en tout temps du solutionnaire en ligne sur la plateforme *i+ Interactif* de l'ouvrage pour valider vos réponses et vos démarches de calcul.

Table des matières

1 Une introduction à la finance

2 Les mathématiques financières : concepts et applications

3 Le choix des projets d'investissement

4 L'évaluation des actifs financiers et les modes de financement à long terme

5 Le coût du capital

6 La relation entre le risque et le rendement

7 La théorie de portefeuille

CHAPITRE 1

Une introduction à la finance

Plan du chapitre

La lecture de ce chapitre vous permettra de maîtriser les notions financières suivantes :

Introduction

Le présent chapitre a pour objectif de présenter les principales caractéristiques de la finance d'entreprise. Le lecteur apprendra à connaître les éléments fondamentaux qui font de la finance d'entreprise une discipline essentielle à toute prise de décision, notamment les relations d'agence entre les actionnaires, les dirigeants et les créanciers.

Nous situerons la finance dans son environnement et expliquerons les caractéristiques importantes d'un marché boursier, l'importance du système financier et le rôle des différents marchés financiers.

Nous exposerons ensuite les étapes d'entrée en Bourse au moyen d'une émission initiale d'actions, opération complexe mais potentiellement très bénéfique pour l'entreprise, ses actionnaires et ses salariés.

Enfin, nous explorerons le concept d'efficience des marchés et l'importance d'un marché financier efficient pour l'allocation optimale des ressources. Le concept d'efficience des marchés a fait l'objet de plusieurs critiques et est souvent mal interprété.

1.1 La fonction de la finance

Trois catégories de décisions importantes caractérisent l'action du gestionnaire d'une société : la décision d'investir, la décision de financer les activités de l'entreprise et la décision de distribuer des dividendes aux actionnaires à partir des bénéfices réalisés. L'analyse de ces trois types de décisions permet de mieux comprendre la fonction de la **gestion financière**.

1.1.1 La décision d'investissement

La décision d'investissement revêt une importance considérable. En effet, elle consiste à injecter de façon efficace des ressources rares dans des investissements risqués en vue de maximiser la valeur de l'entreprise ou de son action sur le marché et, de façon ultime, à assurer l'enrichissement des actionnaires. Il faut noter que l'entreprise consacre ses fonds à des utilisations à court terme et à des investissements à long terme, et qu'elle procède à des analyses de rentabilité. Dans les deux cas, elle prend des décisions en fonction du rendement qu'elle désire réaliser sur son investissement.

1.1.2 La décision de financement

La décision de financement consiste à procurer des fonds à l'entreprise au meilleur coût possible. Un coût de financement moins élevé maximise la valeur de l'entreprise ou le prix de son action sur le marché.

1.1.3 La décision de distribution des dividendes

La décision de distribution des dividendes doit être prise en fonction de la décision de financement, car l'investisseur considère la valeur d'un dividende à la lumière du coût d'option des bénéfices non distribués. En effet, les dividendes sont perçus comme des ressources abandonnées ou perdues en tant que moyen de financement de l'entreprise.

Ces trois types de décisions mettent en évidence les divers plans de la responsabilité du gestionnaire financier d'une entreprise : les décisions qu'il doit prendre relativement à la planification et à la prévision des états financiers ; l'analyse des états financiers, le suivi de l'évaluation des sources de financement et l'utilisation des fonds (équilibre entre l'actif à court terme et l'actif à long terme, et maintien d'une capacité de production concurrentielle de la part de l'entreprise) ; la gestion du fonds de roulement et l'analyse de la politique de distribution de dividendes à adopter.

1.2 L’objectif de l’entreprise et les relations d’agence

La présente section traite des objectifs de l’entreprise et des relations d’agence.

1.2.1 L’objectif de l’entreprise

En matière de gestion financière, l’objectif est d’utiliser les ressources d’un agent économique de la façon la plus efficace possible afin de maximiser sa richesse. Dans le présent ouvrage, nous définissons l’objectif de l’entreprise comme la maximisation de la richesse des actionnaires, c’est-à-dire celle de la valeur marchande totale des actions ordinaires de l’entreprise. Cependant, le lecteur pourrait se demander pourquoi on ne considère pas comme un objectif la maximisation des profits.

En fait, le principe de maximisation des profits a l’inconvénient majeur de ne pas tenir compte de l’évolution dans le temps de la position de risque de l’entreprise. Par exemple, pour tenter d’accroître ses profits, une entreprise peut être tentée d’orienter sa production vers des activités plus rémunératrices. Toutefois, lorsque l’on étudie les caractéristiques de rentabilité et de risque des différentes activités économiques, on constate une relation positive entre la rentabilité et le risque de ces activités économiques. Dès lors, une entreprise qui agirait de cette façon élargirait sans doute sa capacité de profit durant une longue période, mais cela serait au détriment de sa position de risque. Or, dans le cadre du principe de maximisation des profits, on néglige de prendre en considération cette modification éventuelle des positions de risque.

Par ailleurs, on maximise la richesse des actionnaires, et non celle des créanciers ou des obligataires. En effet, ce sont les actionnaires qui possèdent la société. En cas de faillite de l’entreprise, ce sont les actionnaires qui prennent le plus de risques, car les créanciers seront les premiers à être remboursés.

1.2.2 Les relations d’agence

L’objectif de la maximisation de la richesse des actionnaires, propriétaires de l’entreprise, implique que les gestionnaires prennent des décisions uniquement et toujours dans l’intérêt fondamental des propriétaires. Toutefois, les gestionnaires peuvent agir pour d’autres motifs. En d’autres termes, ils pourraient chercher à réaliser leurs propres objectifs au détriment de ceux des actionnaires. Par exemple, certains gestionnaires ayant une rémunération liée au volume des ventes pourraient se fixer pour objectif la maximisation du chiffre d’affaires de l’entreprise. Une telle pratique ne conduit pas nécessairement à la maximisation de la richesse des actionnaires.

Les relations entre les actionnaires et la direction portent le nom de **relations d’agence**. Elles existent chaque fois qu’une personne, appelée « mandataire » ou « agent », agit au nom d’une autre personne, appelée « mandant » ou « principal ». Ces relations sont présentes dans de nombreuses entreprises inscrites en Bourse aux États-Unis et au Canada. Étudions maintenant les différents types de conflits d’intérêts possibles dans une entreprise.

Les conflits entre les actionnaires et les gestionnaires

Dans une relation d’agence, les actionnaires sont les mandants et les gestionnaires, les mandataires, puisque les actionnaires engagent les gestionnaires pour gérer l’entreprise en leur nom. En principe, ces derniers ont la responsabilité d’agir dans l’intérêt fondamental des premiers, mais ce n'est pas toujours le cas. L'article de Jensen et Meckling[1] décrit le conflit entre les actionnaires et les gestionnaires à l'aide de la situation suivante : un gestionnaire qui détient 100 % des actions décide d'en vendre une partie. Ainsi, dès qu'il ne possède plus 100 % des actions, le propriétaire-dirigeant est incité à consommer davantage parce qu'une augmentation de sa consommation de 1 $ réduit la valeur de ses propres actions de moins de 1 $. Cela revient à dire qu'une partie de sa consommation est financée par les autres actionnaires. La théorie de la finance comprend généralement des mécanismes de contrôle externes à l'entreprise (la régulation par le marché de contrôle, c'est-à-dire des offres publiques d'achat, ou par le marché du travail pour les dirigeants), mais elle comporte aussi des solutions internes à ce type de conflit. Nous allons détailler deux solutions couramment avancées pour réduire ce problème d'agence : le système de compensation des gestionnaires et l'introduction de la dette dans la structure du capital de la société.

Le système de compensation des gestionnaires Si la rémunération des gestionnaires est indexée à la valeur des actions, les intérêts des gestionnaires et des actionnaires convergent : les gestionnaires augmentent leur propre richesse en augmentant la valeur des actions. La rémunération peut prendre la forme d'un salaire fixe, auquel s'ajoute une prime basée sur une mesure de performance, d'une rétribution partielle en actions sur la base de la performance ou de la détention et de la rémunération en options. Cette dernière forme permet de réduire le conflit entre les gestionnaires et les actionnaires seulement si le prix d'exercice est plus élevé que le prix actuel des actions.

La dette La dette permet de résoudre au moins partiellement différents problèmes d'agence. Toutefois, il faut noter que même si la dette présente des avantages pour la réduction des coûts d'agence, elle en engendre également, comme les coûts de faillite anticipés et d'agence : ceux qui sont liés aux conflits d'intérêts entre les créanciers et les actionnaires, sujet que nous abordons ci-après.

Les conflits entre les actionnaires et les créanciers

Il existe trois sources de conflits entre les actionnaires et les créanciers : les problèmes d'investissement dans des projets risqués, le problème du sous-investissement et les problèmes liés aux versements de dividendes.

Les problèmes d'investissement dans des projets risqués Il existe des conflits entre les actionnaires et les créanciers à cause des modes de rémunération, très différents les uns des autres. Les actionnaires reçoivent des paiements résiduels, alors que les créanciers touchent des paiements fixes. Les actionnaires ont intérêt à laisser croître la probabilité de recevoir des paiements supérieurs en investissant dans des projets risqués, c'est-à-dire des projets qui peuvent engendrer des rendements très élevés, même si cette situation réduit la probabilité pour les créanciers de recevoir leurs paiements fixes. Les actionnaires préfèrent donc investir dans des projets risqués, alors que les créanciers préfèrent que l'entreprise opte pour des projets moins risqués.

Le problème du sous-investissement Ce deuxième problème survient quand la société choisit le projet dont la rentabilité est la plus faible.

Les problèmes liés aux versements de dividendes On distingue deux types de problèmes. Le premier se présente lorsque la société dispose de liquidités importantes sans avoir de projets rentables. Les actionnaires veulent bien sûr que ces réserves soient distribuées, faute d'investissements dans des projets fructueux. Le deuxième problème se présente ainsi : l'entreprise émet des obligations à un prix qui suppose que les dividendes

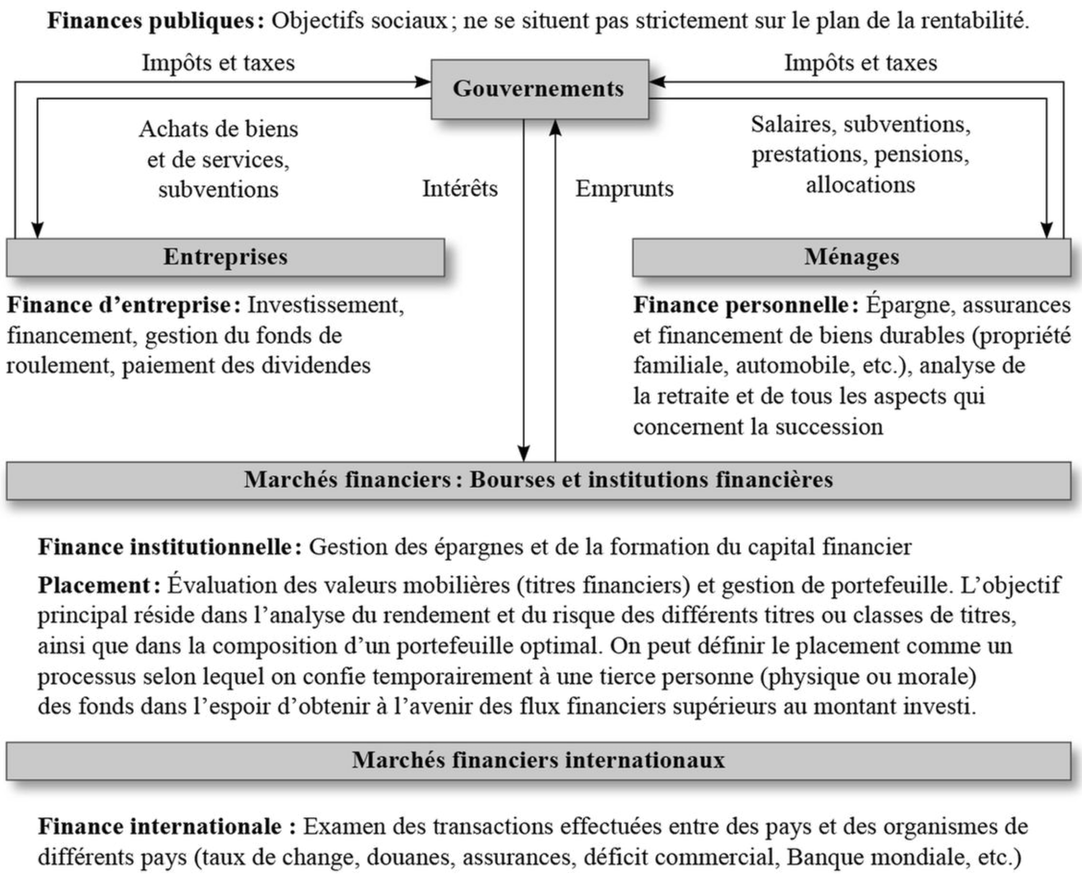
1. Jensen, M. C. et Meckling, W. H. (1976). Theory of the Firm : Managerial Behavior, Agency Costs and Ownership Structure. *Journal of Financial Economics, 3*(4), 305-360.

resteront constants ; ensuite, elle augmente les dividendes et finance cette augmentation au moyen d'une réduction des investissements. Ainsi, la valeur des obligations diminue parce que les investissements dans des projets rentables sont réduits.

1.3 La finance et les divers agents économiques

Le système économique se compose de plusieurs agents économiques : les gouvernements, les ménages, les entreprises et les intermédiaires financiers, y compris les marchés financiers (*voir la figure 1.1*).

FIGURE 1.1 Les domaines de la finance



1.3.1 Les gouvernements

Les deux ordres de gouvernements (fédéral et provinciaux) et les municipalités perçoivent des impôts et des taxes auprès des ménages et des entreprises. Ensuite, ils redistribuent les sommes perçues par la voie des programmes économiques et sociaux (assurance emploi, pensions de vieillesse, indemnités, programmes de soutien à la famille, construction d'autoroutes, d'écoles, etc.), des salaires à leurs fonctionnaires et des subventions aux entreprises.

Il va de soi que si les rentrées de fonds ne couvrent pas l'ensemble des dépenses, les gouvernements peuvent alors faire appel aux marchés financiers pour emprunter. Dans le cas contraire, les surplus peuvent tout aussi bien faire l'objet de placements qui rapporteront des intérêts.

1.3.2 Les ménages

Les ménages reçoivent des salaires, des revenus de placements (revenus locatifs, intérêts, dividendes et gains en capital) et des prestations provenant de programmes sociaux publics ou privés. Ils achètent également des biens et des services, et paient les taxes et les impôts imposés par les différents ordres de gouvernement.

Pour subvenir à leurs besoins, les ménages, tout comme les gouvernements, empruntent ou font des placements en faisant appel aux différents intervenants des marchés financiers.

1.3.3 Les entreprises

Les entreprises produisent et consomment des biens et des services. Comme les ménages, elles doivent faire l'acquisition d'actifs et recourir aux marchés financiers pour les financer. Les véhicules financiers auxquels elles ont accès se composent d'actions, d'obligations, de crédit commercial, etc. Enfin, dans leurs meilleures années, les entreprises versent des dividendes à leurs actionnaires. Elles achètent également des titres auprès des marchés financiers pour spéculer, couvrir leurs actions et éviter que des surplus demeurent improductifs.

1.3.4 Le système financier

Certains agents économiques investissent plus qu'ils n'épargnent ; ils ont donc besoin de recourir à un financement externe. À l'inverse, d'autres agents économiques épargnent plus qu'ils n'investissent et disposent ainsi d'une certaine capacité de financement. Par conséquent, il est nécessaire que s'organisent des transferts des uns vers les autres. Ces transferts s'opèrent en général par l'intermédiaire du système financier, qui englobe à la fois les intermédiaires financiers et les marchés financiers. Étant donné l'importance de ces deux composantes, nous leur consacrons la section suivante.

1.4 Les marchés financiers et le rôle de l'intermédiation financière

Un marché est un mécanisme facilitant la distribution des biens et des services. La fixation d'un prix est la trace concrète de l'existence d'un marché.

1.4.1 Le marché financier

Le **marché financier** est un marché sur lequel se négocient les titres financiers. Il s'agit d'une notion quelque peu abstraite qui désigne une organisation facilitant le commerce des valeurs mobilières. Cette organisation n'a pas forcément d'existence juridique. En effet, un marché existe si des acheteurs et des vendeurs sont en interrelation grâce à un réseau de communication. Un marché peut cependant disposer de statuts, de personnel, de règlements, de membres et de lieux de rencontre officiels. Par ailleurs, le marché financier assure la fonction économique essentielle de la canalisation des fonds des agents qui ont épargné un surplus aux agents qui ont besoin de fonds. La Bourse est le plus connu des marchés financiers.

Selon *Le grand dictionnaire terminologique*[2], une Bourse des valeurs mobilières est un « marché public organisé où se négocient au comptant ou à terme des valeurs mobilières ».

2. Office québécois de la langue française (2008). Bourse des valeurs. *Le grand dictionnaire terminologique*. Repéré à www.granddictionnaire.com/ficheOqlf.aspx?Id_Fiche=8364269

De plus en plus, les marchés publics sont dématérialisés : les transactions s'effectuent par voie électronique et il n'existe plus de lieu de rencontre physique pour les agents. Toutefois, les principes de base demeurent. Ainsi, le bon fonctionnement du **marché boursier** nécessite toujours une liquidité élevée (*voir la sous-section 1.4.6, p. 11*). Réunir une telle condition implique cependant la définition et l'application d'une réglementation propre à la Bourse, ainsi que des normes de divulgation des renseignements par les sociétés sur leurs opérations boursières et leurs activités d'exploitation.

1.4.2 Le titre financier

Contrairement aux actifs réels qui correspondent à des biens matériels, un titre financier est une promesse d'honorer des engagements financiers. Il est porté au passif du bilan de l'émetteur (qui doit honorer des engagements financiers, entre autres choses) et à l'actif du bilan du détenteur. Un titre ou un actif financier est composé de fonds promis (engagement). Voici quelques exemples de titres financiers : les bons du Trésor, les obligations, les emprunts hypothécaires, les actions privilégiées, les actions ordinaires, les options, les contrats à terme, les papiers commerciaux et les reconnaissances de dette.

1.4.3 Les intermédiaires financiers

De façon générale, on peut définir un **intermédiaire financier** comme une entité qui emprunte en émettant ses propres titres et prête de nouveau les fonds levés. On tend maintenant à englober dans la définition d'intermédiaire financier l'ensemble des institutions, des organismes ou des individus qui établissent un pont entre, d'une part, les apporteurs de capitaux et, d'autre part, les demandeurs de fonds. Ainsi, parmi les intermédiaires financiers, on trouve les banques, les sociétés de fiducie, les compagnies d'assurance vie ou d'assurance générale, les courtiers en valeurs mobilières, les négociants en valeurs mobilières, les sociétés financières, les sociétés de prêts hypothécaires, les sociétés de financement des entreprises, les fonds communs de placement[3] et les régimes de retraite[4].

C'est à l'intermédiaire financier que reviendra la tâche délicate d'accomplir des actes selon les principes et les convictions de son client. Or, toute pratique d'intermédiation est porteuse de marges de liberté dans le cadre desquelles peuvent survenir des conflits d'intérêts entre l'intermédiaire et le client. Il en va ainsi, notamment, des décisions en matière de méthodes de gestion, de recommandations d'investissement, etc. Dans ce contexte, il revient au client, avant qu'il n'accorde sa confiance à un intermédiaire, de s'assurer que la manière dont celui-ci exerce son activité est en harmonie avec ses valeurs et ses convictions éthiques. Ces questions d'ordre éthique sont d'une grande importance pour le bon fonctionnement des activités.

1.4.4 Le rôle d'un marché organisé

Le rôle d'un marché financier organisé est de permettre d'allouer les ressources en capital aux entités qui ont besoin de ces fonds, c'est-à-dire de fournir des mécanismes de canalisation de l'épargne aux entités qui cherchent à investir dans les biens de production. On distingue les différents marchés suivants (*voir la figure 1.2, page suivante*) : le marché monétaire, le

3. Les fonds communs de placement peuvent également être considérés comme des intermédiaires entre les investisseurs individuels qui apportent des fonds et les entreprises qui utilisent ceux-ci sous forme de titres du marché monétaire (*voir la figure 1.2, page suivante*), d'actions ou d'obligations suivant la nature du fonds commun de placement.
4. Les régimes de retraite représentent des montants énormes de capitaux en Amérique du Nord. Ils constituent bien un intermédiaire financier ; les apporteurs de capitaux sont les participants au régime et les utilisateurs de capitaux sont les gouvernements nationaux ou locaux, dans le cas des obligations, et les entreprises, dans le cas des actions.

marché des capitaux (qui se compose du marché primaire et du marché secondaire) et le marché des options et des contrats à terme.

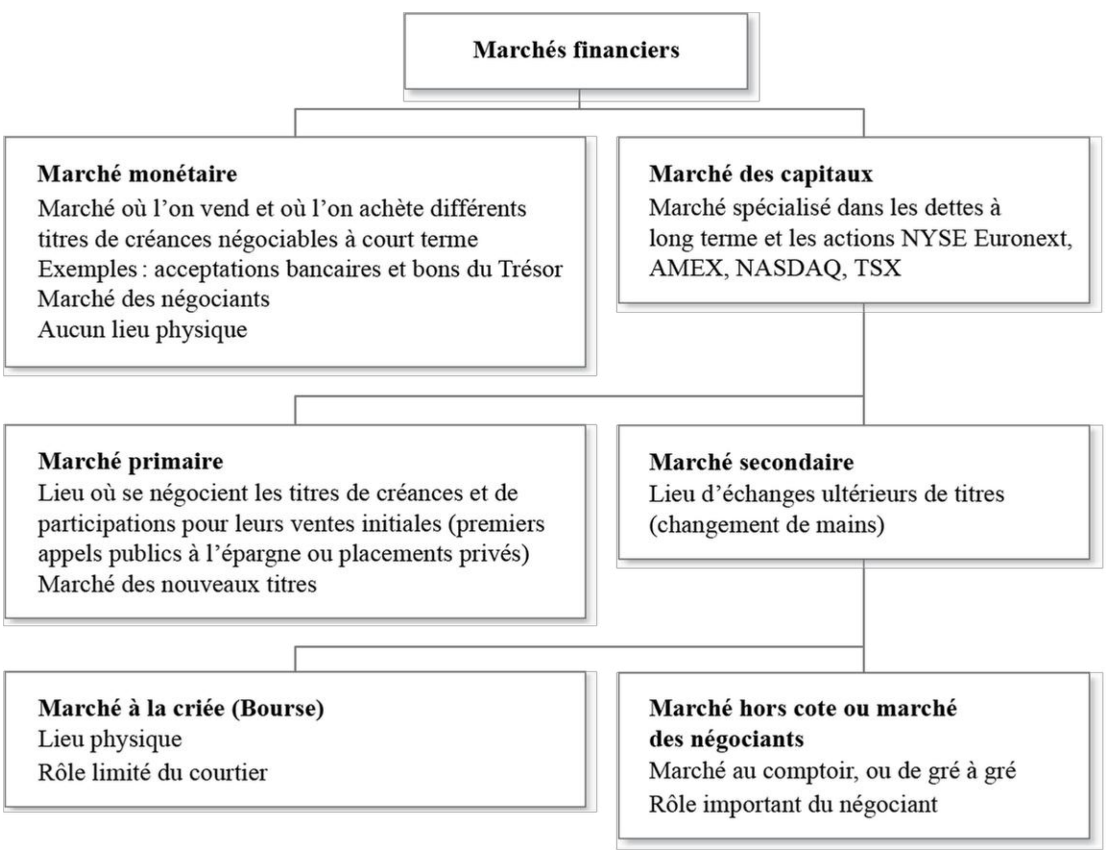
Le marché monétaire

Sur le **marché monétaire**, on n'échange que des titres à revenu fixe qui sont très liquides (considérés comme des équivalents de la monnaie). Ces titres sont en général peu risqués, et leur échéance est courte (inférieure à une année). Il peut s'agir de bons du Trésor, de prêts au jour, de papiers commerciaux et d'acceptations bancaires. Au Canada, les intervenants du marché monétaire comprennent le gouvernement fédéral, la Banque du Canada, les gouvernements provinciaux, les sociétés financières et les entreprises commerciales.

Le marché des capitaux

On attribue au **marché des capitaux** les transactions qui ne sont pas effectuées sur le marché monétaire, en particulier l'achat et la vente d'actions. Ces titres sont plus risqués, les échéances allant du moyen au long terme. Ce sont les obligations gouvernementales de longue échéance, les obligations d'entreprises, les actions privilégiées et les actions ordinaires. Les marchés des capitaux existent sous la forme de marché primaire et de marché secondaire.

FIGURE 1.2 Les marchés financiers



Le marché primaire Le **marché primaire** est celui où sont émis les nouveaux titres financiers. Le produit de la vente des titres est remis à l'entreprise émettrice, qui a besoin de ce financement. Il s'agit du marché de la première émission. Lorsqu'une entreprise émet de nouveaux titres boursiers, elle réalise une opération sur le marché primaire. Une fois les titres émis, les investisseurs voudront peut-être en acheter davantage ou les vendre. Ces transactions ont lieu sur le marché secondaire.

Le marché secondaire La principale fonction du **marché secondaire** est de coordonner les activités des acheteurs et des vendeurs afin de leur permettre d'effectuer des transactions concernant les titres en circulation. Il s'agit du marché de la revente et des achats ultérieurs. Il permet d'assurer la liquidité des titres (*voir la sous-section 1.4.6, p. 11*) qu'ont initialement émis les entreprises sur le marché primaire. Il représente l'ensemble des transactions au moyen desquelles se fait l'échange de titres déjà émis.

Le marché monétaire est essentiellement un marché primaire (il y existe des transactions secondaires, mais très peu). Sur le marché des capitaux, par contre, les deux types de marchés (primaire et secondaire) sont actifs et peuvent encore être subdivisés.

Ainsi, le marché primaire comprend un compartiment pour la vente au public, laquelle nécessite, en règle générale, le recours à des souscripteurs. Il est constitué de particuliers et d'établissements financiers qui se partagent le montant global de l'émission. Ce marché comprend également un compartiment pour les ventes privées, où l'émission est vendue à un établissement ou à un groupe d'établissements financiers.

Le marché secondaire comprend un **marché au comptoir**, ou *over the counter* (OTC) en anglais, ou encore **de gré à gré**, composé du réseau de communication des courtiers et des agents de change. La plupart des sociétés intéressées par ce marché sont de petite taille ou veulent conserver le caractère privé de leurs opérations.

Ce marché secondaire comprend également la Bourse. En effet, lorsque les entreprises ont besoin d'ouvrir leur capital de façon importante pour soutenir leur croissance, elles peuvent lever des fonds sur ce marché.

Le marché des options et des contrats à terme

Le marché des options et des contrats à terme est un marché d'échange de risques. Les options sont des titres boursiers qui donnent la possibilité d'acheter ou de vendre une certaine quantité d'actions à un prix fixé d'avance et pour une période de temps déterminée. Les options d'achat (*call*) et les options de vente (*put*) sont des outils très efficaces pour miser sur la hausse ou la baisse du prix d'un titre, ou encore pour protéger l'investisseur contre les fluctuations de la valeur de ses titres.

Les contrats à terme sont des contrats pour lesquels l'acheteur s'engage à prendre livraison d'une quantité de titres prédéfinie d'un titre sous-jacent à une date et à un prix prédéterminés. De la même façon, le vendeur d'un contrat s'engage à livrer une quantité de titres fixée aux titres sous-jacents à une date et à un prix prévus dès l'origine. Le titre sous-jacent d'un contrat à terme peut être un produit tel que l'or, le pétrole, le café, les pommes de terre ou des produits financiers comme des obligations ou des devises. Ici encore, ces contrats peuvent être utilisés par des spéculateurs qui misent sur les fluctuations du prix de ces divers produits. Les contrats à terme sont aussi utilisés par les producteurs et les utilisateurs voulant se protéger des fluctuations de prix (des aléas liés aux conditions climatiques, par exemple, pour un producteur de blé).

1.4.5 Les Bourses des valeurs mobilières au Canada

Les Bourses des valeurs mobilières sont des lieux d'échange de titres qui peuvent prendre plusieurs formes. La Toronto Stock Exchange (TSX) est un marché dit d'enchères où les prix sont fixés par l'offre et la demande. « Entièrement automatisée, la Bourse de Toronto se classe constamment parmi les principales Bourses du monde et constitue le principal marché canadien pour les titres de grande capitalisation, qui comptent pour environ 95 % des opérations sur actions effectuées au pays. En avril 2000, la TSX s'est démutualisée pour devenir une société à but lucratif dénommée la Bourse de Toronto inc.[5]. »

Auparavant, la Bourse regroupait des membres (et non des actionnaires) et était dirigée par un Conseil des gouverneurs composé de membres et de non-membres. Les membres et leurs employés inscrits ayant le droit de négocier sur le parquet, les sièges avaient donc une valeur importante. Les négociations effectuées à la TSX sont maintenant entièrement électroniques et ne dépendent plus des courtiers du parquet.

Les Bourses canadiennes ont subi une importante restructuration au courant de l'année 1999. Depuis, les transactions sur les titres de grandes sociétés sont centralisées à la Bourse de Toronto, laquelle traite plus de 90 % des opérations sur actions au Canada. Plus de 1 400 sociétés étaient inscrites à sa cote en 2017. Cette Bourse est le plus important marché de valeurs mobilières au Canada. Les inscriptions de grandes sociétés à la Bourse de Montréal ont été transférées à celle de Toronto, et les titres bénéficiant d'une inscription double à la Bourse de Montréal et à la Bourse de Toronto n'appartiennent plus qu'à la cote de la Bourse de Toronto. Celle de Montréal, la plus ancienne Bourse de valeurs du Canada, est devenue le marché d'échange exclusif des produits dérivés au Canada.

Dans l'Ouest canadien, la fusion de la Bourse de l'Alberta et de la Bourse de Vancouver en novembre 1999 s'est traduite par un marché unique de titres de petites sociétés. Le nouveau marché, appelé « Bourse de croissance TSX (TSXV) », se spécialise dans le marché des sociétés en émergence en leur permettant d'accéder à du capital et en offrant aux investisseurs un marché bien réglementé pour ce type d'investissement. Les sociétés inscrites à la Bourse de croissance TSX évoluent notamment dans le secteur minier ainsi que dans ceux du pétrole et du gaz, de la fabrication, de la technologie et des services financiers.

En décembre 2007, les Bourses de Montréal et de Toronto ont fusionné pour former le Groupe TMX inc., qui gère aussi la Bourse de croissance TSX (*voir l'encadré 1.1*).

ENCADRÉ 1.1 Le Groupe TMX

Le Groupe TMX est un groupe boursier intégré évoluant sur des marchés à multiples catégories d'actifs et dont le siège est à Toronto. Il possède des bureaux dans les grandes villes du Canada (Montréal, Calgary et Vancouver), dans plusieurs marchés clés des États-Unis (New York, Houston, Boston et Chicago) et ailleurs dans le monde (Londres, Beijing et Sydney). Le Groupe TMX possède la Bourse de Toronto et la Bourse de croissance TSX. Ses filiales principales exploitent des marchés au comptant, des marchés dérivés et des chambres de compensation couvrant de multiples catégories d'actifs, dont les actions, les titres à revenu fixe et les produits énergétiques.

Les activités du Groupe TMX recoupent les inscriptions, les négociations et la vente de données.

Les activités d'inscription Le Groupe TMX offre aux émetteurs à grande capitalisation un accès efficace au marché des capitaux publics et des liquidités pour les investisseurs, qu'ils soient actuels ou nouveaux. La Bourse de croissance TSX offre aussi aux sociétés en démarrage un accès au capital, en plus d'offrir aux investisseurs un marché supervisé pour faire des investissements dans des sociétés en croissance.

5. Groupe TMX (www.tmx.com).

ENCADRÉ 1.1 Le Groupe TMX (*suite*)

Les activités de négociation Le Groupe TMX permet la négociation des actions au comptant, des titres à revenu fixe, des produits dérivés et de l'énergie. Par l'entremise de sa filiale en propriété exclusive, la Bourse de Montréal, il offre des services de négociation et de compensation des produits dérivés sur taux d'intérêt, sur indices et sur actions. Sa filiale Natural Gas Exchange (NGX), qui est une Bourse nord-américaine de premier plan, effectue la négociation et la compensation de contrats dans les secteurs du gaz naturel et de l'électricité.

Les activités de vente de données Le Groupe TMX offre des produits de données en temps réel, des données historiques, des indices, de l'information sur des sociétés, des nouvelles et des données sur les produits dérivés, les titres à revenu fixe et les opérations sur les devises afin d'aider les investisseurs à prendre des décisions de placement sur les marchés des capitaux canadiens. Ces renseignements sont offerts par l'entremise de nombreux canaux de distribution mondiaux et de fournisseurs de données.

En 2017, selon le *Guide d'inscription* du Groupe TMX[6], il y a eu 1 482 sociétés inscrites à la Bourse de Toronto et 1 648 sociétés inscrites à la Bourse de croissance TSX. Les sociétés internationales inscrites étaient au nombre de 236, soit 105 inscrites à la TSX et 131 inscrites à la TSXV. La capitalisation boursière des sociétés inscrites à la TSX représentait 2 735,5 milliards de dollars, tandis que la capitalisation boursière de celles inscrites à la TSXV représentait 38,1 milliards de dollars.

En 2016, les sociétés inscrites à la Bourse de Toronto et à la Bourse de croissance TSX représentaient 1,4 milliard de billions de dollars, et 139 milliards d'actions y ont été négociées. Cette année-là, il y a eu spécifiquement 117 introductions en Bourse à la TSX et 104 introductions à la TSXV, qui représentaient un total de 62,2 milliards de dollars en capitaux propres.

1.4.6 Les caractéristiques importantes d'un marché boursier

Les trois caractéristiques importantes d'un marché boursier sont la liquidité, le dynamisme et l'efficience.

La liquidité

On dit qu'un marché est liquide lorsque les transactions d'achat ou de vente sont conclues rapidement et sans aucune répercussion sur les prix. Par exemple, le marché des bons du Trésor est plus liquide que le marché des placements privés dans lequel les transactions sont moins fréquentes. Le marché des titres d'entreprises de grande capitalisation est également plus liquide que le marché des titres de petite capitalisation. Les transactions des titres d'entreprises de petite capitalisation sont peu liquides, car un faible nombre d'ordres d'achat ou de vente pourrait affecter significativement les prix. La **liquidité** d'un titre peut être mesurée par l'écart entre le cours acheteur et son cours vendeur. Plus cet écart est faible, plus le titre est liquide, et vice versa.

Lorsqu'un investisseur désire investir son argent, plusieurs marchés boursiers s'offrent à lui. Il peut choisir d'investir sur le marché canadien TSX, le New York Stock Exchange (NYSE), le National Association of Securities Dealers Automated Quotations (NASDAQ),

6. Source : Groupe TMX (2017). *Guide d'inscription 2017*. Repéré à www.tsx.com/resource/fr/181/guide-to-listing-2017-03-28-fr.pdf

l'Euronext, etc. Ces marchés offrent généralement un volume de transactions important. L'arrivée d'un nouveau marché boursier exige dans ce cas une meilleure qualité d'exécution de transactions et des standards de transparence élevés. Notons que grâce aux progrès technologiques, les réseaux électroniques ont pris la place des parquets traditionnels de plusieurs places boursières, et l'investisseur se trouve ainsi confronté au problème du choix du marché boursier.

Le dynamisme

Le dynamisme traduit la capacité du marché à augmenter d'année en année le nombre d'entreprises inscrites et la capitalisation de celles qui le sont déjà. La **capitalisation boursière** correspond au nombre de titres émis multiplié par la valeur marchande de ces titres. Cette croissance s'opère de quatre façons : 1) par les émissions initiales (**premiers appels publics à l'épargne**, ou *initial public offering* (IPO) en anglais), qui traduisent l'arrivée de nouvelles entreprises sur le marché ; 2) par l'augmentation du capital des sociétés déjà inscrites ; 3) par l'augmentation de la valeur des titres déjà émis ; 4) par les privatisations d'entreprises publiques.

L'efficience

Un marché non efficient ne fonctionnera pas de façon durable, n'attirera ni les investisseurs étrangers ni les petits investisseurs, et représentera un obstacle au financement public. Le concept d'**efficience** est le concept le plus important et le plus controversé en finance. Pour cette raison, nous y consacrerons la dernière section du présent chapitre.

1.5 Les étapes d'entrée en Bourse

Lorsqu'une entreprise décide d'entrer en Bourse au moyen d'une émission initiale d'actions, elle doit suivre un processus régi par des lois et des règlements de compétence provinciale. Ce processus comporte habituellement cinq phases et dure plusieurs mois. Ces cinq phases sont décrites ci-après.

1.5.1 La préparation du prospectus provisoire

Bien avant de déposer le prospectus définitif, l'entreprise émettrice doit préparer un prospectus provisoire (*red herring prospectus*) qui sera soumis à l'examen des organismes de réglementation. Ce document contient toute l'information exigée, sauf le prix définitif, la commission des placeurs, le nombre définitif d'actions à placer et le produit net. À cette étape, l'émetteur doit créer un groupe de travail composé d'au moins un de ses hauts dirigeants et de représentants des courtiers, de vérificateurs et de conseillers juridiques. Bien que la responsabilité de la rédaction d'un prospectus provisoire incombe à l'émetteur et à ses conseillers juridiques, les membres du groupe de travail se voient habituellement assigner la responsabilité de préparer la première version du prospectus provisoire. Cet exercice peut demander des semaines ou des mois selon la complexité des activités et des affaires de l'émetteur, le besoin de restructuration avant la transformation en société ouverte et l'assiduité du groupe de travail.

1.5.2 Le processus de contrôle diligent

À la dernière étape, les placeurs et leurs avocats procèdent à un examen approfondi de tous les aspects de l'entreprise afin d'obtenir tous les renseignements importants pour le placement et de confirmer l'exactitude de cette information. Ainsi, cet examen garantit aux investisseurs que le document préparé constitue un exposé complet et véridique des faits. En général, le contrôle diligent comprend des discussions approfondies avec les hauts dirigeants de l'émetteur au cours de la préparation du prospectus provisoire, l'inspection des principaux éléments d'actif de l'émetteur, l'examen de ses contrats importants (comme les contrats de financement), celui de ses états financiers et de son plan financier, ainsi que des discussions avec les cadres supérieurs de l'émetteur, ses auditeurs et des conseillers ou des experts avant le dépôt du prospectus provisoire et du prospectus définitif.

1.5.3 L'examen réglementaire et la tournée de promotion

Une fois le prospectus provisoire terminé, il est déposé auprès de l'autorité des marchés financiers pertinente. Ce n'est qu'après avoir reçu la première lettre des observations des autorités en valeurs mobilières et avoir répondu à leurs questions que les dirigeants de l'entreprise émettrice peuvent partir en tournée de promotion pour présenter l'entreprise aux investisseurs institutionnels et aux courtiers en valeurs mobilières. Au cours de ces tournées de promotion (*road show*), seule l'information déjà rendue publique dans le prospectus provisoire et la circulaire d'information confidentielle (*green sheet*) peut être utilisée ou faire l'objet[7] de discussions.

1.5.4 La préparation du prospectus définitif

Tout au long de la tournée de promotion, les placeurs sondent le terrain pour ce qui est du prix et de l'acceptation par le marché. La conjoncture de celui-ci, l'intérêt suscité par le prospectus provisoire et la tournée de promotion ont une incidence sur la détermination du prix et du nombre d'actions, et donnent une idée du moment propice pour le lancement de l'offre. Une fois que le nombre de titres a été établi et que le contrôle diligent et l'examen réglementaire sont terminés, l'entreprise émettrice est prête à réviser le prospectus provisoire et à le déposer. La vente et la distribution des actions peuvent commencer dès que le prospectus définitif est déposé et approuvé par les commissions des valeurs mobilières.

1.5.5 La clôture

Après la signature de la convention de placement des titres se tient une réunion de clôture à laquelle participent tous les intervenants. Des documents juridiques sont signés et échangés (ce qui se fait normalement après la clôture des marchés, la veille du dépôt du prospectus définitif). De plus, l'émetteur reçoit le produit net du placement en échange des titres remis aux placeurs. Cette réunion de clôture officialise donc le début de la vie de l'entreprise à titre de société ouverte. Cette étape est exécutée sur le marché primaire (celui des nouvelles émissions). Par la suite, chaque courtier vend ses titres à ses clients à un prix plus élevé qu'il ne les a payés. Le prix payé par les clients est appelé « prix d'émission ».

De l'étape de la préparation du prospectus provisoire à celle de la clôture de l'opération, l'émetteur doit assumer des frais juridiques ainsi que des frais de comptabilité, de vérification, d'inscription à la Bourse et d'impression du prospectus. Tous sont liés à la nécessité de se conformer aux exigences des organismes de réglementation et d'une Bourse des valeurs mobilières.

Enfin, l'introduction en Bourse est une opération complexe, mais potentiellement très bénéfique pour l'entreprise, ses actionnaires et ses salariés. Une introduction réussie implique une réflexion préalable approfondie sur les objectifs, la valeur de l'entreprise, le moment de l'introduction, la procédure et le prix. Pour mieux comprendre les détails d'une émission initiale d'actions ordinaires, prenons l'exemple de la société POL inc., une entreprise aéronautique (*voir l'encadré 1.2, page suivante*).

7. Cette circulaire résume les principales informations financières tirées du prospectus. On y présente souvent des données comparatives sur des titres d'entreprises similaires.

ENCADRÉ 1.2 L'émission d'actions ordinaires de la société POL

Le 30 avril 2003, la société POL a annoncé qu'elle avait effectué l'émission de 26,6 millions de ses actions ordinaires au prix unitaire de 6,58 $. Le jour où l'entente de prise ferme a été annoncée, soit le 11 avril 2003, l'action de la société POL coûtait 6,72 $. À la suite de cela, de mauvaises nouvelles ont fait chuter le titre.

Le 30 avril 2003, le titre de la société POL a commencé la séance à 5,20 $, soit 0,07 $ de moins qu'à la fermeture, le 29 avril 2003. Pour les preneurs fermes et leurs clients institutionnels qui avaient prépayé 175 millions de dollars pour les 26,6 millions d'actions émises, la perte s'élevait à 36,7 millions de dollars.

Le titre de la société POL, qui est descendu jusqu'à 5,02 $ en cours de séance du 30 avril 2003, a clôturé à 5,07 $, en baisse de 0,20 $. Son plus bas niveau des 52 dernières semaines était de 2,76 $ et son plus haut niveau, de 6,79 $.

D'une façon générale, les avantages financiers d'une émission d'actions dépendent de sa motivation. Trois situations se présentent : 1) l'entreprise souhaite financer des projets d'envergure qui dépassent la capacité de financement de ses bailleurs de fonds habituels (actionnaires actuels et banquiers) ; 2) l'entreprise souhaite réduire son endettement ; et 3) l'entreprise souhaite liquider la position de certains de ses actionnaires et leur permettre de « quitter le navire », soit à l'introduction en Bourse, soit par la suite.

Dans le cas de l'émission de la société POL, et selon le prospectus définitif, il est indiqué que l'entreprise utilisera les produits nets de l'émission, soit 167,5 millions de dollars, « pour réduire sa dette bancaire et pour servir ses besoins généraux ».

QUESTION ÉCLAIR 1.1

Une introduction en Bourse au moyen d'une émission initiale d'actions entraîne-t-elle une hausse ou une baisse du coût du crédit de l'entreprise ?

1.6 L'efficience des marchés

Nous présenterons la définition de l'efficience des marchés ainsi que ses trois formes dans la sous-section 1.6.1, puis nous verrons les principales critiques dont a fait l'objet le concept de l'efficience dans la sous-section 1.6.2 (*voir p. 16*).

1.6.1 L'efficience des marchés : définition et formes

Eugene F. Fama précise qu'« [...] un marché est efficient si les prix reflètent pleinement et de façon instantanée toute l'information disponible[8] ».

Michael C. Jensen note quant à lui que « [...] le marché est efficient par rapport à un ensemble d'informations donné si on ne peut obtenir des profits économiques en transigeant sur la base de cette information. On entend par profit économique le rendement ajusté pour le risque net de tous les coûts[9] ».

Un marché est efficient lorsque les prix courants reflètent exactement les informations disponibles. Voilà pourquoi, dans un marché de valeurs mobilières efficient, il n'y a aucune raison de croire que le cours est trop bas ou trop élevé.

8. Traduction libre de Fama, E. F. (1970). Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work. *Journal of Finance*, *25*(2), 383-417.
9. Traduction libre de Jensen, M. C. (1978). Some Anomalous Evidence Regarding Market Efficiency. *Journal of Financial Economics*, *6*(2-3), 95-101.

L'**efficience des marchés** est un concept à dimensions multiples. Lorsque les actifs sont négociés au moindre coût, on parle d'**efficience opérationnelle**. L'**efficience informationnelle**, pour sa part, fait référence à la capacité des marchés à produire et à transmettre de l'information au moyen des prix. De plus, on parle d**'efficience allocationnelle** lorsque le marché fait une bonne allocation des ressources. La recherche de l'efficience allocationnelle basée sur la valeur de l'information se divise en trois niveaux graduels d'efficience : les formes faible, semi-forte et forte[10].

1. La forme faible suppose que les cours passés ne peuvent être utilisés pour prévoir l'évolution des prix futurs, car les variations successives de cours sont purement aléatoires. Les tests visent à vérifier l'hypothèse d'indépendance des cours successifs (l'analyse technique n'est donc pas pertinente).
2. La forme semi-forte est la plus controversée. Elle est présente lorsque toute l'information publique disponible (rapports annuels, journaux financiers, rubans d'information financière, etc.) est immédiatement intégrée dans les cours. Ici, on cherche à évaluer le degré de rapidité avec lequel l'arrivée sur le marché d'une information se répercute sur les prix.
3. La forme forte est observée quand toute l'information, y compris l'information privilégiée[11] dont bénéficient, par exemple, les initiés, est reflétée dans les cours. Les tests étudient la mesure dans laquelle certains investisseurs sont capables ou non de tirer de façon permanente un rendement supérieur à celui du marché.

Pour illustrer le comportement des prix dans un marché efficient, prenons de nouveau le cas de la société POL (*voir l'encadré 1.3*).

ENCADRÉ 1.3 Les réactions possibles du prix du titre de la société POL après la diffusion d'une nouvelle information

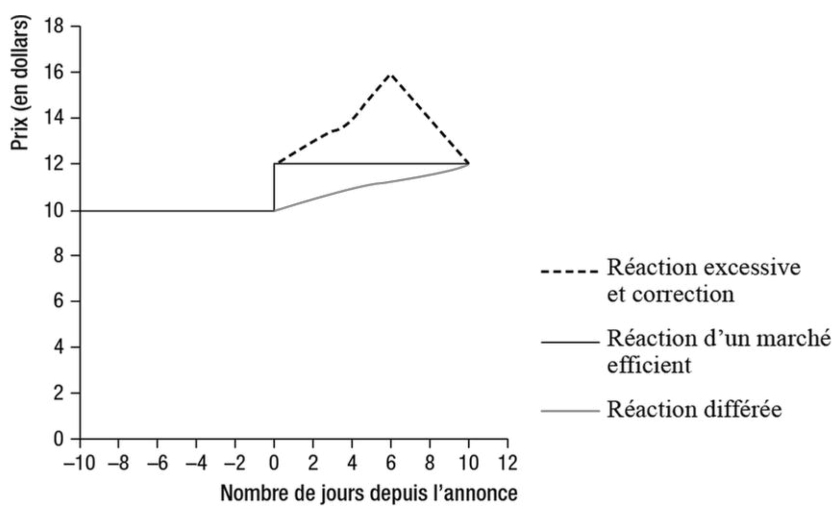
La société POL compte près de 15 000 employés dans plus de 100 emplacements, répartis dans environ 50 pays. Supposons qu'elle a réussi à mettre au point un simulateur de vol doté d'une technologie extraordinaire, qui s'adapte aux contextes de vol les plus difficiles. D'après l'analyse interne de la société POL, ce simulateur devrait être un produit très rentable. On présume également qu'à ce stade, aucune information n'a été divulguée à l'extérieur de l'entreprise et que, par conséquent, personne ne connaît l'existence de ce nouveau simulateur de vol.

Supposons aussi que les actions de la société POL se vendaient 10 $ l'unité avant l'annonce. Voyons maintenant le comportement d'une action de la société POL selon la figure de la page suivante. Dans un marché efficient, son prix doit refléter l'information disponible sur la situation actuelle de la société, mise à part l'existence de ce simulateur de vol. Si le marché accepte l'analyse que fait la société POL de la rentabilité de son nouveau produit, le prix des actions de l'entreprise augmentera au moment de l'annonce publique de son lancement. On imagine que, le lundi matin, le président et chef de la direction donnera une conférence de presse durant laquelle il expliquera les points forts de ce nouveau simulateur de vol. Si le marché est efficient, le prix des actions de la société POL s'ajustera rapidement à cette nouvelle information. En d'autres termes, dès le lundi après-midi, le prix des actions de l'entreprise devrait refléter l'information révélée durant la conférence de presse.

10. D'après la classification d'Eugene F. Fama.
11. Voir l'annexe du chapitre 1, « Les délits d'initiés », à la page 20.

ENCADRÉ 1.3 Les réactions possibles du prix du titre de la société POL après la diffusion d'une nouvelle information (*suite*)

Si, au jour de l'annonce, le prix de l'action de la société POL a atteint 12 $, un investisseur ne pourra réaliser de profit en achetant les actions le lundi après-midi et en les vendant le mardi matin. Cependant, si le marché n'est pas efficient, soit il mettra beaucoup de temps à assimiler entièrement l'information divulguée pendant la conférence de presse (réaction différée), soit il réagira de manière excessive avec un retour au prix correct par la suite (réaction excessive). La figure ci-après illustre les trois types d'ajustements possibles du prix des actions de la société POL. Le jour 0 correspond à celui de l'annonce de la bonne nouvelle par le président de la société POL. La ligne foncée représente le comportement du prix d'une action dans un marché efficient. On constate aussi que le prix s'ajuste rapidement à la nouvelle et ne subit aucune autre variation par la suite. La ligne claire montre la réaction différée, qui a duré 10 jours, pour que l'information soit entièrement assimilée par le marché. Enfin, la ligne pointillée représente une réaction excessive au cours de laquelle le prix a atteint 16 $ pour revenir par la suite au prix correct (12 $).



1.6.2 La controverse autour de l'efficience

Comme il arrive souvent dans le cas de notions importantes, le concept d'efficience des marchés a fait l'objet de plusieurs critiques. Jensen écrit qu'il croit « [...] qu'il n'y a pas une autre proposition en économie qui ait de plus solides validations empiriques que l'hypothèse d'efficience des marchés[12] », alors que Shleifer et Summers précisent que « l'hypothèse d'efficience des marchés, au moins dans sa formulation traditionnelle, s'est effondrée avec le reste du marché le 19 octobre 1987[13] ».

En effet, le krach boursier du 19 octobre 1987 a soulevé de sérieuses questions après la chute dramatique de la plupart des indices boursiers dans le monde. Par exemple, aux États-Unis, le NYSE Euronext a perdu plus de 20 % ; au Canada, la TSX a perdu plus de 11 %[14]. Une

12. Traduction libre de Jensen, M. C. (1978). Some Anomalous Evidence Regarding Market Efficiency. *Journal of Financial Economics*, *6*(2-3), 95-101.
13. Traduction libre de Shleifer, A. et Summers, L. H. (1990). The Noise Trader Approach to Finance. *Journal of Economic Perspectives*, *4*(2), 19-33.
14. Rolland, S. (2012, 19 octobre). Les 25 ans du Krach de 1987 : était-ce mieux dans le temps? *Les Affaires*. Repéré à www.lesaffaires.com/bourse/nouvelles-economiques/les-25-ans-du-krach-de-1987--etait-ce-mieux-dans-le-temps-/550222

telle baisse sans explication est contraire à l'hypothèse des marchés efficients. Les anomalies sont également nombreuses, et plusieurs recherches ont démontré que les marchés financiers ne sont pas efficients, au moins sous la forme semi-forte. On peut citer, par exemple, la sous-évaluation initiale des nouvelles émissions d'actions, le rendement élevé des entreprises de petite taille par rapport à celui des entreprises de grande taille ainsi que les réactions anormales des investisseurs aux annonces de bénéfices, aux distributions de dividendes et aux fractionnements d'actions.

Cependant, on constate que l'hypothèse de l'efficience des marchés est souvent mal interprétée.

D'un côté, un marché efficient ne veut pas dire que l'on peut arriver à des prévisions exactes ou que la manière d'investir importe peu. En effet, le concept d'efficience indique seulement que les cours reflètent en moyenne toute l'information accessible et que, par conséquent, il nous protège contre les erreurs de façon systématique.

Par ailleurs, le comportement aléatoire du cours des actions ne reflète pas l'irrationalité des marchés, mais signifie plutôt que les variations du cours des actions évoluent de façon aléatoire parce que les investisseurs sont rationnels et concurrentiels. D'ailleurs, un corollaire qui en découlerait, si le prix de tout actif risqué ne variait pas de façon aléatoire (indépendamment de toute influence indue de la part d'un groupe d'investisseurs), serait celui-ci : le prix de l'actif ne peut représenter une valeur marchande concurrentielle. Ce prix pourrait être une aubaine, ce qui dénoterait une mauvaise relation entre le prix et le risque. Cette inefficience temporaire pourrait exister sur le marché, mais elle ne pourrait se prolonger grâce aux spéculateurs.

QUESTION ÉCLAIR 1.2

L'efficience force-t-elle les prix courants à refléter la valeur fondamentale des actions ?

Conclusion

Le domaine de la gestion financière requiert la prise de décision en ce qui concerne l'investissement, le financement et la distribution des dividendes. En d'autres termes, le gestionnaire financier doit être capable de décider combien il investira, dans quels actifs réels, comment il se procurera les fonds nécessaires et quelle part des bénéfices il pourra distribuer aux actionnaires. La gestion financière est donc intéressante et remplie de défis.

L'objectif de la maximisation de la richesse des actionnaires, propriétaires de l'entreprise, implique que les gestionnaires décident uniquement et toujours dans l'intérêt fondamental des propriétaires. Toutefois, les gestionnaires peuvent être guidés par d'autres motifs. Les relations entre les actionnaires et la direction portent le nom de « relations d'agence ». Elles se concrétisent chaque fois qu'une personne, appelée « mandataire » ou « agent », agit au nom d'une autre personne, appelée « mandant » ou « principal ».

Dans la mesure où certains agents économiques investissent plus qu'ils n'épargnent – et ont donc besoin de recourir à un financement externe –, alors que d'autres épargnent plus qu'ils n'investissent – et ont donc une capacité de financement à mettre à la disposition de ceux qui en ont besoin –, il est nécessaire que des transferts s'organisent des uns vers les autres. Ces transferts s'opèrent par l'intermédiaire du système financier en général, lequel englobe à la fois les intermédiaires financiers et les marchés financiers.

Le rôle d'un marché financier organisé est de permettre d'allouer les ressources en capital à ceux qui ont besoin de ces fonds, c'est-à-dire de mettre en place les mécanismes permettant de diriger l'épargne vers les investissements en biens de production.

Les caractéristiques importantes d'un marché boursier sont la liquidité, le dynamisme et l'efficience. Un marché est liquide lorsqu'il est possible d'acheter et de vendre des titres rapidement et à faible coût. Le dynamisme se traduit par la capacité du marché à augmenter d'année en année le nombre d'entreprises inscrites et la capitalisation de celles qui le sont déjà. Enfin, un marché est efficient lorsque les prix courants reflètent exactement l'information disponible.

Toutes les décisions de l'entreprise, dont les effets s'échelonnent dans le temps, nécessitent de tenir compte de la valeur temporelle de l'argent. Ainsi, nous consacrerons le chapitre 2 au concept de valeur temporelle de l'argent et au rôle du taux d'intérêt dans la prise de décision financière. Nous présenterons également les différentes équations des mathématiques financières. Elles nous permettront ensuite d'évaluer les titres financiers tels que les obligations, les emprunts hypothécaires, les actions privilégiées et les actions ordinaires, qui seront étudiés tout au long de cet ouvrage.

POINTS SAILLANTS

- L'objectif de l'entreprise est la maximisation de la richesse des actionnaires, car ce sont eux qui possèdent l'entreprise. Il faut cependant noter qu'en cas de faillite de celle-ci, ce sont plutôt les obligataires qui seront les premiers à être remboursés.
- Les caractéristiques importantes d'un marché boursier sont la liquidité, le dynamisme et l'efficience.
- L'efficience des marchés des capitaux signifie que les prix des titres reflètent toute l'information disponible. Autrement dit, les marchés réagissent rapidement à toute information, et les prix sont justes.
- Le problème d'agence découle de la divergence des intérêts personnels des gestionnaires (ou décideurs) et des propriétaires de l'entreprise. Ainsi, les gestionnaires risquent de prendre des décisions qui ne sont pas conformes à l'objectif de maximisation de la richesse des actionnaires. D'ailleurs, plusieurs recherches ont révélé des conflits d'intérêts possibles et permis de déterminer différentes façons de les contourner. Ces sujets constituent la toile de fond de la théorie de l'agence.

L'essentiel pour réussir son cours de gestion financière

QUESTIONS

Vérifiez vos réponses.

Q1.1 Quel est l'objectif de la gestion financière ?

Q1.2 Les coûts d'agence peuvent-ils être une limite à l'atteinte de l'objectif de l'entreprise ?

Q1.3 Quelles sont les principales caractéristiques d'un marché primaire, d'un marché secondaire et d'un marché monétaire ?

Q1.4 Indiquez si chacun des énoncés suivants est vrai ou faux, et commentez vos réponses.

a) L'hypothèse de la forme semi-forte des marchés efficients stipule que les cours reflètent toute l'information publiée.
b) Dans un marché efficient, on ne peut espérer réaliser des rendements anormaux.
c) L'efficience des marchés implique que l'on peut prédire l'avenir avec exactitude.
d) La maximisation des profits d'une entreprise entraîne nécessairement la maximisation de la richesse des actionnaires.
e) Selon la forme d'efficience faible, aucun profit n'est possible si l'on observe les prix passés des actifs financiers.

Q1.5 Est-il possible de battre le marché ?

Q1.6 Indiquez si chacun des énoncés suivants est vrai ou faux, et commentez vos réponses.

a) Le krach boursier de 1987 n'est pas une preuve d'efficience des marchés boursiers.
b) De nos jours, l'hypothèse d'efficience des marchés a fait son chemin non seulement dans la plupart des écoles de gestion, mais également dans la pratique du placement et dans les politiques du gouvernement à l'égard des marchés des valeurs mobilières.
c) Si le prix des actions change d'un jour à l'autre, le marché ne peut être efficient.
d) Les entreprises qui créent le plus de valeur peuvent offrir les meilleurs rendements aux investisseurs, attirer plus de capitaux et acquérir plus de ressources.

Q1.7 Indiquez si chacun des énoncés suivants est vrai ou faux, et commentez vos réponses.

a) Les bons du Trésor se négocient généralement sur le marché monétaire.

b) Les nouvelles émissions d'actions qui correspondent à une augmentation du capital se font dans le cadre du marché secondaire.

c) Un marché financier est dit «efficient» si toutes les transactions se font rapidement et si les coûts de transaction sont élevés.

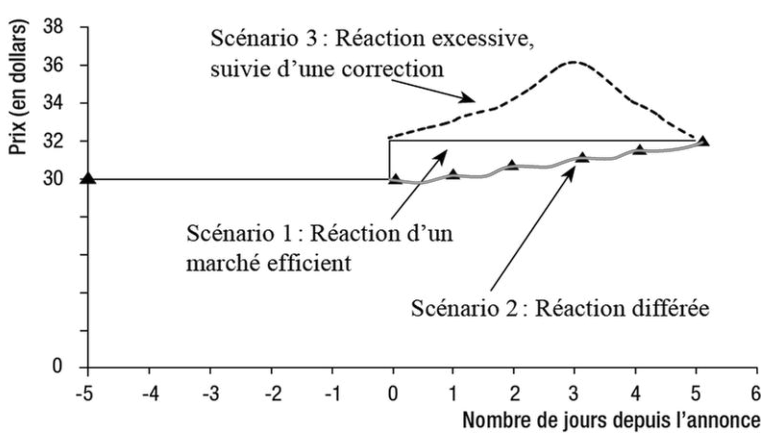
Q1.8 L'analyse technique se base sur l'étude des graphiques de cours des titres en Bourse et de différents indicateurs financiers dans le but d'anticiper l'évolution des marchés. Selon l'hypothèse d'efficience des marchés, l'analyse technique est inutile. Êtes-vous d'accord avec cette affirmation?

Q1.9 Comment peut-on réduire les conflits d'agence entre actionnaires et gestionnaires?

Q1.10 Selon le concept d'efficience des marchés, les prix reflètent exactement les informations disponibles. L'investisseur détenant un portefeuille avec peu de titres est-il bien protégé contre les aléas des marchés?

Q1.11 Pourquoi les délits d'initiés remettent-ils en question le concept d'efficience des marchés sous sa forme forte?

Q1.12 En supposant que l'entreprise Vallée verte inc. a annoncé publiquement le lancement de sa nouvelle gamme de produits et que cette annonce a eu un effet positif sur le prix de l'action de Vallée verte sur le marché, commentez la figure ci-après. Expliquez clairement les différentes réactions possibles de l'action de Vallée verte à la suite de l'annonce de cette bonne nouvelle.



Annexe du chapitre 1

Les délits d'initiés

En 2013, tandis qu'Exploration Lounor était dans une situation financière précaire, son président Gilles Fiset s'est départi de 280 000 $ de ses actions alors qu'il était un initié et détenait de l'information privilégiée sur la minière junior qui était basée à Rouyn-Noranda. L'Autorité des marchés financiers (AMF) avait, de ce fait, reproché à Gilles Fiset d'avoir enfreint l'article 187 de la *Loi sur les valeurs mobilières* qui stipule « qu'un émetteur assujetti qui dispose d'une information privilégiée reliée aux titres de cet émetteur ne peut réaliser aucune opération sur ces titres ni changer un intérêt financier dans un instrument financier ».

Dans une décision rendue en décembre 2017, le juge du Tribunal administratif des marchés financiers (TMF) Jean-Pierre Cristel a reconnu que Gilles Fiset avait enfreint la loi et a condamné l'homme d'affaires de Rouyn-Noranda à une amende administrative de 30 000 $.

L'Autorité des marchés financiers, qui avait saisi le Tribunal de l'affaire, espère que les sanctions imposées à Gilles Fiset auront un effet dissuasif. Selon Sylvain Théberge, directeur des relations médias de l'AMF, « le délit d'initié, profiter d'informations privilégiées en vue d'améliorer sa situation financière ou profiter d'un rendement meilleur sur son investissement, c'est quelque chose qui est illégal. Non seulement c'est illégal, mais ça vient également miner la confiance du public envers les marchés financiers. Donc, on est ici devant un cas classique de délit d'initié, c'est-à-dire que M. Fiset, au moment où il était président d'Exploration Lounor inc., a eu en sa possession des informations privilégiées reliées à ses titres et il en a profité en vue d'en retirer des bénéfices. Et en plus, il a omis de déclarer à deux reprises des modifications à son emprise sur les titres de cette compagnie-là, ce qui est également condamné ».

Dans sa décision, le TMF parle même d'un « véritable cancer » et assure que « ces manquements ne seront pas tolérés ». Le TMF interdit aussi à l'ancien président d'Exploration Lounor, Gilles Fiset, d'effectuer toute opération sur valeurs boursières pour une durée d'un an ou d'occuper des fonctions qui lui permettraient de le faire. L'Autorité des marchés financiers espère que les sanctions à l'encontre de Gilles Fiset enverront un message clair à la communauté financière.

Source : Adapté de Parent-Bouchard, É. (2018, 1er juin). Délit d'initié : amende de 30 000 $ pour un homme d'affaires de Rouyn-Noranda. *ICI Radio-Canada Abitibi-Témiscamingue*. Repéré à https://ici.radio-canada.ca/nouvelle/1104487/delit-dinitie-amende-de-30-000-pour-un-homme-daffaires-de-rouyn-noranda

CHAPITRE 2

Les mathématiques financières : concepts et applications

Plan du chapitre

L'essentiel pour réussir son cours de gestion financière

Problèmes de révision et solutions
Questions
Exercices
Problèmes
Problèmes préparatoires aux examens

Consultez le solutionnaire en ligne.

La lecture de ce chapitre vous permettra de maîtriser les notions financières suivantes :

Introduction

La maîtrise des mathématiques financières est nécessaire pour comprendre les nombreuses opérations liées à la gestion financière. Une bonne connaissance des mathématiques financières permet également de pouvoir comparer les différents choix offerts et de planifier ainsi les meilleures stratégies pour l'atteinte de ses objectifs en matière de gestion financière.

L'argent n'a pas la même valeur dans le temps. La valeur temporelle de l'argent se traduit par le fait que 100 $ aujourd'hui valent plus qu'un montant identique dans un an. Cette valeur dépend de plusieurs facteurs, dont l'inflation monétaire, la croissance économique, le degré d'incertitude sur les marchés financiers, etc.

L'individu cherche à évaluer sa capacité d'endettement, les possibilités d'épargne ou la profitabilité d'un investissement par l'actualisation ou la capitalisation des flux monétaires. L'actualisation permet d'obtenir la valeur présente d'une somme d'argent réalisée dans le futur, tandis que la capitalisation donne un indicateur de la valeur future d'une somme d'argent disponible actuellement. Ces deux moyens apportent une multitude de réponses à un individu qui aspire à prendre une décision éclairée quant au choix entre dépenser et épargner, à l'instar du choix entre acheter ou louer une voiture, payer un meuble au comptant ou étaler les paiements dans le temps, s'endetter pour investir dans une obligation du Canada ou utiliser ses fonds propres, etc. Dans ce chapitre, nous développerons les concepts d'actualisation et de capitalisation pour des contextes différents, notamment lorsque les flux monétaires futurs sont constants (**annuités constantes**), différents (**annuités croissantes**), perçus ou payés en début de période (**annuités de début de période**) ou encore différés. Nous nous focaliserons sur les méthodes de transformation des taux d'intérêt de nominal à effectif, et vice versa. Finalement, nous appliquerons la technique d'actualisation dans un contexte précis, à savoir le remboursement de l'emprunt hypothécaire.

2.1 Les taux d'intérêt simples et les taux d'intérêt composés

Le taux d'intérêt est la pièce maîtresse qui permet l'**actualisation** et la **capitalisation** des flux monétaires. Il reflète la valeur temporelle de l'argent. L'intérêt peut être simple ou composé.

Supposons qu'un individu veut investir 100 $ au taux annuel de 20 % sur deux ans. À la fin de la première année, les intérêts vaudront 100 $ × 20 % = 20 $, et donc le montant accumulé sera de 100 $ + 20 $ = 120 $. À la fin de la deuxième année, le calcul des intérêts se fait de façon identique : 100 $ × 20 % = 20 $. Ainsi, à l'échéance, le montant accumulé sera de 120 $ + 20 $ = 140 $. En effet, lorsque le taux d'intérêt est simple, il s'applique sur la somme investie seulement, et la valeur future des 100 $ à la fin de l'horizon d'investissement est évaluée comme suit : 100 $ + 100 $ × 20 % × 2 = 140 $.

Par contre, lorsque le taux d'intérêt est composé, le calcul du montant des intérêts est différent. À la fin de la première année, la valeur des 100 $ équivaudra à 100 $ + 100 $ × 20 % = 120 $. À la fin de la deuxième année, la valeur finale sera de 120 $ + 120 $ × 20 % = 144 $ ou encore 100 $ × $(1 + 20\ \%)^2$ = 144 $. La différence de montant accumulé avec le taux d'intérêt simple émane du fait que le taux d'intérêt composé suppose que les intérêts perçus à la première période sont réinvestis au même taux d'intérêt à la deuxième période.

Considérons maintenant un taux d'intérêt trimestriel de 5 %. Si un individu investit 100 $ sur deux ans et que le taux d'intérêt est un taux simple, alors la somme accumulée à la fin du premier trimestre est de 100 $ + 100 $ × 5 % = 105 $. À la fin du deuxième trimestre, le montant accumulé sera de 105 $ + 100 $ × 5 % = 110 $ ou 100 $ × (1 + 5 % × 2) = 110 $. Ainsi, à la fin de la deuxième année (8^e trimestre), la somme engrangée est calculée comme suit : 100 $ × (1 + 5 % × 8) = 140 $. Si les mêmes données sont reproduites pour un investissement à taux d'intérêt composé, le montant accumulé à la fin du premier trimestre sera de 105 $, comme avec le taux simple. Par contre, à la fin du deuxième trimestre, il sera de 105 $ $\times$ (1 + 5 %) = 110,25 $ ou 100 $ $\times$ (1 + 5 %)^2 = 110,25 $. Ainsi, à la fin de la deuxième année, la somme totale sera de 100 $ $\times$ (1 + 5 %)$^{4 \times 2}$ = 147,75 $.

Reprenons l'exemple avec un taux mensuel de 1,67 %. À la fin du 24e mois, si le taux d'intérêt est simple, l'investissement initial de 100 $ vaudra 100 $ $\times$ (1 + 1,67 % $\times$ 24) = 140 $[1]. Si le taux d'intérêt est composé, alors la somme accumulée sera, à l'échéance, de 100 $ $\times$ (1 + 1,67 %)$^{12 \times 2}$ = 148,81 $. La différence entre le montant total engrangé par un investissement à taux simple par rapport à celui à taux composé devient encore plus importante : 140 $ comparativement à 148,81 $.

Supposons que la fréquence de paiement des intérêts est quotidienne. Si le taux d'intérêt est simple, l'individu qui investit 100 $ sur deux ans au taux de 0,055 % accumulera une somme de 100 $ $\times$ (1 + 0,055 % $\times$ 365 $\times$ 2) = 140 $. Si le taux d'intérêt est composé, alors le total sera de 100 $ $\times$ (1 + 0,055 %)$^{365 \times 2}$ = 149,39 $.

La variation des fréquences des paiements des intérêts dans l'année, passant du taux annuel au taux quotidien, illustre la différence entre le taux d'intérêt simple et le taux d'intérêt composé : l'écart entre les sommes engrangées est encore plus important lorsque la fréquence des paiements des intérêts est plus grande.

2.2 L'équivalence de taux

Il convient d'indiquer que nous nous focaliserons sur les taux d'intérêt composés dans ce chapitre. Nous ne couvrirons pas le taux d'intérêt simple, puisqu'aucune transformation n'est nécessaire lors du calcul des valeurs actuelle et future avec ce type de taux. Les taux d'intérêt composés supposent que les revenus d'intérêt d'un placement sont réinvestis à ce même taux à chaque période. Quant au taux d'intérêt simple, il s'applique uniquement sur le capital initial. Dans nos exemples ci-dessous, nous supposerons que les taux d'intérêt sont composés et, de ce fait, nous allons faire fructifier aussi bien le capital initial que les intérêts engrangés à chaque période.

La distinction entre les taux d'intérêt nominaux et les taux d'intérêt effectifs s'impose. En effet, les taux d'intérêt qui sont publiés sont dits « taux d'intérêt nominaux annuels à capitalisation périodique ». En d'autres mots, le taux d'intérêt nominal est le taux affiché par les banques. La périodicité de la capitalisation du taux d'intérêt nominal peut être quotidienne, hebdomadaire, mensuelle, trimestrielle, semestrielle, etc. Le taux d'intérêt effectif est le taux effectivement payé ou reçu. La différence entre le taux d'intérêt nominal et le taux d'intérêt effectif provient du nombre de capitalisations, c'est-à-dire du nombre de fois que les intérêts sont calculés au cours d'une période.

Lors des calculs d'actualisation et de capitalisation, il est essentiel d'utiliser le taux d'intérêt effectif périodique inhérent au placement ou à la dette en question afin d'obtenir des valeurs précises qui tiennent compte du caractère composé du taux d'intérêt.

2.2.1 Le taux d'intérêt nominal annuel

Le **taux d'intérêt nominal périodique** se calcule à l'aide de l'équation suivante :

$$\text{Taux d'intérêt périodique} = \frac{\text{Taux d'intérêt nominal annuel}}{\text{Nombre de capitalisations}} = \frac{r}{m}$$

◂ ÉQUATION 2.1

1. Dans ce chapitre, les résultats ont été arrondis au nombre entier le plus proche afin de simplifier les calculs.

Tous les taux d'intérêt affichés sont des taux d'intérêt nominaux annuels à capitalisation périodique. Par exemple, si le taux hypothécaire publié par une banque est un taux par année (TPA) de 2,8 %, l'emprunteur qui s'engage à rembourser sa dette à une fréquence mensuelle devrait payer les intérêts 12 fois par année. Ainsi, *m* est égal à 12, et le taux mensuel effectivement payé est égal à $\frac{2{,}8\ \%}{12} = 0{,}23\ \%$.

2.2.2 Le taux d'intérêt effectif annuel

Le passage du taux d'intérêt nominal annuel au **taux d'intérêt effectif annuel** se calcule à l'aide de l'équation suivante :

ÉQUATION 2.2

$$R = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1$$

où

R est le taux d'intérêt effectif annuel ;
r est le taux d'intérêt nominal annuel ;
m est le nombre de capitalisations, par année, du taux d'intérêt nominal.

En reprenant l'exemple de la sous-section 2.2.1, le taux d'intérêt effectif annuel devrait être calculé comme suit :

$$\left(1 + \frac{2{,}8\ \%}{12}\right)^{12} - 1 = 2{,}84\ \%$$

QUESTION ÉCLAIR 2.1

Calculez le taux d'intérêt effectif annuel équivalent à un taux d'intérêt nominal de 8 % à capitalisation semestrielle.

Si nous faisons le chemin inverse, le passage du taux d'intérêt effectif annuel au **taux d'intérêt nominal annuel** se fait à l'aide de l'équation suivante :

ÉQUATION 2.3

$$r = m \times \left[(1 + R)^{\frac{1}{m}} - 1\right]$$

où

r est le taux d'intérêt nominal annuel capitalisé m fois par an ;
R est le taux d'intérêt effectif annuel ;
m est le nombre de capitalisations par année.

2.2.3 Le taux d'intérêt effectif périodique

Le **taux d'intérêt effectif périodique** est le taux d'intérêt qu'il faut utiliser lors de l'évaluation de la valeur actuelle ou de la valeur future d'une suite de flux monétaires périodiques. Il peut être calculé en se basant sur le taux d'intérêt effectif annuel. Par exemple, si le taux d'intérêt effectif annuel est de 3 %, on peut évaluer le taux d'intérêt effectif sur cinq ans en composant le taux d'intérêt effectif annuel cinq fois, soit $(1 + 3\ \%)^5 - 1 = 16\ \%$.

La période considérée peut être supérieure ou inférieure à une année. En la symbolisant par n, nous pouvons écrire le taux d'intérêt effectif périodique en utilisant l'équation suivante :

ÉQUATION 2.4

$$R_p = (1 + R_a)^n - 1$$

où

R_p est le taux d'intérêt effectif périodique ;
R_a est le taux d'intérêt effectif annuel ;
n représente la période en années.

Si la périodicité est mensuelle, alors le taux d'intérêt effectif périodique sera composé 12 fois par année. En d'autres mots, n sera égal à $^1/_{12}$, et le taux d'intérêt effectif mensuel se calculera comme suit : $(1 + 3\ \%)^{1/12} - 1 = 0{,}25\ \%$.

De manière plus générale, si l'on veut calculer le taux d'intérêt effectif périodique R_p à partir du taux d'intérêt nominal annuel r à m capitalisations, nous combinerons les équations 2.2 et 2.4 comme suit :

$$R_\text{p} = \left(1 + \underbrace{\left[\left(1+\frac{r}{m}\right)^m - 1\right]}_{R_\text{a}}\right)^n - 1$$

Nous arriverons ainsi à l'équation suivante :

$$R_\text{p} = \left(1+\frac{r}{m}\right)^{m\times n} - 1$$

ÉQUATION 2.5

où

R_p est le taux d'intérêt effectif périodique ;
r est le taux d'intérêt nominal annuel à m capitalisations ;
n représente la période en années.

Ainsi, si le taux d'intérêt nominal annuel à capitalisation semestrielle est de 3 %, nous appliquerons l'équation 2.5 comme suit afin de calculer le taux d'intérêt effectif d'un placement effectué sur une période de cinq ans :

$$R_\text{p} = \left(1+\frac{3\ \%}{2}\right)^{2\times 5} - 1 = 16{,}05\ \%$$

Et si on cherche le taux d'intérêt effectif mensuel d'un placement qui offre 3 % comme taux d'intérêt nominal annuel à capitalisation semestrielle, nous appliquerons aussi l'équation 2.5 où $n = \frac{1}{12}$ (1 mois est égal à $^1/_{12}$ d'une année, puisqu'il y a 12 mois par année[2]). Nous obtenons alors le taux d'intérêt effectif périodique suivant :

$$R_\text{p} = \left(1+\frac{3\ \%}{2}\right)^{2\times\frac{1}{12}} - 1 = 0{,}25\ \%$$

2.3 L'annuité constante

Qu'il s'agisse de placements ou d'emprunts, en général, les flux monétaires périodiques investis ou payés sont égaux sur un ensemble fini de périodes. C'est ce qu'on appelle une annuité constante. Dans cette section, nous nous attelons à rapporter au présent la valeur de flux monétaires futurs (actualisation) et à évaluer la valeur future de flux monétaires étalés dans le temps (capitalisation). Nous calculons aussi le taux de rendement ou le coût de l'argent emprunté (taux d'intérêt effectif) et estimons le nombre de versements nécessaires pour rembourser une dette ou engranger une rente préfixée.

2. Si le taux effectif périodique recherché est trimestriel, alors n sera égal à ¼, puisqu'il y a quatre trimestres par année.

2.3.1 La valeur actuelle

Nous allons commencer par calculer la **valeur actuelle**, appelée aussi **valeur présente** ou **valeur actualisée**, de flux monétaires futurs. Nous traiterons des cas suivants : le cas simple d'un seul flux qui sera réalisé ou payé dans une période (un mois, une année, etc.), puis dans plusieurs périodes, et le cas de plusieurs flux monétaires futurs égaux étalés dans le temps.

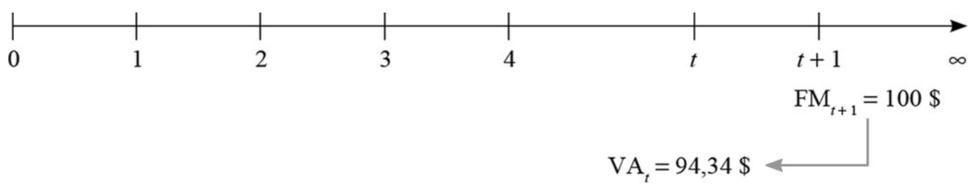
Un seul flux, une seule période

Si on promet à un individu de lui verser 100 $ dans un an et si cet individu a la possibilité d'investir actuellement au taux r de 6 % par année, alors la valeur actuelle VA_t du montant promis FM_{t+1} sera inférieure à 100 $. En effet, la valeur actuelle (ou présente ou actualisée) du montant à payer ou à recevoir dans une période est calculée comme suit :

$$VA_t = \frac{FM_{t+1}}{1+r}$$

où

FM_{t+1} est le flux monétaire à la fin de la période $t + 1$;
VA_t est la valeur actuelle de FM_{t+1} à la fin de la période t ;
r est le taux d'intérêt.



Ainsi, la valeur actuelle des 100 $ équivaut à $\frac{100}{1+6\ \%} = 94{,}34$ $.

Un seul flux, *T* périodes

Si on promet à un individu le montant de 100 $ (FM_T) après cinq ans et si cet individu a la possibilité aujourd'hui d'investir au taux d'intérêt composé r de 4 % par année pour les cinq prochaines années, alors le calcul de la valeur actuelle VA_t à la fin de la période t s'effectue à l'aide de l'équation suivante :

ÉQUATION 2.6

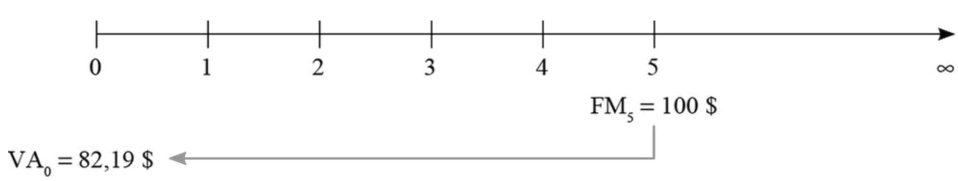
$$VA_t = \frac{FM_T}{(1+r)^{T-t}}$$

où

FM_T est le flux monétaire à la fin de la période T ;
VA_t est la valeur du flux monétaire à la fin de la période t ;
r est le taux d'intérêt.

QUESTION ÉCLAIR 2.2

Vous désirez accumuler une somme de 1 000 $ dans 10 ans. Déterminez le montant à investir aujourd'hui si vous obtenez sur votre investissement un taux annuel de 10 %.



Alors, la valeur actuelle de 100 \$ équivaut à $VA_0 = \dfrac{FM_5}{(1+r)^5} = \dfrac{100\ \$}{(1+4\ \%)^5} = 82{,}19\ \$$.

L'utilisation d'une calculatrice financière[3], que ce soit le modèle Sharp EL-738C ou le modèle Texas Instruments BA II Plus, permet de calculer la valeur actuelle VA_0, comme cela est illustré dans le tableau 2.1.

TABLEAU 2.1 Le calcul de la valeur actuelle d'un seul flux monétaire FM_T avec la calculatrice financière

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Entrer le nombre de versements	5 [N]	5	5 [N]	5
Entrer la valeur future	[+/–] 100 [FV]	–100	100 [+/–] [FV]	–100
Entrer la valeur de l'annuité	0 [PMT]	0	0 [PMT]	0
Entrer la valeur du taux d'intérêt effectif périodique	4 [I/Y]	4	4 [I/Y]	4
Calculer la valeur actuelle VA_0	[COMP] [PV]	82.19	[CPT] [PV]	82.19

Une série de flux constants, *T* périodes

Considérons le cas de cotisations constantes et périodiques à un régime d'épargne, c'est-à-dire plusieurs flux monétaires égaux étalés sur plusieurs périodes. Si l'épargnant s'engage à verser 1 200 \$ par année pendant 30 ans, cette cotisation s'apparente à une annuité constante : une série de flux monétaires constants sur un ensemble fini de périodes. Sa valeur actuelle est la somme des valeurs actuelles de chaque flux monétaire futur durant les 30 prochaines années. En effet, la valeur actuelle d'une annuité constante se calcule comme suit :

$$VA_0 = \frac{FM}{1+r} + \frac{FM}{(1+r)^2} + \frac{FM}{(1+r)^3} + \cdots + \frac{FM}{(1+r)^T}$$

où

VA_0 est la valeur actuelle des flux monétaires constants de $t = 1$ jusqu'à $t = T$;
FM représente l'annuité constante, soit l'ensemble des flux monétaires égaux des périodes 1, 2, 3… jusqu'à T;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
T est le nombre de versements.

En appliquant l'équation d'une suite géométrique de premier terme $\dfrac{FM}{1+r}$ et de raison $\left(\dfrac{1}{1+r}\right)$, dans laquelle le nombre de termes est égal à T, nous obtenons l'équation suivante :

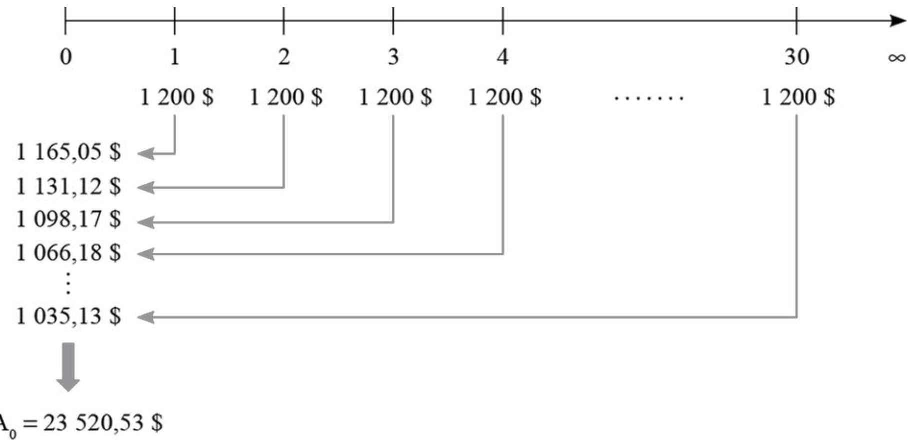
3. Dans cet ouvrage, l'information contenue dans les tableaux de calculs effectués à l'aide des calculatrices financières Sharp EL-738C et Texas Instruments BA II Plus est présentée dans le format anglo-saxon afin de correspondre à celui des calculatrices. L'utilisation de ces deux modèles a été retenue en raison de leur usage répandu et de leur efficacité, mais l'emploi d'un autre modèle n'est pas un obstacle, car la plupart des calculatrices financières possèdent des touches identiques et des fonctions similaires.
Avant de commencer à utiliser la calculatrice, il est important de s'assurer que BGN est affiché lorsque les flux monétaires sont considérés être versés en début de période, et non en fin de période, l'abréviation BGN signifiant *beginning of period*. À l'inverse, il faut s'assurer que BGN n'est pas affiché lorsque les flux monétaires sont considérés être versés en fin de période, et non en début de période.

ÉQUATION 2.7 $$VA_0 = FM \times \left(\frac{1-(1+r)^{-T}}{r} \right)$$

où

FM représente l'annuité (le flux monétaire constant et versé à la fin de chaque période pendant T périodes) ;
VA_0 représente la valeur actuelle (valeur présente) des FM à $t = 0$;
r est le taux d'intérêt ;
T est le nombre de versements.

Si, durant la période des cotisations, le taux d'intérêt est de 3 %, alors la valeur actuelle de ces cotisations est de $VA_0 = 1\,200 \times \left(\frac{1-(1+3\,\%)^{-30}}{3\,\%} \right) = 23\,520{,}53\,\$$.



L'utilisation de la calculatrice financière permet de calculer la valeur actuelle VA_0, comme cela est illustré dans le tableau 2.2.

TABLEAU 2.2 Le calcul de la valeur actuelle VA_0 d'une annuité constante avec la calculatrice financière

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Entrer le nombre de versements	30 [N]	30	30 [N]	30
Entrer la valeur future	0 [FV]	0	0 [FV]	0
Entrer la valeur de l'annuité	[+/–] 1200 [PMT]	–1200	1200 [+/–] [PMT]	–1200
Entrer la valeur du taux d'intérêt effectif périodique	3 [I/Y]	3	3 [I/Y]	3
Calculer la valeur actuelle VA_0	[COMP] [PV]	23520.53	[CPT] [PV]	23520.53

2.3.2 La valeur future

Nous commencerons par calculer la **valeur future**, appelée aussi **valeur capitalisée** ou **valeur finale**, de flux monétaires courants et futurs. Nous traiterons des cas suivants : le cas simple d'un seul flux investi ou emprunté actuellement sur une période, puis sur plusieurs périodes, et le cas de plusieurs flux monétaires courants et futurs égaux étalés dans le temps.

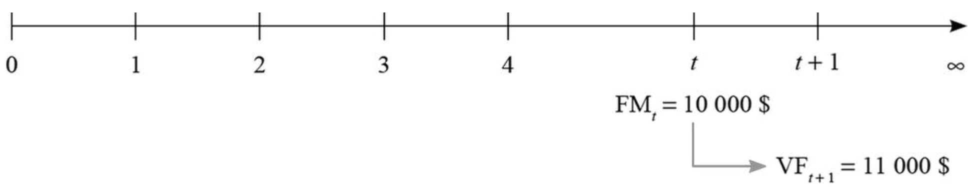
Un seul flux, une seule période

La valeur future (ou capitalisée ou finale) à la fin de la période $t + 1$ d'un montant à payer ou à recevoir à la fin de la période t est calculée comme suit :

$$VF_{t+1} = FM_t \times (1 + r)$$

où

FM_t est le flux monétaire à la fin de la période t ;
VF_{t+1} est la valeur future de FM_t à la fin de la période $t + 1$;
r est le taux d'intérêt.



Si un individu gagne à la loterie 10 000 $ actuellement et qu'il a la possibilité de l'investir au taux de 10 % par année, alors, à la fin de l'année, le montant initial augmentera et vaudra 10 000 × (1 + 10 %) = 11 000 $.

Un seul flux, *T* périodes

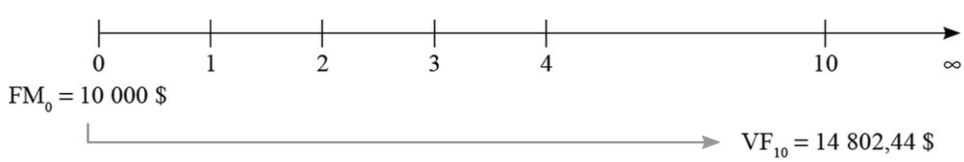
Si le gagnant au loto qui a empoché 10 000 $ actuellement décide de déposer ses gains à la banque pendant une dizaine d'années au taux d'intérêt annuel de 4 %, alors la valeur future du montant présent de 10 000 $ équivaudra à $10\ 000 \times (1 + 4\ \%)^{10} = 14\ 802{,}44$ $. En effet, le calcul de la valeur future VF_T à la fin de la période T d'un flux monétaire FM_t s'effectue avec l'équation suivante :

$$VF_T = FM_t \times (1 + r)^{T-t}$$

◂ ÉQUATION 2.8

où

FM_t est le flux monétaire à la fin de la période t ;
VF_T est la valeur future de FM_t à la fin de la période T ;
r est le taux d'intérêt.



L'utilisation de la calculatrice financière permet de calculer la valeur future VF_{10}, comme cela est illustré dans le tableau 2.3 à la page suivante.

QUESTION ÉCLAIR 2.3

Calculez la valeur accumulée d'une somme de 4 000 $ placée pendant six ans au taux d'intérêt nominal de 8 % capitalisé trimestriellement.

TABLEAU 2.3 Le calcul de la valeur future VF_{10} d'un seul flux monétaire avec la calculatrice financière

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Entrer le nombre de versements	10 N	10	10 N	10
Entrer la valeur actuelle	+/– 10000 PV	–10000	10000 +/– PV	–10000
Entrer la valeur de l'annuité	0 PMT	0	0 PMT	0
Entrer la valeur du taux d'intérêt effectif périodique	4 I/Y	4	4 I/Y	4
Calculer la valeur future VF_{10}	COMP FV	14802.44	CPT FV	14802.44

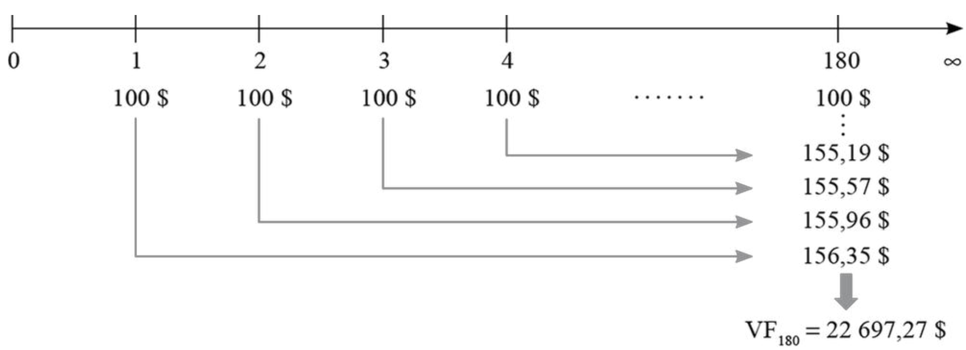
Une série de flux constants, *T* périodes

Si un individu décide d'effectuer des contributions constantes de 100 $ par mois dans un compte de placement pendant 15 ans à un taux de 0,25 % par mois, alors il s'engage à épargner une annuité constante durant 180 mois. Le calcul de la somme accumulée à l'échéance est la somme des valeurs futures de chaque flux monétaire. En effet, la valeur future d'une annuité constante se calcule comme suit :

$$VF_T = FM \times (1+r)^{T-1} + FM \times (1+r)^{T-2} + FM \times (1+r)^{T-3} + \cdots + FM$$

où

VF_T est la valeur future des flux monétaires constants de $t = 1$ jusqu'à $t = T$;
FM représente l'annuité constante, soit l'ensemble des flux monétaires égaux des périodes 1, 2, 3… jusqu'à T ;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
T est le nombre de versements.



En appliquant l'équation d'une suite géométrique de premier terme $FM \times (1 + r)^{T-1}$ et de raison $\left(\frac{1}{1+r}\right)$, dans laquelle le nombre de termes est égal à T, nous obtenons l'équation suivante :

ÉQUATION 2.9 ▶
$$VF_T = FM \times \left(\frac{(1+r)^T - 1}{r}\right)$$

où

FM représente l'annuité (le flux monétaire constant et versé à la fin de chaque période pendant T périodes) ;

VF_T représente la valeur future des FM à la fin de la période T ;
r est le taux d'intérêt ;
T est le nombre de versements.

Ainsi, l'épargnant accumulera, à la fin des 15 ans, une valeur

$$VF_{180} = 100 \times \left(\frac{(1+0{,}25\ \%)^{180} - 1}{0{,}25\ \%} \right) = 22\ 697{,}27\ \$.$$

L'utilisation de la calculatrice financière permet de calculer la valeur future VF_{180}, comme cela est illustré dans le tableau 2.4.

TABLEAU 2.4 Le calcul de la valeur future VF_{180} d'une annuité avec la calculatrice financière

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Entrer le nombre de versements	180 N	180	180 N	180
Entrer la valeur actuelle	0 PV	0	0 PV	0
Entrer la valeur de l'annuité	+/– 100 PMT	–100	100 +/– PMT	–100
Entrer la valeur du taux d'intérêt effectif périodique	0.25 I/Y	0.25	0.25 I/Y	0.25
Calculer la valeur future VF_{180}	COMP FV	22697.27	CPT FV	22697.27

2.3.3 Le nombre de paiements

Aux fins de planification financière, l'épargnant voudra connaître l'horizon d'investissement T qui lui permettra d'accumuler la somme future VF_T s'il effectue des versements périodiques et égaux de FM (annuité constante), avec un taux d'intérêt r. En effet, il cherche à calculer le nombre de paiements.

En reprenant l'exemple de l'individu qui épargne 100 $ par mois au taux de 0,25 % par mois, si son objectif est d'accumuler 32 830 $, il voudra savoir au bout de combien de mois il y parviendra. L'horizon de l'investissement T est de 240 mois, ou 20 ans.

L'utilisation de la calculatrice financière permet d'effectuer le calcul du nombre de paiements n, comme cela est illustré dans le tableau 2.5.

> **QUESTION ÉCLAIR 2.4**
>
> Vous déposez aujourd'hui 15 000 $ dans un compte bancaire. Calculez le temps nécessaire, en années, pour accumuler 20 750 $ sachant que le taux d'intérêt nominal offert par la banque est de 11 % capitalisé semestriellement.

TABLEAU 2.5 Le calcul du nombre de paiements avec la calculatrice financière

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Entrer la valeur actuelle	0 PV	0	0 PV	0
Entrer la valeur de l'annuité	+/–100 PMT	–100	100 +/– PMT	–100
Entrer la valeur du taux d'intérêt effectif périodique	0.25 I/Y	0.25	0.25 I/Y	0.25
Entrer la valeur future VF_{240}	32830 FV	32830	32830 FV	32830
Calculer le nombre de versements	COMP N	240	CPT N	240

2.3.4 Le taux d'intérêt

Un investisseur qui arrive à déterminer sa marge de manœuvre financière, donc le montant d'argent qu'il pourra épargner périodiquement, doit se soucier du taux d'intérêt auquel il place ses cotisations. S'il décide de faire des paiements périodiques constants pendant un nombre d'années prédéterminé et s'il fixe la valeur future qu'il voudra accumuler *in fine*, alors il pourra déduire le taux d'intérêt effectif périodique qui devrait avoir cours pendant son horizon d'investissement T. Il chercherait donc à déterminer le taux r.

QUESTION ÉCLAIR 2.5

Vous investissez une somme de 5 000 $ aujourd'hui et on vous promet une somme de 10 000 $ dans cinq ans. Calculez le taux d'intérêt effectif annuel offert par votre banquier.

En reprenant l'exemple de l'individu qui épargne 100 $ par mois, si son objectif est d'accumuler 25 000 $ au bout des 15 prochaines années (180 mois), il voudra savoir à quel taux d'investissement périodique il y parviendra. Le taux d'intérêt mensuel devrait être de 0,35 %.

L'utilisation de la calculatrice financière permet d'effectuer le calcul du taux d'intérêt r, comme cela est illustré dans le tableau 2.6.

TABLEAU 2.6 Le calcul du taux d'intérêt avec la calculatrice financière

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Entrer le nombre de versements	180 [N]	180	180 [N]	180
Entrer la valeur actuelle	0 [PV]	0	0 [PV]	0
Entrer la valeur de l'annuité	[+/–] 100 [PMT]	–100	100 [+/–] [PMT]	–100
Entrer la valeur future VF_{180}	25000 [FV]	25000	25000 [FV]	25000
Calculer la valeur du taux d'intérêt effectif périodique	[COMP] [I/Y]	0.35	[CPT] [I/Y]	0.35

2.4 Les annuités différentes

Dans cette section, nous considérons le cas dans lequel les flux monétaires récurrents, payés ou perçus, sont étalés dans le temps, mais ne sont pas égaux, et donc ne constituent pas une annuité constante. Nous abordons le cas particulier dans lequel les flux monétaires en question évoluent à un taux constant sur toute la période d'investissement ou d'emprunt. Nous symbolisons ce taux de croissance par g (*growth*).

2.4.1 La valeur actuelle

Dans le contexte d'un choix de projet, nous nous attelons à calculer la valeur actuelle des flux monétaires futurs qui seront dégagés dans le futur. Supposons qu'un projet génère, à la fin de la première année, un flux de trésorerie de 12 000 $ qui croîtra annuellement au taux de 5 % pendant quatre ans et dont le taux d'actualisation est de 8 %. La valeur actuelle de ses flux monétaires est la somme des valeurs actuelles de chaque flux tout au long de la durée de vie du projet, et elle est calculée comme suit :

$$VA_0 = \frac{FM_1}{1+r} + \frac{FM_2}{(1+r)^2} + \frac{FM_3}{(1+r)^3} + \cdots + \frac{FM_T}{(1+r)^T}$$

où

VA_0 est la valeur actuelle des flux monétaires croissants de $t = 1$ jusqu'à $t = T$;
$FM_1, FM_2, FM_3, \ldots, FM_T$ représentent les flux monétaires des périodes 1, 2, 3… jusqu'à T;

r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
T est le nombre de versements.

Si on réécrit les flux monétaires en considérant le taux de croissance constant g, alors :

$$\begin{aligned}
FM_2 &= FM_1 \times (1+g) \\
FM_3 &= FM_2 \times (1+g) = FM_1 \times (1+g)^2 \\
&\vdots \\
FM_T &= FM_{T-1} \times (1+g) = FM_1 \times (1+g)^{T-1}
\end{aligned}$$

Ainsi, la valeur actuelle d'une annuité croissante peut s'écrire comme suit :

$$VA_0 = \frac{FM_1}{1+r} + \frac{FM_1 \times (1+g)}{(1+r)^2} + \frac{FM_1 \times (1+g)^2}{(1+r)^3} + \cdots + \frac{FM_1 \times (1+g)^{T-1}}{(1+r)^T}$$

où

VA_0 est la valeur actuelle des flux monétaires croissants de $t = 1$ jusqu'à $t = T$;
FM_1 représente le flux monétaire de la période 1 ;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
g est le taux de croissance constant des flux monétaires FM_1, FM_2, FM_3, …, FM_T;
T est le nombre de versements.

Selon notre exemple :

$$FM_2 = 12\ 000 \times (1 + 5\ \%) = 12\ 600\ \$$$

$$FM_3 = 12\ 000 \times (1 + 5\ \%)^2 = 13\ 230\ \$$$

$$FM_4 = 12\ 000 \times (1 + 5\ \%)^3 = 13\ 892\ \$$$

$$VA_0 = \frac{12\ 000}{1 + 8\ \%} + \frac{12\ 600}{(1 + 8\ \%)^2} + \frac{13\ 230}{(1 + 8\ \%)^3} + \frac{13\ 892}{(1 + 8\ \%)^4} = 42\ 627\ \$$$

En appliquant l'équation d'une suite géométrique de premier terme $\frac{FM_1}{1+r}$ et de raison $\left(\frac{1+g}{1+r}\right)$, dans laquelle le nombre de termes est égal à T, nous obtenons l'équation suivante :

$$VA_0 = FM_1 \times \left(\frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+r} \right)^T}{r - g} \right)$$

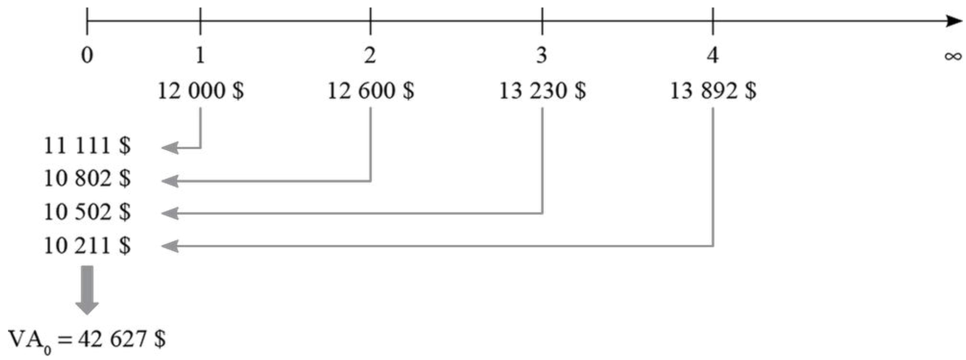
ÉQUATION 2.10

où

VA_0 est la valeur actuelle des flux monétaires croissants de $t = 1$ jusqu'à $t = T$;
FM_1 est le flux monétaire versé à $t = 1$;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
g est le taux de croissance des flux monétaires ;
T est le nombre de versements.

Ainsi, la valeur actuelle des flux de trésorerie du projet est égale à

$$VA_0 = 12\ 000 \times \left(\frac{1 - \left(\frac{1 + 5\ \%}{1 + 8\ \%} \right)^4}{8\ \% - 5\ \%} \right) = 42\ 627\ \$.$$



2.4.2 La valeur future

L'annuité croissante à taux constant représente une série de flux monétaires qui augmentent à un taux constant (g). Le calcul de sa valeur future s'effectue comme suit :

$$VF_T = FM_1 \times (1+r)^{T-1} + FM_2 \times (1+r)^{T-2} + FM_3 \times (1+r)^{T-3} + \cdots + FM_T$$

où

VF_T est la valeur future des flux monétaires croissants de $t = 1$ jusqu'à $t = T$;
FM_1, FM_2, FM_3, …, FM_T représentent les flux monétaires des périodes 1, 2, 3… jusqu'à T;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
T est le nombre de versements.

Si on réécrit les flux monétaires en considérant le taux de croissance constant g, alors :

$$\begin{aligned} FM_2 &= FM_1 \times (1+g) \\ FM_3 &= FM_2 \times (1+g) = FM_1 \times (1+g)^2 \\ &\vdots \\ FM_T &= FM_{T-1} \times (1+g) = FM_1 \times (1+g)^{T-1} \end{aligned}$$

Alors, la valeur future d'une annuité croissante peut s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} VF_T = FM_1 \times (1+r)^{T-1} &+ FM_1 \times (1+g) \times (1+r)^{T-2} \\ &+ FM_1 \times (1+g)^2 \times (1+r)^{T-3} \\ &+ \cdots + FM_1 \times (1+g)^{T-1} \end{aligned}$$

où

VF_T est la valeur future des flux monétaires croissants de $t = 1$ jusqu'à $t = T$;
FM_1 représente le flux monétaire de la période 1 ;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
g est le taux de croissance constant des flux monétaires $FM_1, FM_2, FM_3, \ldots, FM_T$;
T est le nombre de versements.

Ainsi, en reprenant l'exemple de la sous-section 2.4.1 (*voir p. 32*), la valeur future des flux de trésorerie dégagés par le projet est égale à $VF_4 = 12\,000 \times (1+8)^3 + 12\,600 \times (1+8\ \%)^2 + 13\,230 \times (1+8\ \%)^1 + 13\,892 = 57\,993$ $.

En appliquant l'équation d'une suite géométrique de premier terme $FM_1 \times (1 + r)^{T-1}$ et de raison $\left(\frac{1+g}{1+r}\right)$, dans laquelle le nombre de termes est égal à T, nous obtenons l'équation suivante :

$$\mathrm{VF}_T = \mathrm{FM}_1 \times (1+g)^T \times \left(\frac{\left(\frac{1+r}{1+g}\right)^T - 1}{r-g} \right)$$

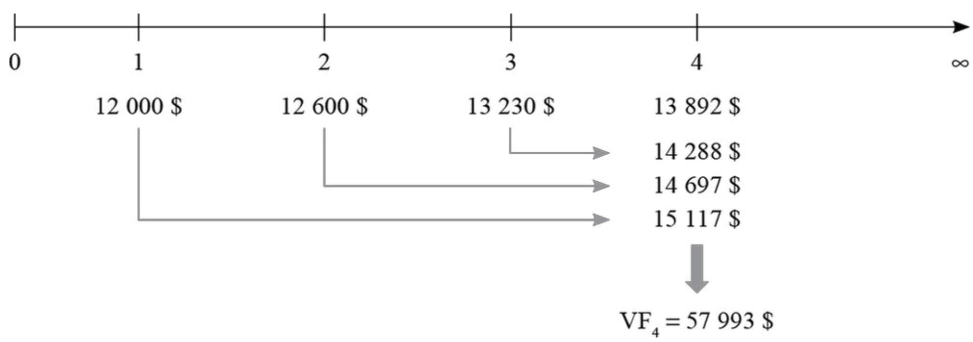
◂ ÉQUATION 2.11

où

VF_T est la valeur future des flux monétaires croissants de $t = 1$ jusqu'à $t = T$;
FM_1 est le flux monétaire versé à $t = 1$;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
g est le taux de croissance des flux monétaires ;
T est le nombre de versements.

Ainsi :

$$\mathrm{VF}_4 = 12\,000 \times (1+5\,\%)^4 \times \left(\frac{\left(\frac{1+8\,\%}{1+5\,\%}\right)^4 - 1}{8\,\% - 5\,\%} \right) = 57\,993\ \$$$



2.4.3 La valeur de l'annuité équivalente

Dans cette sous-section, nous visons l'évaluation d'une annuité théorique constante équivalente à une série finie de flux monétaires différents. D'abord, nous calculons cette annuité équivalente à partir de la valeur actuelle d'une annuité croissante. Ensuite, nous effectuons le même exercice à partir de la valeur future de cette même annuité croissante.

La valeur actuelle des flux monétaires

Le calcul de l'annuité équivalente donne une idée de la valeur de l'annuité constante qui permettrait de réaliser la valeur actuelle VA_0 :

$$\mathrm{VA}_0 = \mathrm{FM}_1 \times \left(\frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+r}\right)^T}{r-g} \right) = \mathrm{AE} \times \left(\frac{1-(1+r)^{-T}}{r} \right)$$

où

VA_0 est la valeur actuelle des flux monétaires croissants de $t = 1$ jusqu'à $t = T$;
FM_1 représente le flux monétaire de la période 1 ;
AE représente l'annuité équivalente ;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
g est le taux de croissance des flux monétaires ;
T est le nombre de versements.

En reprenant l'exemple du projet générant les flux monétaires croissants au taux de 5 % sur quatre ans, dont la valeur actuelle est de 42 627 $ et dont le taux d'actualisation est de 8 %, nous pouvons estimer le flux monétaire annuel équivalent grâce à l'égalité qui précède. Ainsi, le flux de trésorerie annuel équivalent est de 12 870 $.

L'utilisation de la calculatrice financière permet de calculer l'annuité équivalente AE, comme cela est illustré dans le tableau 2.7.

TABLEAU 2.7 Le calcul de l'annuité équivalente AE avec la calculatrice financière à partir de la valeur actuelle d'une série de flux monétaires différents

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Entrer le nombre de versements	4 [N]	4	4 [N]	4
Entrer la valeur actuelle	[+/–] 42627 [PV]	–42627	42627 [+/–] [PV]	–42627
Entrer la valeur du taux d'intérêt effectif périodique	8 [I/Y]	8	8 [I/Y]	8
Entrer la valeur future VF_4	0 [FV]	0	0 [FV]	0
Calculer la valeur de l'annuité équivalente AE	[COMP] [PMT]	12870	[CPT] [PMT]	12870

La valeur future des flux monétaires

Le calcul de l'annuité équivalente donne une idée de la valeur de l'annuité constante qui permettrait d'accumuler la valeur future VF_T :

$$VF_T = FM_1 \times (1+g)^T \times \left(\frac{\left(\frac{1+r}{1+g}\right)^T - 1}{r-g} \right) = AE \times \left(\frac{(1+r)^T - 1}{r} \right)$$

où

VF_T est la valeur future des flux monétaires croissants de $t = 1$ jusqu'à $t = T$;
FM_1 représente le flux monétaire de la période 1 ;
AE représente l'annuité équivalente ;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
g est le taux de croissance des flux monétaires ;
T est le nombre de versements.

En reprenant l'exemple du projet générant les flux monétaires croissants au taux de 5 % sur quatre ans, dont la valeur future est de 57 993 $ et dont le taux d'actualisation est de 8 %, nous pouvons estimer le flux monétaire annuel équivalent grâce à l'égalité ci-dessus. Nous trouvons un flux de trésorerie annuel équivalent de 12 870 $.

L'utilisation de la calculatrice financière permet de calculer l'annuité équivalente AE, comme cela est illustré dans le tableau 2.8.

TABLEAU 2.8 Le calcul de l'annuité équivalente AE avec la calculatrice financière à partir de la valeur future d'une série de flux monétaires différents

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Entrer le nombre de versements	4 [N]	4	4 [N]	4
Entrer la valeur actuelle de l'annuité croissante	0 [PV]	0	0 [PV]	0
Entrer la valeur du taux d'intérêt effectif périodique	8 [I/Y]	8	8 [I/Y]	8
Entrer la valeur future VF_4	[+/–] 57993 [FV]	–57993	57993 [+/–] [FV]	–57993
Calculer la valeur de l'annuité équivalente AE	[COMP] [PMT]	12870	[CPT] [PMT]	12870

2.4.4 Le taux d'intérêt

Afin de calculer le taux d'intérêt qui permet d'obtenir une valeur actuelle VA_0 à partir d'annuités croissantes à un taux constant g, nous aurons recours à la méthode d'**interpolation linéaire**. Cette dernière suppose que la relation entre VA_0 et les flux monétaires est une fonction linéaire de la forme $y = ax + b$

où

y représente VA_0 ;
x représente le taux d'intérêt r ;
a est la pente de l'équation ;
b est égal à $FM_1 \times \left(\frac{(1+g)^T - 1}{g} \right)$.

L'interpolation linéaire consiste en trois étapes :

Étape 1 : Choisir une valeur de taux d'intérêt r_1 qui sera utilisée pour calculer la valeur actuelle de l'annuité croissante au taux constant g. Le taux choisi devrait donner une valeur $VA_0^{(1)}$ inférieure à VA_0.

Étape 2 : Choisir une valeur de taux d'intérêt r_2 qui sera aussi utilisée pour calculer la valeur actuelle de l'annuité croissante au taux constant g. Le taux choisi devrait donner une valeur $VA_0^{(2)}$ supérieure à VA_0.

Étape 3 : Résoudre l'équation suivante :

$$\frac{r - r_1}{r_2 - r_1} = \frac{VA_0 - VA_0^{(1)}}{VA_0^{(2)} - VA_0^{(1)}}$$

Ainsi, le calcul du taux d'intérêt par interpolation linéaire s'effectue à l'aide de l'équation suivante :

$$r = \left[\left(\frac{VA_0 - VA_0^{(1)}}{VA_0^{(2)} - VA_0^{(1)}} \right) \times \left(r_2 - r_1 \right) \right] + r_1$$

◂ ÉQUATION 2.12

En reprenant l'exemple du projet dont le flux monétaire à la fin de la première année est de 1 200 \$, croissant au taux de 5 % pour les quatre années à venir, si nous visons une valeur actuelle des flux de 42 627 \$, alors nous pouvons utiliser la méthode d'interpolation linéaire afin d'estimer le taux d'actualisation nécessaire.

Étape 1 : $r_1 = 8{,}5\ \%$, donc $VA_0^{(1)} = 42\,145\ \$$

Étape 2 : $r_2 = 7{,}5\ \%$, donc $VA_0^{(2)} = 43\,118\ \$$

Étape 3 : $r = \left[\left(\dfrac{42\,627 - 42\,145}{43\,118 - 42\,145}\right) \times \left(7{,}5\ \% - 8{,}5\ \%\right)\right] + 8{,}5\ \% = 8\ \%$

Le même raisonnement s'applique aussi lorsque nous sommes dans un contexte de capitalisation. Nous pouvons utiliser la méthode d'interpolation linéaire lorsque nous cherchons à estimer le taux d'intérêt effectif pour atteindre une valeur future VF_T si nous plaçons une annuité croissante à un taux constant g sur une période T (nombre de versements). Il suffit de suivre les trois étapes décrites ci-dessus.

2.5 Les annuités de début de période

Toutes les équations vues précédemment supposent que la série de flux monétaires commence à $t = 1$, c'est-à-dire en fin de période. Dans ce qui suit, nous supposerons qu'un individu commence à effectuer ses placements en début de période.

2.5.1 La valeur actuelle

La valeur actuelle d'une annuité constante (croissante) de début de période est égale à la valeur actuelle d'une annuité constante (croissante) de fin de période multipliée par $(1 + r)$. Dans ce qui suit, nous utiliserons les équations 2.13 et 2.14 (*voir p. 40*) pour confirmer cette relation.

L'annuité constante

Si l'individu fait un paiement de 100 \$ au début de chaque mois pendant cinq ans au taux d'intérêt effectif mensuel de 0,25 %, alors la valeur actuelle de son investissement est calculée comme suit :

$$VA_0 = FM + \frac{FM}{1+r} + \frac{FM}{(1+r)^2} + \frac{FM}{(1+r)^3} + \cdots + \frac{FM}{(1+r)^{T-1}}$$

où

VA_0 est la valeur actuelle des flux monétaires constants de $t = 0$ jusqu'à $t = T - 1$;
FM représente l'annuité constante, soit les flux monétaires égaux des périodes 0, 1, 2, 3… jusqu'à $T - 1$;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
T est le nombre de versements.

$$VA_0 = 100 + \frac{100}{1+0{,}25\ \%} + \frac{100}{(1+0{,}25\ \%)^2} + \frac{100}{(1+0{,}25\ \%)^3} + \cdots + \frac{100}{(1+0{,}25\ \%)^{59}} = 5\,579\ \$$$

En appliquant l'équation d'une suite géométrique de premier terme FM et de raison $\left(\dfrac{1}{1+r}\right)$, dans laquelle le nombre de termes est égal à T, nous obtenons l'équation suivante :

ÉQUATION 2.13

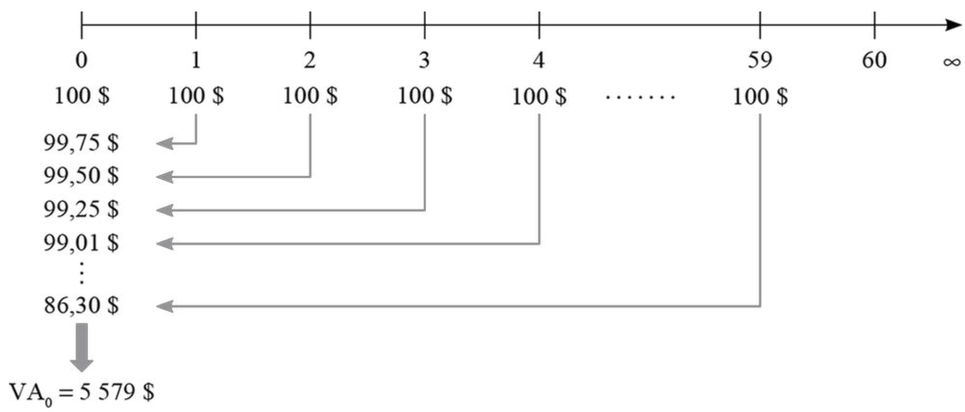
$$VA_0 = FM \times \left(1+r\right) \times \left(\frac{1-\left(1+r\right)^{-T}}{r}\right)$$

où

FM représente l'annuité (le flux monétaire constant et versé au début de chaque période pendant T périodes) ;
VA_0 représente la valeur actuelle (valeur présente) des FM à $t = 0$;
r est le taux d'intérêt ;
T est le nombre de versements.

Ainsi :

$$VA_0 = 100 \times (1 + 0{,}25\ \%) \times \left(\frac{1 - (1 + 0{,}25\ \%)^{-60}}{0{,}25\ \%} \right) = 5\ 579\ \$$$



L'utilisation de la calculatrice financière permet de calculer la valeur actuelle VA_0, comme cela est illustré dans le tableau 2.9.

TABLEAU 2.9 Le calcul de la valeur actuelle VA_0 d'une annuité de début de période avec la calculatrice financière

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Entrer le nombre de versements	60 N	60	60 N	60
Entrer la valeur de l'annuité	+/– 100 PMT	–100	100 +/– PMT	–100
Entrer la valeur du taux d'intérêt effectif périodique	0.25 I/Y	0.25	0.25 I/Y	0.25
Entrer la valeur future VF_{60}	0 FV	0	0 FV	0
Calculer la valeur actuelle	COMP PV	5579	CPT PV	5579

L'annuité croissante

L'annuité croissante de début de période représente une série de flux monétaires qui commencent à $t = 0$ et qui se terminent à $T - 1$ en augmentant à un taux constant (g).

Supposons qu'un individu fait actuellement (à $t = 0$) un placement de 100 $ qu'il fait croître au taux mensuel de 0,1 % au début de chaque mois, et ce, pendant cinq ans, avec un taux d'intérêt effectif mensuel de 0,25 %. Alors, la valeur actuelle se calculera comme suit :

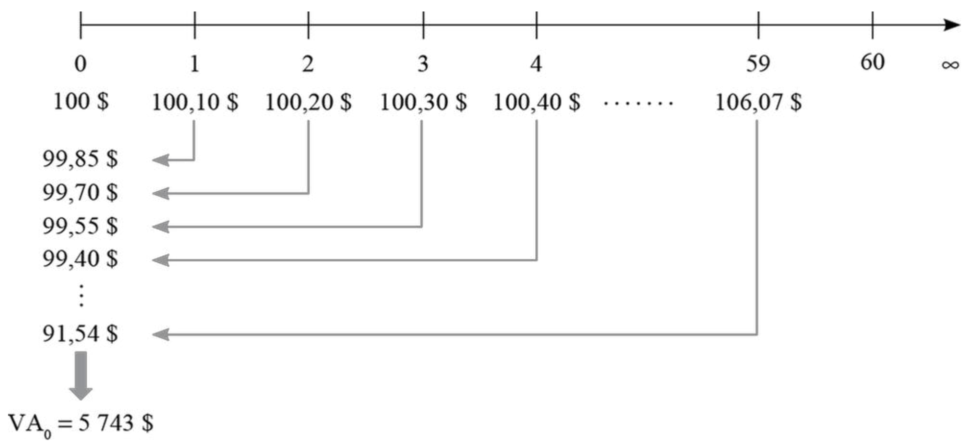
$$VA_0 = FM_0 + \frac{FM_0 \times (1+g)}{1+r} + \frac{FM_0 \times (1+g)^2}{(1+r)^2} + \frac{FM_0 \times (1+g)^3}{(1+r)^3} + \cdots + \frac{FM_0 \times (1+g)^{T-1}}{(1+r)^{T-1}}$$

où

VA_0 est la valeur actuelle des flux monétaires croissants de $t = 0$ jusqu'à $t = T - 1$;
FM_0 représente le flux monétaire de la période 0 ;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
g est le taux de croissance constant des flux monétaires FM_0, FM_1, FM_2, FM_3, …, FM_{T-1} ;
T est le nombre de versements.

Ainsi :

$$VA_0 = 100 + \frac{100 \times (1 + 0{,}1\ \%)}{1 + 0{,}25\ \%} + \frac{100 \times (1 + 0{,}1\ \%)^2}{(1 + 0{,}25\ \%)^2} + \frac{100 \times (1 + 0{,}1\ \%)^3}{(1 + 0{,}25\ \%)^3} + \cdots + \frac{100 \times (1 + 0{,}1\ \%)^{59}}{(1 + 0{,}25\ \%)^{59}} = 5\ 743\ \$$$



En appliquant l'équation d'une suite géométrique de premier terme FM_0 et de raison $\left(\frac{1+g}{1+r}\right)$, dans laquelle le nombre de termes est égal à T, nous obtenons l'équation suivante :

ÉQUATION 2.14 ▸
$$VA_0 = FM_0 \times (1 + r) \times \left(\frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+r}\right)^T}{r - g} \right)$$

où

VA_0 est la valeur actuelle des flux monétaires croissants de $t = 0$ jusqu'à $t = T - 1$;
FM_0 est le flux monétaire versé à $t = 0$;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
g est le taux de croissance des flux monétaires ;
T est le nombre de versements.

Ainsi :

$$VA_0 = 100 \times (1 + 0{,}25\ \%) \times \left(\frac{1 - \left(\frac{1 + 0{,}1\ \%}{1 + 0{,}25\ \%}\right)^{60}}{0{,}25\ \% - 0{,}1\ \%} \right) = 5\ 743\ \$$$

2.5.2 La valeur future

La valeur future d'une annuité constante (croissante) de début de période est égale à la valeur actuelle d'une annuité constante (croissante) de fin de période multipliée par $(1 + r)$. Dans ce qui suit, nous utiliserons les équations 2.15 et 2.16 (*voir p. 43*) pour confirmer cette relation.

L'annuité constante

La valeur future d'une annuité constante de début de période se calcule comme suit :

$$VF_T = FM \times (1+r)^T + FM \times (1+r)^{T-1} + FM \times (1+r)^{T-2} + \cdots + FM \times (1+r)$$

où

VF_T est la valeur future des flux monétaires constants de $t = 0$ jusqu'à $t = T - 1$;
FM représente l'annuité constante, soit l'ensemble des flux monétaires égaux des périodes 0, 1, 2, 3… jusqu'à $T - 1$;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
T est le nombre de versements.

En appliquant l'équation d'une suite géométrique de premier terme $FM \times (1 + r)^T$ et de raison $\left(\frac{1}{1+r}\right)$, dans laquelle le nombre de termes est égal à T, nous obtenons l'équation suivante :

$$VF_T = FM \times \left(1+r\right) \times \left(\frac{\left(1+r\right)^T - 1}{r}\right)$$

ÉQUATION 2.15

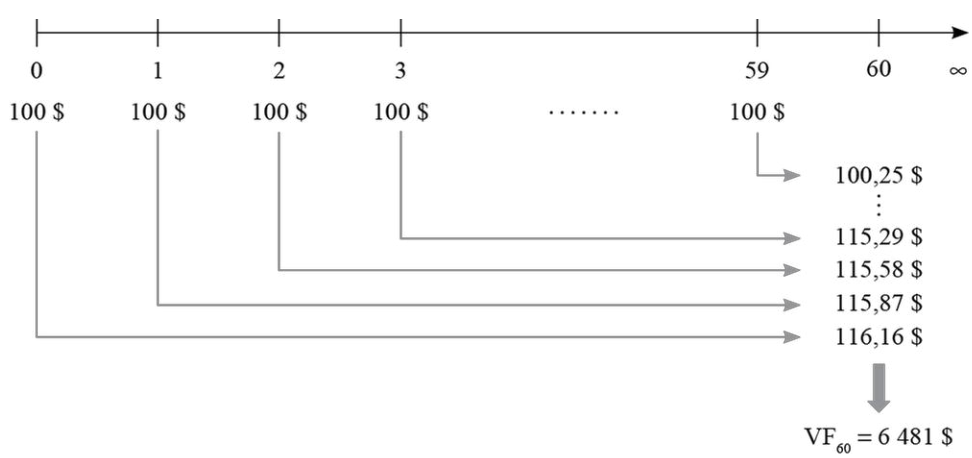
où

FM représente l'annuité (le flux monétaire constant et versé au début de chaque période pendant T périodes) ;
VF_T représente la valeur future des FM à la fin de la période $T - 1$;
r est le taux d'intérêt ;
T est le nombre de versements.

Ainsi, au bout de cinq ans (60 mois), la valeur finale des placements égaux de 100 $ de début de période au taux d'intérêt effectif mensuel de 0,25 % est de :

$$VF_{60} = 100 \times \left(1 + 0{,}25\ \%\right) \times \left(\frac{\left(1+0{,}25\ \%\right)^{60} - 1}{0{,}25\ \%}\right)$$

$$VF_{60} = 6\ 481\ \$$$



L'utilisation de la calculatrice permet de calculer la valeur future VF_T, comme cela est illustré dans le tableau 2.10.

TABLEAU 2.10 Le calcul de la valeur future VF_T d'une annuité de début de période avec la calculatrice financière

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Entrer le nombre de versements	60 N	60	60 N	60
Entrer la valeur de l'annuité	+/– 100 PMT	–100	100 +/– PMT	–100
Entrer la valeur du taux d'intérêt effectif périodique	0.25 I/Y	0.25	0.25 I/Y	0.25
Entrer la valeur actuelle	0 PV	0	0 PV	0
Calculer la valeur future	COMP FV	6481	CPT FV	6481

L'annuité croissante

L'annuité croissante à taux constant représente une série de flux monétaires qui augmentent à un taux constant (g). Si les placements versés au début du mois commencent par une somme de 100 $ et croissent au taux mensuel de 0,1 % avec un taux d'intérêt effectif mensuel de 0,25 %, et ce, sur cinq ans, alors leur valeur future sera calculée comme suit :

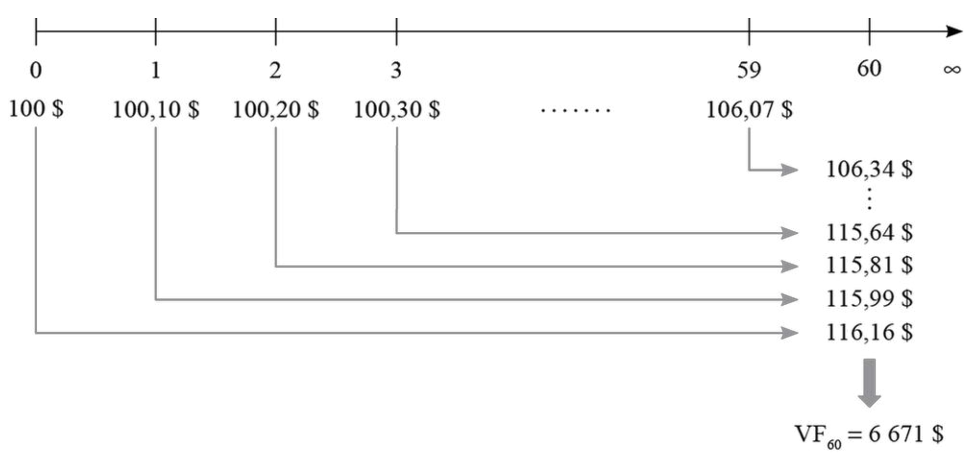
$$VF_T = FM_0 \times (1+r)^T + FM_1 \times (1+r)^{T-1} + FM_2 \times (1+r)^{T-2} + \cdots + FM_{T-1} \times (1+r)$$

où

VF_T est la valeur future des flux monétaires croissants de $t = 0$ jusqu'à $t = T - 1$;
FM_0, FM_1, FM_2, …, FM_{T-1} représentent les flux monétaires des périodes 0, 1, 2… jusqu'à $T - 1$;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
T est le nombre de versements.

Ainsi :

$$VF_{60} = 100 \times (1 + 0,25\ \%)^{60} + 100,25 \times (1 + 0,25\ \%)^{59} + 100,50 \times (1 + 0,25\ \%)^{58} + \cdots + 106,07 \times (1 + 0,25\ \%) = 6\ 671\ \$$$



Si on réécrit les flux monétaires en considérant le taux de croissance constant g, et en appliquant l'équation d'une suite géométrique de premier terme $FM_0 \times (1 + r)^T$ et de raison $\left(\frac{1+g}{1+r}\right)$, dans laquelle le nombre de termes est égal à T, nous obtenons l'équation suivante :

$$VF_T = FM_0 \times (1+r) \times (1+g)^T \times \left(\frac{\left(\frac{1+r}{1+g}\right)^T - 1}{r-g} \right)$$

ÉQUATION 2.16

où

VF_T est la valeur future des flux monétaires croissants de $t = 1$ jusqu'à $t = T - 1$;
FM_0 est le flux monétaire versé à $t = 0$;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
g est le taux de croissance des flux monétaires ;
T est le nombre de versements.

Ainsi :

$$VF_T = 100 \times (1 + 0{,}25\ \%) \times (1 + 0{,}1\ \%)^{60} \times \left(\frac{\left(\frac{1+0{,}25\ \%}{1+0{,}1\ \%}\right)^{60} - 1}{0{,}25\ \% - 0{,}1\ \%} \right) = 6\ 671\ \$$$

2.5.3 La valeur de l'annuité équivalente

Dans cette sous-section, nous visons l'évaluation d'une annuité théorique constante équivalente à une série finie de flux monétaires différents de début de période. D'abord, nous calculons cette annuité équivalente à partir de la valeur actuelle d'une annuité croissante. Ensuite, nous effectuons le même exercice à partir de la valeur future de cette même annuité croissante.

La valeur actuelle des flux monétaires

Le calcul de l'annuité équivalente donne la valeur de l'annuité constante qui permettrait de réaliser la valeur actuelle VA_0 :

$$VA_0 = FM_0 \times (1+r) \times \left(\frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+r}\right)^T}{r-g} \right) = AE \times (1+r) \times \left(\frac{1-(1+r)^{-T}}{r} \right)$$

où

VA_0 est la valeur actuelle des flux monétaires croissants de $t = 0$ jusqu'à $t = T - 1$;
FM_0 représente le flux monétaire de la période 0 ;
AE représente l'annuité équivalente ;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
g est le taux de croissance des flux monétaires ;
T est le nombre de versements.

Dans le cadre de l'exemple des placements mensuels de début de période commençant par un montant de 100 \$ et augmentant au taux mensuel de 0,1 % avec un taux d'intérêt effectif mensuel de 0,25 %, et ce, sur cinq ans, et une VA_0 de 5 743 \$, l'annuité équivalente à cette annuité croissante se calcule comme suit :

$$5\,743\,\$ = AE \times (1 + 0{,}25\,\%) \times \left(\frac{1 - (1 + 0{,}25\,\%)^{-60}}{0{,}25\,\%} \right)$$

$$AE = 102{,}94\,\$$$

L'utilisation de la calculatrice financière permet de calculer l'annuité équivalente AE, comme cela est illustré dans le tableau 2.11.

TABLEAU 2.11 Le calcul de l'annuité équivalente AE de début de période, à partir de la valeur actuelle, avec la calculatrice financière

Instruction	Sharp EL-738 C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Entrer le nombre de versements	60 [N]	60	60 [N]	60
Entrer la valeur actuelle	[+/–] 5743 [PV]	–5743	5743 [+/–] [PV]	–5743
Entrer la valeur future de l'annuité croissante	0 [FV]	0	0 [FV]	0
Entrer la valeur du taux d'intérêt effectif périodique	0.25 [I/Y]	0.25	0.25 [I/Y]	0.25
Calculer la valeur de l'annuité équivalente AE	[COMP] [PMT]	102.93	[CPT] [PMT]	102.94

La valeur future des flux monétaires

Le calcul de l'annuité équivalente donne la valeur de l'annuité constante qui permettrait d'accumuler la valeur future VF_T :

$$VF_T = FM_0 \times (1 + r) \times (1 + g)^T \times \left(\frac{\left(\frac{1 + r}{1 + g} \right)^T - 1}{r - g} \right) = AE \times (1 + r) \times \left(\frac{(1 + r)^T - 1}{r} \right)$$

où

VF_T est la valeur future des flux monétaires croissants de $t = 0$ jusqu'à $t = T - 1$;
FM_0 représente le flux monétaire de la période 0 ;
AE représente l'annuité équivalente ;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
g est le taux de croissance des flux monétaires ;
T est le nombre de versements.

Dans le cadre de l'exemple des placements mensuels de début de période commençant par un montant de 100 \$ et augmentant au taux mensuel de 0,1 % avec un taux d'intérêt effectif mensuel de 0,25 %, et ce, sur cinq ans (60 mois), et une VF_{60} de 6 671 \$, l'annuité équivalente à cette annuité croissante se calcule comme suit :

$$6\,671\,\$ = AE \times (1 + 0{,}25\,\%) \times \left(\frac{(1 + 0{,}25\,\%)^{60} - 1}{0{,}25\,\%} \right)$$

$$AE = 102{,}94\,\$$$

L'utilisation de la calculatrice financière permet de calculer l'annuité équivalente AE, comme cela est illustré dans le tableau 2.12.

TABLEAU 2.12 Le calcul de l'annuité équivalente AE de début de période, à partir de la valeur future, avec la calculatrice financière

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Entrer le nombre de versements	60 [N]	60	60 [N]	60
Entrer la valeur future	[+/–] 6671 [FV]	–6671	6671 [+/–] [FV]	–6671
Entrer la valeur actuelle de l'annuité croissante	0 [PV]	0	0 [PV]	0
Entrer la valeur du taux d'intérêt effectif périodique	0.25 [I/Y]	0.25	0.25 [I/Y]	0.25
Calculer la valeur de l'annuité équivalente AE	[COMP] [PMT]	102.93	[CPT] [PMT]	102.93

2.5.4 Le taux d'intérêt

Afin de calculer le taux d'intérêt qui permet d'obtenir une valeur actuelle VA_0 à partir d'annuités croissantes à un taux constant g versées en début de période, nous aurons recours à la méthode d'interpolation linéaire, comme avec les annuités versées en fin de période. Avec cette méthode, la relation entre VA_0 et les flux monétaires est censée être de la forme $y = ax + b$

où

y représente VA_0 ;
x représente le taux d'intérêt r ;
a est la pente de l'équation ;

b est égal à $FM_0 \times \left(\dfrac{(1+g)^T - 1}{g}\right)$.

L'interpolation linéaire consiste en trois étapes :
Étape 1 : Choisir un taux d'intérêt r_1 qui donne une valeur actuelle $VA_0^{(1)}$ inférieure à VA_0.
Étape 2 : Choisir un taux d'intérêt r_2 qui donne une valeur actuelle $VA_0^{(2)}$ supérieure à VA_0.
Étape 3 : Résoudre l'équation suivante :

$$\frac{r - r_1}{r_2 - r_1} = \frac{VA_0 - VA_0^{(1)}}{VA_0^{(2)} - VA_0^{(1)}}$$

Ainsi :

$$r = \left[\left(\frac{VA_0 - VA_0^{(1)}}{VA_0^{(2)} - VA_0^{(1)}}\right) \times \left(r_2 - r_1\right)\right] + r_1$$

Dans le cadre de notre exemple de placements mensuels de début de période commençant par un montant de 100 $ et augmentant au taux mensuel de 0,1 % sur cinq ans (60 mois) et égalisant une valeur actuelle VA_0 de 5 743 $, l'application de la méthode d'interpolation linéaire donne le résultat suivant :

Étape 1 : $r_1 = 0{,}3\ \%$, donc $VA_0^{(1)} = 5\,660\ \$$

Étape 2 : $r_2 = 0{,}2\ \%$, donc $VA_0^{(2)} = 5\,827\ \$$

$$\text{Étape 3} : r = \left[\left(\frac{5\,743 - 5\,660}{5\,827 - 5\,660}\right) \times \left(0{,}2\,\% - 0{,}3\,\%\right)\right] + 0{,}3\,\% = 0{,}25\,\%$$

Le même raisonnement et la même méthode s'appliquent aussi lorsque nous sommes dans un contexte de capitalisation.

2.6 Les annuités différées

Les **annuités différées** sont des paiements dont les versements débuteront à une période ultérieure à la période 1. Nous supposerons qu'ils commenceront à être versés à la période t et qu'ils prendront fin à la période T.

2.6.1 La valeur actuelle

Dans cette sous-section, nous calculons la valeur actuelle des annuités différées constantes et croissantes. Le principe d'actualisation reste le même que précédemment. Cependant, la différence majeure réside dans le fait que pendant un nombre de périodes, les flux monétaires sont nuls, et donc leurs valeurs actuelles sont aussi nulles. Ainsi, l'actualisation des flux débute de façon différée.

Les annuités constantes

Supposons qu'un individu s'attend à recevoir un versement de 1 200 \$ à la fin de chaque année à partir de la cinquième année à venir, et ce, pendant 10 ans, au taux annuel de 3 %. La valeur actuelle de cette annuité constante, qui débute à la période t (5 ans) et s'étale jusqu'à la période T (14 ans), se calcule comme suit :

$$\mathrm{VA}_0 = \frac{\mathrm{FM}}{(1+r)^t} + \frac{\mathrm{FM}}{(1+r)^{t+1}} + \frac{\mathrm{FM}}{(1+r)^{t+2}} + \cdots + \frac{\mathrm{FM}}{(1+r)^T}$$

où

VA_0 est la valeur actuelle des flux monétaires constants de t jusqu'à T ;
FM représente l'annuité constante : les flux monétaires égaux des périodes t jusqu'à T ;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
$T - t + 1$ est le nombre de versements.

Ainsi :

$$\mathrm{VA}_0 = \frac{1\,200}{(1+3\,\%)^5} + \frac{1\,200}{(1+3\,\%)^6} + \frac{1\,200}{(1+3\,\%)^7} + \cdots + \frac{1\,200}{(1+3\,\%)^{14}} = 9\,095\ \$$$

En appliquant l'équation d'une suite géométrique de premier terme $\frac{\mathrm{FM}}{(1+r)^t}$ et de raison $\left(\frac{1}{1+r}\right)$, dans laquelle le nombre de termes est égal à $T - t + 1$, nous obtenons l'équation suivante :

ÉQUATION 2.17

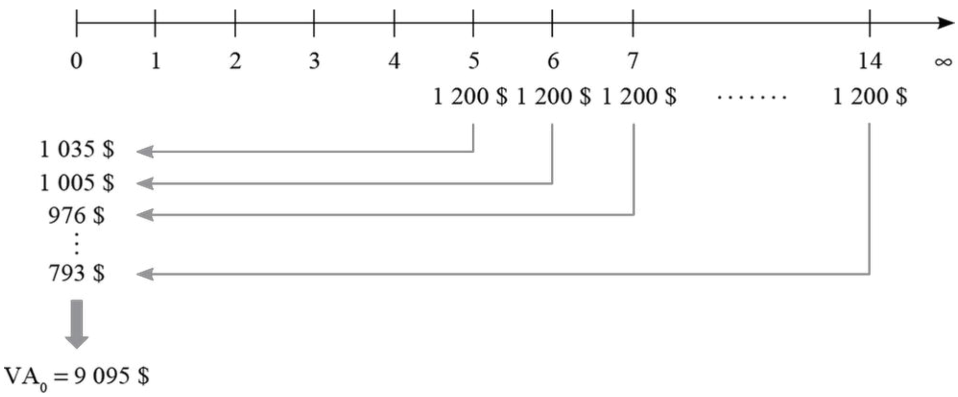
$$\mathrm{VA}_0 = \frac{\mathrm{FM}}{\left(1+r\right)^{t-1}} \times \left(\frac{1-\left(1+r\right)^{-(T-t+1)}}{r}\right)$$

où

FM représente l'annuité constante : le flux monétaire constant et versé à la fin de chaque période pendant $(T - t + 1)$ périodes ;
VA_0 représente la valeur actuelle (valeur présente) des FM à $t = 0$;
r est le taux d'intérêt ;
$T - t + 1$ est le nombre de versements.

Ainsi :

$$VA_0 = \frac{1\,200}{(1+3\,\%)^4} \times \left(\frac{1-(1+3\,\%)^{-10}}{3\,\%}\right) = 9\,095\ \$$$



L'utilisation de la calculatrice financière permet de calculer la valeur actuelle VA_0, comme cela est illustré dans le tableau 2.13.

TABLEAU 2.13 Le calcul de la valeur actuelle VA_0 d'une annuité différée avec la calculatrice financière

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Entrer le nombre de versements	10 N	10	10 N	10
Entrer la valeur future	0 FV	0	0 FV	0
Entrer la valeur de l'annuité	+/– 1200 PMT	–1200	1200 +/– PMT	–1200
Entrer la valeur du taux d'intérêt effectif périodique	3 I/Y	3	3 I/Y	3
Calculer la valeur actuelle VA_4	COMP PV	10236	CPT PV	10236
Calculer la valeur actuelle $VA_0 = \frac{VA_4}{(1+3\,\%)^4}$	4 N +/– 10236 FV 0 PMT 3 I/Y COMP PV	9095	4 N 10236 +/– FV 0 PMT 3 I/Y CPT PV	9095

Les annuités croissantes

Si les versements annuels qui commencent à 1 200 $ et qui croissent au taux de 2 % sont placés au taux de 3 % à partir de la cinquième année, puis qu'ils sont étalés sur 10 ans, alors ils constituent une annuité croissante différée à taux constant g.

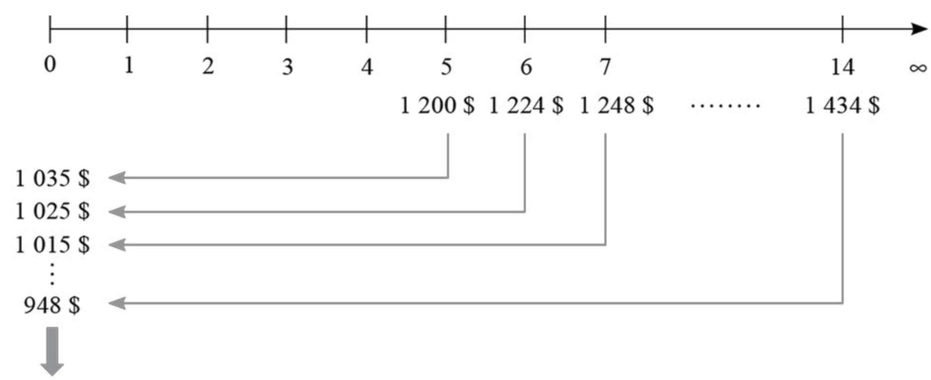
L'annuité croissante différée est un ensemble de paiements qui croissent à la vitesse g, mais qui ne débutent qu'à la période t et prennent fin à la période T. Sa valeur actuelle se calcule comme suit :

$$VA_0 = \frac{FM_t}{(1+r)^t} + \frac{FM_{t+1}}{(1+r)^{t+1}} + \frac{FM_{t+2}}{(1+r)^{t+2}} + \cdots + \frac{FM_T}{(1+r)^T}$$

où

VA_0 est la valeur actuelle des flux monétaires croissants de t jusqu'à T ;
FM_t, FM_{t+1}, FM_{t+2}, …, FM_T représentent les flux monétaires des périodes t, $t+1$, $t+2$… jusqu'à T ;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
$T - t + 1$ est le nombre de versements.

$$VA_0 = \frac{1\,200}{(1+3\,\%)^5} + \frac{1\,224}{(1+3\,\%)^6} + \frac{1\,248}{(1+3\,\%)^7} + \cdots + \frac{1\,434}{(1+3\,\%)^{14}}$$



$VA_0 = 9\,911$ $

Si on réécrit les flux monétaires en considérant le taux de croissance constant g et en appliquant l'équation d'une suite géométrique de premier terme $\frac{FM_t}{(1+r)^t}$ et de raison $\left(\frac{1+g}{1+r}\right)$, dans laquelle le nombre de termes est égal à $T - t + 1$, nous obtenons l'équation suivante :

ÉQUATION 2.18

$$VA_0 = \frac{FM_t}{(1+r)^{t-1}} \times \left(\frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+r}\right)^{T-t+1}}{r-g} \right)$$

où

VA_0 est la valeur actuelle des flux monétaires croissants de t jusqu'à T ;
FM_t est le flux monétaire versé à t ;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
g est le taux de croissance des flux monétaires ;
$T - t + 1$ est le nombre de versements.

Ainsi :

$$VA_0 = \frac{1\,200}{(1+3\,\%)^4} \times \left(\frac{1 - \left(\frac{1+2\,\%}{1+3\,\%}\right)^{10}}{3\,\% - 2\,\%} \right) = 9\,911\ \$$$

2.6.2 La valeur future

Dans cette sous-section, nous calculons la valeur future des annuités différées constantes et croissantes. Le principe de capitalisation reste le même sauf que, pendant les premières périodes, les flux monétaires sont nuls, et donc leurs valeurs futures sont aussi nulles. Ainsi, la capitalisation des flux débute de façon différée.

L'annuité constante

Supposons qu'un individu s'attend à recevoir un versement de 1 200 $ à la fin de chaque année à partir de la cinquième année à venir, et ce, pendant 10 ans, au taux annuel de 3 %. La valeur future de cette annuité constante, qui débute à la période t (5 ans) et s'étale jusqu'à la période T (14 ans), se calcule comme suit :

$$VF_T = FM \times (1+r)^{T-t} + FM \times (1+r)^{T-t-1} + FM \times (1+r)^{T-t-2} + \cdots + FM$$

où

VF_T est la valeur future des flux monétaires constants de t jusqu'à T;
FM représente l'annuité constante différée, soit les flux monétaires égaux des périodes t, $t+1$, $t+2$… jusqu'à T;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
$T-t+1$ est le nombre de versements.

$$VF_{14} = 1\,200 \times (1+3\,\%)^9 + 1\,200 \times (1+3\,\%)^8 + 1\,200 \times (1+3\,\%)^7 + \cdots + 1\,200$$

En appliquant l'équation d'une suite géométrique de premier terme $FM \times (1+r)^{T-t}$ et de raison $\left(\frac{1}{1+r}\right)$, dans laquelle le nombre de termes est égal à $T-t+1$, nous obtenons :

$$VF_T = FM \times \left(\frac{(1+r)^{T-t+1}-1}{r}\right)$$

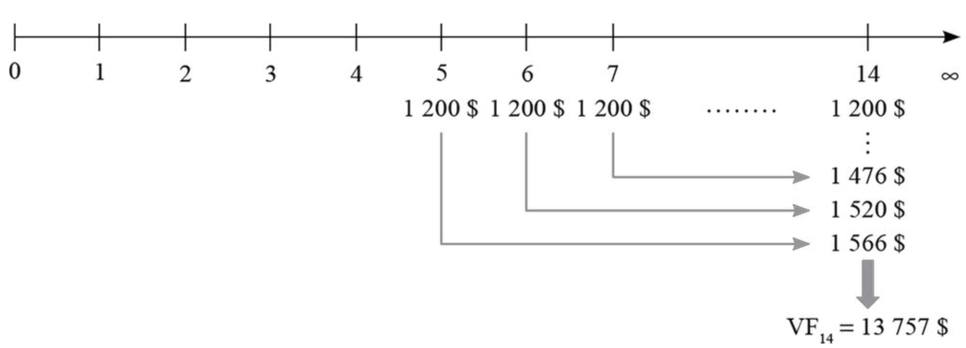
◂ ÉQUATION 2.19

où

FM représente l'annuité, soit le flux monétaire constant et versé à la fin de chaque période pendant $T-t+1$ périodes ;
VF_T représente la valeur future des FM à la fin de la période T;
r est le taux d'intérêt ;
$T-t+1$ est le nombre de versements.

Ainsi :

$$VF_{14} = 1\,200 \times \left(\frac{(1+3\,\%)^{10}-1}{3\,\%}\right) = 13\,757\ \$$$



L'utilisation de la calculatrice financière permet de calculer la valeur future VF_T, comme cela est illustré dans le tableau 2.14.

TABLEAU 2.14 Le calcul de la valeur future VF_T d'une annuité différée avec la calculatrice financière

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Entrer le nombre de versements	10 N	10	10 N	10
Entrer la valeur actuelle	0 PV	0	0 PV	0
Entrer la valeur de l'annuité	+/– 1200 PMT	–1200	1200 +/– PMT	–1200
Entrer la valeur du taux d'intérêt effectif périodique	3 I/Y	3	3 I/Y	3
Calculer la valeur future VF_{14}	COMP FV	13757	CPT FV	13757

L'annuité croissante

Si les versements annuels qui commencent à 1 200 \$ et croissent au taux de 2 % sont placés au taux de 3 % à partir de la cinquième année, puis sont étalés sur 10 ans, alors ils constituent une annuité croissante différée à taux constant g.

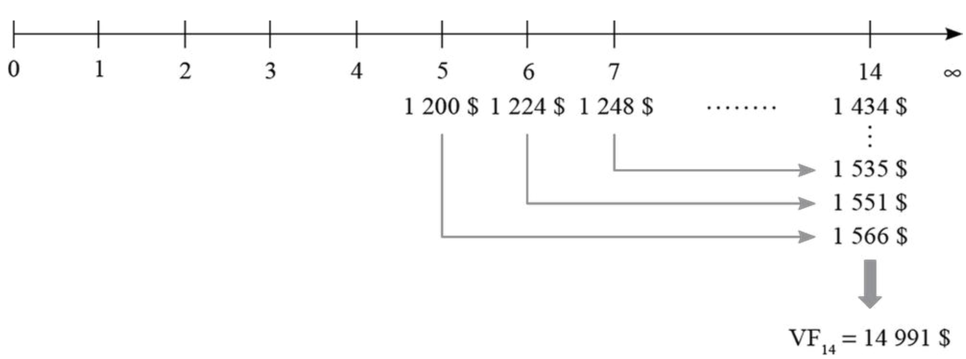
La valeur future d'une annuité croissante différée, qui débute à la période t et s'étale jusqu'à la période T, se calcule comme suit :

$$VF_T = FM_t \times (1+r)^{T-t} + FM_{t+1} \times (1+r)^{T-t-1} + FM_{t+2} \times (1+r)^{T-t-2} + \cdots + FM_T$$

où

VF_T est la valeur future des flux monétaires croissants de t jusqu'à T;
FM_t, FM_{t+1}, FM_{t+2}, …, FM_T représentent les flux monétaires des périodes t, $t+1$, $t+2$… jusqu'à T;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
$T-t+1$ est le nombre de versements.

$$VF_{14} = 1\,200 \times (1+3\,\%)^9 + 1\,224 \times (1+3\,\%)^8 + 1\,248 \times (1+3\,\%)^7 + \cdots + 1\,434$$



Si on réécrit les flux monétaires en considérant le taux de croissance constant g, et en appliquant l'équation d'une suite géométrique de premier terme $FM_t \times (1+r)^{T-t}$ et de raison $\left(\frac{1+g}{1+r}\right)$, dans laquelle le nombre de termes est égal à $T-t+1$, nous obtenons l'équation suivante :

$$VF_T = FM_t \times (1+g)^{T-t+1} \times \left(\frac{\left(\frac{1+r}{1+g}\right)^{T-t+1} - 1}{r-g} \right)$$

◀ ÉQUATION 2.20

où

VF_T est la valeur future des flux monétaires croissants de t jusqu'à T ;
FM_T est le flux monétaire versé à t ;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
g est le taux de croissance des flux monétaires ;
$T - t + 1$ est le nombre de versements.

Ainsi :

$$VF_{14} = 1\,200 \times (1+2\,\%)^{10} \times \left(\frac{\left(\frac{1+3\,\%}{1+2\,\%}\right)^{10} - 1}{3\,\% - 2\,\%} \right) = 14\,991\ \$$$

2.6.3 La valeur de l'annuité équivalente

Dans cette sous-section, nous visons l'évaluation d'une annuité théorique constante équivalente à une série finie de flux monétaires différents et différés. D'abord, nous calculons cette annuité équivalente à partir de la valeur actuelle d'une annuité croissante différée. Ensuite, nous effectuons le même exercice à partir de la valeur future de cette même annuité croissante différée.

La valeur actuelle des flux monétaires

En reprenant l'exemple des versements annuels qui commencent à 1 200 $ et croissent au taux de 2 %, placés au taux de 3 % à partir de la cinquième année, puis étalés sur 10 ans, nous pouvons estimer l'**annuité équivalente** à cette annuité croissante différée. En effet, nous sommes en mesure de calculer la valeur d'un montant constant qui aurait été versé régulièrement de la période 1 jusqu'à la période T, et qui serait équivalent aux revenus croissants qui débutent à la période t et se terminent à la période T. Le calcul s'effectue comme suit :

$$VA_0 = \frac{FM_t}{(1+r)^{t-1}} \times \left(\frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+r}\right)^{T-t+1}}{r-g} \right) = AE \times \left(\frac{1-(1+r)^{-T}}{r} \right)$$

où

VA_0 est la valeur actuelle des flux monétaires croissants de t jusqu'à T ;
FM_t représente le flux monétaire de la période t ;
AE représente l'annuité équivalente ;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
g est le taux de croissance des flux monétaires ;
T est le nombre d'annuités équivalentes (AE).

Ainsi :

$$AE = \frac{9\,911}{\left(\frac{1-(1+3\,\%)^{-14}}{3\,\%} \right)} = 877{,}38\ \$$$

L'utilisation de la calculatrice financière permet de calculer l'annuité équivalente AE, comme cela est illustré dans le tableau 2.15.

TABLEAU 2.15 Le calcul de l'annuité équivalente AE, à partir de la valeur actuelle d'une annuité différée, avec la calculatrice financière

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Entrer le nombre de versements	14 N	14	14 N	14
Entrer la valeur future	0 FV	0	0 FV	0
Entrer la valeur actuelle de l'annuité croissante	+/– 9911 PV	–9911	9911 +/– PV	–9911
Entrer la valeur du taux d'intérêt effectif périodique	3 I/Y	3	3 I/Y	3
Calculer la valeur de l'annuité équivalente AE	COMP PMT	877.38	CPT PMT	877.38

La valeur future des flux monétaires

En reprenant l'exemple des versements annuels qui commencent à 1 200 $ et croissent au taux de 2 %, placés au taux de 3 % à partir de la cinquième année, puis étalés sur 10 ans, nous sommes en mesure de calculer l'annuité équivalente pour obtenir un indicateur du versement périodique moyen, de la période 1 jusqu'à la période T, nécessaire afin d'accumuler le montant VF_T qui serait atteint grâce à une épargne croissante qui débute à t et s'arrête à T. En effet, le calcul de l'annuité équivalente donne la valeur de l'annuité constante qui permettrait d'engranger la valeur future VF_T :

$$\mathrm{VF}_T = \mathrm{FM}_t \times (1+g)^{T-t+1} \times \left(\frac{\left(\frac{1+r}{1+g}\right)^{T-t+1} - 1}{r-g} \right) = \mathrm{AE} \times \left(\frac{(1+r)^T - 1}{r} \right)$$

où

VF_T est la valeur future des flux monétaires croissants de t jusqu'à T;
FM_t représente le flux monétaire de la période t;
AE représente l'annuité équivalente ;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
g est le taux de croissance des flux monétaires ;
T est le nombre d'annuités équivalentes (AE).

Ainsi :

$$\mathrm{AE} = \frac{14\,991}{\left(\frac{(1+3\,\%)^{14} - 1}{3\,\%} \right)} = 877{,}37\ \$$$

L'utilisation de la calculatrice financière permet de calculer l'annuité équivalente AE, comme cela est illustré dans le tableau 2.16.

TABLEAU 2.16 Le calcul de l'annuité équivalente AE, à partir de la valeur future d'une annuité différée, avec la calculatrice financière

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Entrer le nombre de versements	14 [N]	14	14 [N]	14
Entrer la valeur future	[+/–] 14991 [FV]	–14991	14991 [+/–] [FV]	–14991
Entrer la valeur actuelle de l'annuité croissante	0 [PV]	0	0 [PV]	0
Entrer la valeur du taux d'intérêt effectif périodique	3 [I/Y]	3	3 [I/Y]	3
Calculer la valeur de l'annuité équivalente AE	[COMP] [PMT]	877.37	[CPT] [PMT]	877.37

2.6.4 Le taux d'intérêt

Afin de calculer le taux d'intérêt qui permet d'obtenir une valeur actuelle VA_0 à partir d'annuités différées, nous aurons recours à la méthode d'interpolation linéaire, comme avec les annuités versées de $t = 1$ jusqu'à $t = T$. Avec cette méthode, la relation entre VA_0 et les flux monétaires est censée être de la forme $y = ax + b$

où

y représente VA_0 ;
x représente le taux d'intérêt r ;
a est la pente de l'équation ;
b est égal à $FM_t \times \left(\frac{(1+g)^{T-t+1} - 1}{g}\right)$.

L'interpolation linéaire consiste en trois étapes :
Étape 1 : Choisir un taux d'intérêt r_1 qui donne une valeur actuelle $VA_0^{(1)}$ inférieure à VA_0.
Étape 2 : Choisir un taux d'intérêt r_2 qui donne une valeur actuelle $VA_0^{(2)}$ supérieure à VA_0.
Étape 3 : Résoudre l'équation suivante :

$$\frac{r - r_1}{r_2 - r_1} = \frac{VA_0 - VA_0^{(1)}}{VA_0^{(2)} - VA_0^{(1)}}$$

Ainsi :

$$r = \left[\left(\frac{VA_0 - VA_0^{(1)}}{VA_0^{(2)} - VA_0^{(1)}}\right) \times (r_2 - r_1)\right] + r_1$$

En reprenant l'exemple des versements annuels qui commencent à 1 200 $ et croissent au taux de 2 %, à partir de la cinquième année, puis étalés sur 10 ans et valant actuellement 9 911 $, le calcul du taux d'intérêt se fait comme suit :

Étape 1 : $r_1 = 4$ %, donc $VA_0^{(1)} = 9\,052$ \$

Étape 2 : $r_2 = 2{,}5$ %, donc $VA_0^{(2)} = 10\,376$ \$

Étape 3 : $r = \left[\left(\frac{9\,911 - 9\,052}{10\,376 - 9\,052}\right) \times (2{,}5\,\% - 4\,\%)\right] + 4\,\% = 3{,}03\,\%$

Le même raisonnement et la même méthode s'appliquent aussi lorsque nous sommes dans un contexte de capitalisation.

2.7 Les perpétuités

Dans cette section, nous considérons une série infinie de flux monétaires, à l'instar des dividendes trimestriels distribués de façon récurrente, sans aucune interruption. L'horizon de ces flux est infini, puisque nous supposons que l'entreprise sera pérenne (ne mettra jamais les clés sous la porte). Nous supposons aussi qu'elle poursuivra une politique de dividendes stable et, de ce fait, qu'elle sera en cohérence avec la profitabilité des opérations. Les dividendes peuvent être constants, auquel cas nous parlons de perpétuité constante, ou ils peuvent être croissants, auquel cas il est question de perpétuité croissante.

2.7.1 La perpétuité constante

Une **perpétuité constante** est une série de flux monétaires constants sur un ensemble infini de périodes. Considérons le cas de dividendes trimestriels de 50 $ reçus par le détenteur d'actions privilégiées d'une entreprise censée ne jamais faire faillite, c'est-à-dire plusieurs flux monétaires égaux étalés dans le temps indéfiniment au taux trimestriel effectif de 2 %. Si nous calculons la valeur actuelle de cette série de flux monétaires constants sur un ensemble infini de périodes, nous aurons à utiliser les propriétés de la somme d'une **progression (ou série) géométrique** dans laquelle T tend vers l'infini (∞).

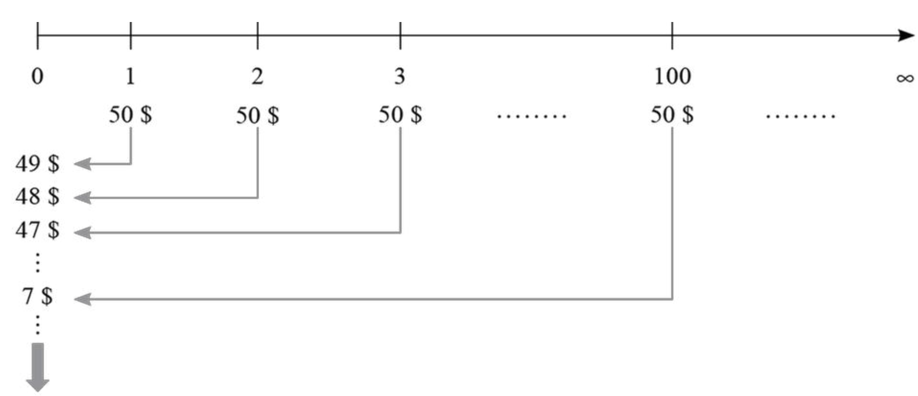
La valeur actuelle d'une perpétuité constante se calcule comme suit :

$$\mathrm{VA}_0 = \frac{\mathrm{FM}}{1+r} + \frac{\mathrm{FM}}{(1+r)^2} + \frac{\mathrm{FM}}{(1+r)^3} + \cdots + \frac{\mathrm{FM}}{(1+r)^\infty}$$

où

VA_0 est la valeur actuelle des flux monétaires constants de $t = 1$ jusqu'à $t = \infty$;
FM représente l'annuité constante, soit les flux monétaires égaux des périodes 1, 2, 3… jusqu'à ∞ ;
r est le taux d'intérêt effectif périodique.

$$\mathrm{VA}_0 = \frac{50}{1+2\ \%} + \frac{50}{(1+2\ \%)^2} + \frac{50}{(1+2\ \%)^3} + \cdots + \frac{50}{(1+2\ \%)^\infty}$$



$\mathrm{VA}_0 = 2\ 500\ \$$

En appliquant l'équation d'une suite géométrique de premier terme $\frac{FM}{1+r}$ et de raison $\left(\frac{1}{1+r}\right)$, dans laquelle le nombre de termes est infini, nous obtenons l'équation suivante :

$$VA_0 = \frac{FM}{r}$$

◂ ÉQUATION 2.21

où

FM représente la perpétuité constante (le flux monétaire constant et versé à la fin de chaque période indéfiniment) ;
VA_0 représente la valeur actuelle (valeur présente) des FM à $t = 0$;
r est le taux d'intérêt.

Ainsi :

$$VA_0 = \frac{FM}{r} = \frac{50}{2\ \%} = 2\ 500\ \$$$

Il faut noter que la valeur future d'une perpétuité tend vers l'infini.

2.7.2 La perpétuité croissante

Une **perpétuité croissante** à taux constant est une série de flux monétaires croissants sur un ensemble infini de périodes à un taux fixe g. Considérons le cas de rentes immobilières périodiques croissantes, c'est-à-dire plusieurs flux monétaires inégaux qui évoluent dans le temps au taux de croissance g, et ce, indéfiniment. Si nous calculons la valeur actuelle de cette série de flux monétaires constants sur un ensemble infini de périodes, nous aurons à utiliser les propriétés de la somme d'une progression géométrique dans laquelle T tend vers l'infini (∞).

La valeur actuelle d'une perpétuité croissante peut s'écrire comme suit :

$$VA_0 = \frac{FM_1}{1+r} + \frac{FM_1 \times (1+g)}{(1+r)^2} + \frac{FM_1 \times (1+g)^2}{(1+r)^3} + \cdots + \frac{FM_1 \times (1+g)^\infty}{(1+r)^\infty}$$

où

VA_0 est la valeur actuelle des flux monétaires croissants de $t = 1$ jusqu'à $t = \infty$;
FM_1 représente le flux monétaire de la période 1 ;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
g est le taux de croissance constant des flux monétaires $FM_1, FM_2, FM_3, \ldots, FM_\infty$.

Supposons que le loyer annuel perçu à la fin de la première année est de 12 000 \$, qu'il évolue chaque année au taux de 2,5 % et que le taux d'intérêt annuel est de 4 %. Alors, la valeur actuelle de ces revenus immobiliers est de :

$$VA_0 = \frac{12\ 000}{1+4\ \%} + \frac{12\ 000 \times (1+2{,}5\ \%)}{(1+4\ \%)^2} + \frac{12\ 000 \times (1+2{,}5\ \%)^2}{(1+4\ \%)^3} + \cdots + \frac{12\ 000 \times (1+2{,}5\ \%)^\infty}{(1+4\ \%)^\infty}$$

En appliquant l'équation d'une suite géométrique de premier terme $\frac{FM_1}{1+r}$ et de raison $\left(\frac{1+g}{1+r}\right)$, dans laquelle le nombre de termes est infini, nous obtenons l'équation suivante :

ÉQUATION 2.22

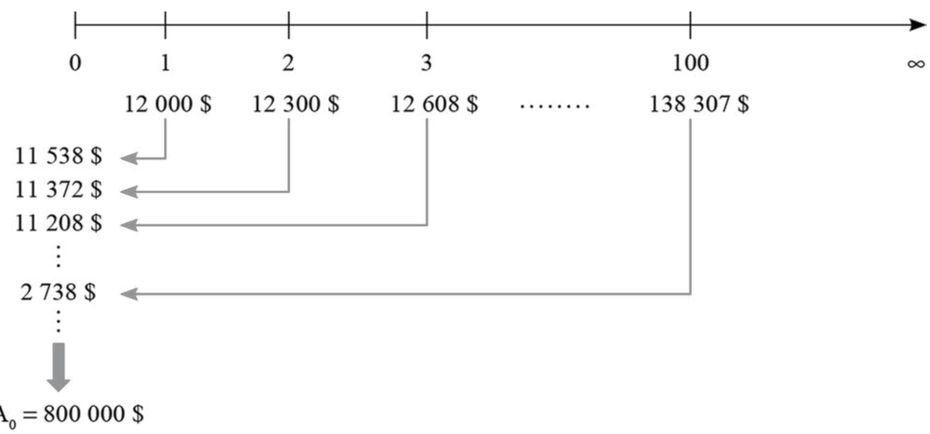
$$VA_0 = \frac{FM_1}{r - g}$$

où

VA_0 est la valeur actuelle des flux monétaires croissants de $t = 1$ jusqu'à $t = \infty$;
FM_1 est le flux monétaire versé à $t = 1$;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
g est le taux de croissance des flux monétaires.

Ainsi :

$$VA_0 = \frac{12\ 000}{4\ \% - 2{,}5\ \%} = 800\ 000\ \$$$



Il convient d'indiquer que l'équation simplifiée de la valeur actuelle d'une perpétuité croissante est obtenue grâce à trois hypothèses essentielles :

1. Le taux d'actualisation r est inchangé de $t = 1$ jusqu'à l'infini ;
2. Les flux monétaires périodiques sont réguliers : ils sont impérativement versés à la fin de chaque période de $t = 1$ jusqu'à l'infini ;
3. Le taux d'actualisation r est supérieur au taux de croissance g de la perpétuité : c'est la condition *sine qua non* pour que la limite du terme $\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^T$, lorsque T tend vers l'infini, soit égale à zéro et que le numérateur de l'équation de VA_0 soit simplifié.

2.7.3 La valeur de l'annuité équivalente

Si nous voulons choisir entre deux investissements, à savoir des titres financiers ou des biens immobiliers, nous aurons à calculer l'annuité équivalente qui constituerait le seuil au-delà duquel nous pouvons prendre une décision éclairée. En effet, l'annuité équivalente représente le point mort qui égalise la valeur actuelle de la perpétuité constante des dividendes et la valeur actuelle de la perpétuité croissante des loyers. Au-delà de cette valeur, nous ne sommes plus indifférents entre ces deux véhicules d'investissement.

Le calcul de l'annuité équivalente s'effectue à partir de l'équation suivante :

$$VA_0 = \frac{FM_1}{r - g} = \frac{AE}{r}$$

où

VA_0 est la valeur actuelle des flux monétaires croissants de $t = 1$ jusqu'à $t = \infty$;
FM_1 est le flux monétaire versé à $t = 1$;
r est le taux d'intérêt effectif périodique ;
g est le taux de croissance des flux monétaires ;
AE est l'annuité équivalente versée de $t = 1$ jusqu'à l'infini.

Nous en déduisons que l'annuité équivalente est égale à :

$$AE = FM_1 \times \frac{r}{r - g}$$

Supposons qu'un propriétaire d'immeuble reçoit un loyer annuel à la fin de la première année de 12 000 $, évoluant chaque année au taux de 2,5 %, et que le taux d'intérêt annuel est de 4 %. L'annuité équivalente est alors de :

$$AE = 12\,000 \times \frac{4\,\%}{4\,\% - 2{,}5\,\%} = 32\,000\ \$$$

2.7.4 Le taux d'intérêt

La déduction du taux d'intérêt nécessaire afin qu'une annuité constante, versée indéfiniment, à la fin de chaque période, égalise un montant actuel VA_0 s'effectue à l'aide de l'équation suivante : $VA_0 = \frac{FM}{r}$. En effet, le taux d'intérêt effectif périodique devrait être égal à $r = \frac{FM}{VA_0}$. Si nous considérons que les flux monétaires FM constituent les dividendes d'une action privilégiée, le taux r représente le rendement en dividende (*dividend yield*). En reprenant l'exemple de la perpétuité constante (*voir la sous-section 2.7.1, p. 54*), on obtient ceci : $r = \frac{50}{2\,500} = 2\,\%$.

Quand il s'agit de la perpétuité croissante, la déduction du taux d'intérêt nécessaire afin qu'une annuité croissante, versée indéfiniment, à la fin de chaque période, égalise un montant actuel VA_0 s'effectue à l'aide de l'équation suivante : $VA_0 = \frac{FM_1}{r - g}$. En effet, le taux d'intérêt effectif périodique devrait être égal à $r = \frac{FM_1}{VA_0} + g$. Si nous considérons que FM_1 est le loyer d'un bien immobilier et que g est le taux de croissance de revenu, alors le taux de rendement r de cet actif est constitué de deux éléments principaux : le rendement sur les revenus $\left(\frac{FM_1}{VA_0}\right)$ et le rendement issu de la croissance des loyers (g).

En reprenant l'exemple de la perpétuité croissante (*voir la sous-section 2.7.2, p. 55*), on obtient ceci : $r = \frac{12\,000}{800\,000} + 2{,}5\,\% = 4\,\%$.

2.8 Le contexte de l'emprunt hypothécaire

L'**emprunt hypothécaire** est un type de prêt amorti dans lequel l'emprunteur doit rembourser sa dette en une série de versements, généralement mensuels et égaux, étalés sur plusieurs périodes (allant jusqu'à 25 ans). Ces versements s'appellent « mensualités » et sont constitués de deux composantes : l'amortissement et les intérêts. L'**amortissement** représente la partie remboursée de la dette, alors que les intérêts représentent les frais d'intérêt appliqués sur la partie de la dette non encore remboursée. Nous expliquerons, dans la sous-section suivante, la méthode de calcul des mensualités, de l'amortissement et des intérêts.

2.8.1 Le calcul des mensualités

Le calcul d'une mensualité revient à évaluer une annuité constante de fréquence mensuelle.

Si nous considérons l'équation suivante :

$$\mathrm{VA}_0 = \mathrm{FM} \times \left(\frac{1-(1+r)^{-T}}{r} \right)$$

alors, la valeur de l'emprunt correspond à la valeur actuelle VA_0, le taux d'intérêt effectif mensuel correspond à r et l'échéance de l'emprunt correspond à T. Donc, la mensualité correspond à FM.

Il est à noter que les taux d'intérêt affichés par les banques sont des taux d'intérêt nominaux annuels. Lorsque le remboursement de la dette s'effectue sur une base mensuelle, il convient de calculer le taux d'intérêt effectif mensuel, c'est-à-dire qu'il faut diviser le taux d'intérêt nominal annuel par 12 (le nombre de mois par année). Par exemple, si la banque affiche un taux d'emprunt hypothécaire de 3 % pour un terme de cinq ans, alors l'emprunteur s'engage à payer un taux d'intérêt mensuel de 0,25 %, soit $\frac{3\ \%}{12}$.

Avant de continuer, nous allons introduire une nouvelle notation, spécifique aux emprunts hypothécaires, qui sera utilisée dans la suite de ce chapitre :

K_0 représente le capital initial ou le montant initial de la dette au début du premier mois (à $t = 0$) ;
K_t représente le capital non encore remboursé à la fin du mois t ;
M représente la mensualité payée sur T périodes.

Supposons que la banque propose un prêt de 100 000 \$ (K_0) à un taux annuel, capitalisé mensuellement, de 3 % sur 25 ans. L'étape précédant le calcul de la mensualité est celle de l'évaluation du taux d'intérêt effectif mensuel, soit $\frac{3\ \%}{12} = 0,25\ \%$, et celle du nombre de mensualités, soit 25 × 12 = 300 mois. Ensuite, l'application de l'équation de l'annuité constante nous permet de calculer le paiement dû chaque mois afin de rembourser le montant de 100 000 \$. Ainsi :

$$100\,000 = M \times \left(\frac{1-(1+0,25\ \%)^{-300}}{0,25\ \%} \right)$$

ce qui donne une mensualité de 474,21 \$.

L'utilisation de la calculatrice financière permet de calculer la mensualité M, comme cela est illustré dans le tableau 2.17.

TABLEAU 2.17 Le calcul de la mensualité *M* avec la calculatrice financière

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Entrer le nombre de versements	300 $\boxed{N}$	300	300 $\boxed{N}$	300
Entrer la valeur future	0 $\boxed{FV}$	0	0 $\boxed{FV}$	0
Entrer la valeur actuelle de l'annuité constante	$\boxed{+/-}$ 100000 $\boxed{PV}$	–100000	100000 $\boxed{+/-}$ $\boxed{PV}$	–100000
Entrer la valeur du taux d'intérêt effectif périodique	0.25 $\boxed{I/Y}$	0.25	0.25 $\boxed{I/Y}$	0.25
Calculer la valeur de la mensualité M	$\boxed{COMP}$ $\boxed{PMT}$	474.21	$\boxed{CPT}$ $\boxed{PMT}$	474.21

2.8.2 Le calcul de l'amortissement

La mensualité est composée de deux parties : le principal et l'intérêt. Le principal correspond à l'amortissement du capital ou au remboursement partiel du capital. L'intérêt correspond aux frais d'intérêts mensuels.

En reprenant la notation de la sous-section 2.8.1, nous pouvons réécrire la mensualité à la fin du premier mois comme suit :

$$M = \left(K_0 \times \frac{r}{12}\right) + \left(K_0 - K_1\right)$$

où

K_0 représente le capital initial ou le montant initial de la dette au début du premier mois (à $t = 0$) ;
K_1 représente le capital non encore remboursé à la fin du mois 1 (à $t = 1$) ;
M représente la mensualité ;
r représente le taux d'intérêt nominal annuel à capitalisation mensuelle.

La première composante représente l'intérêt et la deuxième, l'amortissement de la dette. À mesure que nous avançons dans le temps, la proportion des intérêts dans la mensualité diminue et celle du principal augmente. Intuitivement, l'amortissement du capital permet de réduire le capital non remboursé, et donc de réduire les intérêts à payer le mois suivant.

L'équation précédente peut être appliquée pour toute période. Par exemple, au mois t, nous pouvons utiliser l'équation suivante :

$$M = \left(K_{t-1} \times \frac{r}{12}\right) + \left(K_{t-1} - K_t\right)$$

ÉQUATION 2.23

Au terme de la 25e année (300e mois), $K_{300} = 0$ $. La totalité de la dette sera donc remboursée.

En reprenant l'exemple de la sous-section 2.8.1, nous pouvons avoir le détail des deux composantes de chaque mensualité comme suit : 474,21 \$ = (K_{t-1} × 0,25 %) + ($K_{t-1} - K_t$). Afin de calculer l'amortissement du premier mois, il suffit de remplacer K_0 par 100 000 $.

Ainsi, les intérêts valent 100 000 × 0,25 % = 250 \$ et l'amortissement du premier mois vaut 474,21 − 250 = 224,21 \$. Cela nous permet de calculer le capital non encore remboursé au début du deuxième mois, soit K_1 = 100 000 − 224,21 = 99 775,79 \$.

Le calcul de l'amortissement du mois t peut être effectué à partir de la valeur de l'amortissement du premier mois en appliquant l'équation suivante :

ÉQUATION 2.24 ▶
$$\left(K_{t-1} - K_t\right) = \left(K_0 - K_1\right) \times \left(1 + \frac{r}{12}\right)^{t-1}$$

où

K_0 représente le capital initial ou le montant initial de la dette au début du premier mois (à $t = 0$) ;
K_1 représente le capital non encore remboursé à la fin du mois 1 (à $t = 1$) ;
K_{t-1} représente le solde de la dette au début du mois t ;
K_t représente le solde de la dette à la fin du mois t ;
M représente la mensualité ;
r représente le taux d'intérêt nominal annuel à capitalisation mensuelle.

Par exemple, si nous voulons évaluer l'amortissement à la fin de la cinquième année, donc au début du 61e mois, nous pourrons réécrire l'équation comme suit :

$$\left(K_{60} - K_{61}\right) = \left(K_0 - K_1\right) \times \left(1 + \frac{r}{12}\right)^{60}$$

Ainsi, au bout de la cinquième année, l'amortissement du capital vaut (224,21) × $(1 + 0{,}25\ \%)^{60}$ = 260,45 \$.

À partir des amortissements mensuels, nous sommes à même d'estimer le solde d'un emprunt à la fin d'une certaine période. En considérant l'équation de l'amortissement et en employant un peu d'algèbre, nous trouvons l'équation suivante :

ÉQUATION 2.25 ▶
$$K_t = K_0 - \left(K_0 - K_1\right) \times \left(\frac{\left(1 + r/12\right)^t - 1}{r/12}\right)$$

où

K_0 représente le capital initial ou le montant initial de la dette au début du premier mois (à $t = 0$) ;
K_1 représente le capital non encore remboursé à la fin du mois 1 (à $t = 1$) ;
K_t représente le solde de la dette à la fin du mois t ;
M représente la mensualité ;
r représente le taux d'intérêt nominal annuel à capitalisation mensuelle.

Dans le cadre de notre exemple, le solde de la dette à la fin de la cinquième année sera calculé comme suit :

$$K_{60} = K_0 - \left(K_0 - K_1\right) \times \left(\frac{\left(1 + 0{,}25\ \%\right)^{60} - 1}{0{,}25\ \%}\right)$$

Donc, le capital non encore remboursé au bout de la cinquième année est de 85 505,56 \$.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé les notions de taux d'intérêt simples et composés, ainsi que la valeur temporelle de l'argent. Nous avons vu que l'actualisation permet de calculer la valeur présente des flux monétaires futurs, tandis que la capitalisation permet de calculer la valeur future des flux monétaires antérieurs.

Les taux d'intérêt nominaux sont les taux publiés ou affichés, et ils sont toujours annuels. Pour transformer un taux d'intérêt nominal en un taux d'intérêt effectif, il faut tenir compte de la fréquence des capitalisations du premier. Il est très important de savoir que si le taux d'intérêt nominal annuel est à capitalisation périodique (donc s'il est composé plusieurs fois par année), alors il sera différent du taux d'intérêt effectif annuel. Aussi, l'actualisation et la capitalisation des flux monétaires requièrent l'utilisation des taux d'intérêt effectifs périodiques.

Les flux monétaires peuvent constituer une annuité fixe (croissante), donc représenter une série de flux constants (croissants) sur un ensemble fini de périodes. Si, par contre, l'horizon est infini, les flux monétaires peuvent constituer une perpétuité constante (croissante) et ainsi représenter une série de flux monétaires constants (croissants) sur un ensemble infini de périodes.

Les calculs concernant les emprunts hypothécaires s'inspirent grandement des calculs concernant l'annuité constante lorsque le remboursement s'effectue par mensualités constantes.

POINTS SAILLANTS

- L'actualisation des flux monétaires futurs permet d'estimer la valeur présente de ces derniers, et de déterminer le nombre de versements ainsi que le taux d'intérêt qui a cours sur toute la période.
- La capitalisation des flux monétaires actuels et futurs permet d'estimer la valeur future de ces derniers, et de calculer le nombre de versements ainsi que le taux d'intérêt qui a cours sur toute la période.
- Les techniques d'actualisation et de capitalisation sont utiles pour calculer la valeur actuelle et la valeur future d'annuités différées ou d'annuités de début de période.
- La transformation d'un taux d'intérêt nominal annuel en un taux d'intérêt effectif périodique est impérative afin d'appliquer les techniques d'actualisation et de capitalisation.

LISTE DES PRINCIPALES ÉQUATIONS UTILISÉES DANS LE CHAPITRE 2

Description	Équation
2.1 Le taux d'intérêt nominal périodique	$\text{Taux d'intérêt périodique} = \dfrac{\text{Taux d'intérêt nominal annuel}}{\text{Nombre de capitalisations}} = \dfrac{r}{m}$
2.2 Le passage du taux d'intérêt nominal annuel au taux d'intérêt effectif annuel	$R = \left(1 + \dfrac{r}{m}\right)^m - 1$
2.3 Le passage du taux d'intérêt effectif annuel au taux d'intérêt nominal annuel	$r = m \times \left[\left(1 + R\right)^{\frac{1}{m}} - 1\right]$
2.4 Le passage du taux d'intérêt effectif annuel au taux d'intérêt effectif périodique	$R_{\text{p}} = \left(1 + R_{\text{a}}\right)^n - 1$

Description	Équation
2.5 Le passage du taux d'intérêt nominal annuel au taux d'intérêt effectif périodique	$R_p = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m \times n} - 1$
2.6 La valeur actuelle d'un flux monétaire	$VA_t = \frac{FM_T}{(1+r)^{T-t}}$
2.7 La valeur actuelle d'une annuité constante	$VA_0 = FM \times \left(\frac{1-(1+r)^{-T}}{r}\right)$
2.8 La valeur future d'un flux monétaire	$VF_T = FM_t \times (1+r)^{T-t}$
2.9 La valeur future d'une annuité constante	$VF_T = FM \times \left(\frac{(1+r)^T - 1}{r}\right)$
2.10 La valeur actuelle d'une annuité croissante	$VA_0 = FM_1 \times \left(\frac{1-\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^T}{r-g}\right)$
2.11 La valeur future d'une annuité croissante	$VF_T = FM_1 \times (1+g)^T \times \left(\frac{\left(\frac{1+r}{1+g}\right)^T - 1}{r-g}\right)$
2.12 Le calcul du taux d'intérêt par interpolation linéaire	$r = \left[\left(\frac{VA_0 - VA_0^{(1)}}{VA_0^{(2)} - VA_0^{(1)}}\right) \times (r_2 - r_1)\right] + r_1$
2.13 La valeur actuelle d'une annuité constante de début de période	$VA_0 = FM \times (1+r) \times \left(\frac{1-(1+r)^{-T}}{r}\right)$
2.14 La valeur actuelle d'une annuité croissante de début de période	$VA_0 = FM_0 \times (1+r) \times \left(\frac{1-\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^T}{r-g}\right)$
2.15 La valeur future d'une annuité constante de début de période	$VF_T = FM \times (1+r) \times \left(\frac{(1+r)^T - 1}{r}\right)$
2.16 La valeur future d'une annuité croissante de début de période	$VF_T = FM_0 \times (1+r) \times (1+g)^T \times \left(\frac{\left(\frac{1+r}{1+g}\right)^T - 1}{r-g}\right)$
2.17 La valeur actuelle d'une annuité constante différée	$VA_0 = \frac{FM}{(1+r)^{t-1}} \times \left(\frac{1-(1+r)^{-(T-t+1)}}{r}\right)$

Description	Équation
2.18 La valeur actuelle d'une annuité croissante différée	$\mathrm{VA}_0 = \dfrac{\mathrm{FM}_t}{(1+r)^{t-1}} \times \left(\dfrac{1 - \left(\dfrac{1+g}{1+r} \right)^{T-t+1}}{r-g} \right)$
2.19 La valeur future d'une annuité constante différée	$\mathrm{VF}_T = \mathrm{FM} \times \left(\dfrac{(1+r)^{T-t+1} - 1}{r} \right)$
2.20 La valeur future d'une annuité croissante différée	$\mathrm{VF}_T = \mathrm{FM}_t \times (1+g)^{T-t+1} \times \left(\dfrac{\left(\dfrac{1+r}{1+g} \right)^{T-t+1} - 1}{r-g} \right)$
2.21 La valeur actuelle d'une perpétuité constante	$\mathrm{VA}_0 = \dfrac{\mathrm{FM}}{r}$
2.22 La valeur actuelle d'une perpétuité croissante	$\mathrm{VA}_0 = \dfrac{\mathrm{FM}_1}{r-g}$
2.23 Le calcul des mensualités d'un emprunt hypothécaire	$M = \left(K_{t-1} \times \dfrac{r}{12} \right) + \left(K_{t-1} - K_t \right)$
2.24 Le calcul de l'amortissement d'un emprunt hypothécaire	$\left(K_{t-1} - K_t \right) = \left(K_0 - K_1 \right) \times \left(1 + \dfrac{r}{12} \right)^{t-1}$
2.25 Le calcul du solde d'un emprunt hypothécaire	$K_t = K_0 - \left(K_0 - K_1 \right) \times \left(\dfrac{(1 + r/12)^t - 1}{r/12} \right)$

L'essentiel pour réussir son cours de gestion financière

PROBLÈMES DE RÉVISION ET SOLUTIONS

Problème de révision 2.1

Marc est un étudiant qui suit le cours FIN3500 et qui réalise qu'il devrait prendre du temps pour planifier sa retraite. Il est âgé de 25 ans et n'a jamais pensé qu'il était important de commencer à épargner très tôt pour subvenir à ses besoins dans 35 ans, d'une part, et pour ne pas sacrifier son train de vie au-delà de l'âge de 60 ans, d'autre part.

Il prend un rendez-vous avec son banquier pour être conseillé sur le montant d'argent qu'il devra épargner, sur une base périodique, et sur le produit financier dans lequel il devrait investir. Étant donné que Marc, malgré son jeune âge, est averse au risque, le banquier lui

offre la possibilité de placer une somme constante de 100 $ au début de chaque semaine dans des certificats de placement garanti qui promettent un taux de rentabilité de 2,75 % (taux effectif annuel).

a) Marc voudrait évaluer le montant accumulé à l'âge de la retraite.

  i) Calculez la valeur future de l'annuité constante proposée par le banquier lorsque Marc aura 60 ans.

  ii) Supposons que Marc veut investir son argent dans une annuité croissante, car il croit que lorsqu'il aura réussi ses études avec brio, il sera à même d'épargner une somme d'argent plus élevée. Mais, pour le moment, il croit qu'il ne sera pas capable d'économiser 100 $ par semaine sur une base régulière. Il pense qu'il serait plus raisonnable de commencer par un montant de 25 $ et émet l'hypothèse qu'il pourra appliquer un taux de croissance de 0,15 %. Calculez la valeur future de l'annuité croissante, telle que supputée par Marc.

b) Marc retient la deuxième option et décide de mettre de côté 25 $ par semaine pour économiser en vue de sa retraite. En tenant compte des projections concernant la courbe de mortalité, il émet l'hypothèse selon laquelle les fonds accumulés au bout de 35 ans vont être retirés annuellement sur une période de 25 ans (jusqu'à l'âge de 85 ans).

  i) Calculez la rente annuelle qui pourrait être retirée par Marc s'il applique un taux d'actualisation de 2,5 % (taux effectif annuel).

  ii) Marc décide d'augmenter à 30 ans ses projections sur le nombre d'années de retraite. En gardant les niveaux de retraits annuels trouvés à la question **b) i)** et en utilisant le même taux d'actualisation, soit 2,5 %, calculez la valeur actuelle de ces retraits au début de la retraite de Marc.

  iii) En tenant compte de cette nouvelle hypothèse (durée de retraite de 30 ans), calculez le taux de rentabilité requis sur les investissements effectués par l'épargnant durant sa période productive.

  iv) Comme Marc est averse au risque, il ne veut pas modifier la composition de son portefeuille proposée par son banquier, et donc, il veut garder inchangé le rendement exigé sur ses épargnes jusqu'à la retraite. Calculez le montant avec lequel il devrait commencer à cotiser à son compte de placement afin d'atteindre l'objectif d'investissement trouvé à la question **b) ii)**.

SOLUTION

a) Les placements réalisés par Marc sont des investissements faits en début de période. Ainsi, lorsque nous allons calculer la somme accumulée à la retraite, nous devrons appliquer les équations 2.15 (*voir p. 41*) et 2.16 (*voir p. 43*).

  i) Lorsque Marc aura 60 ans, les cotisations hebdomadaires de 100 $ sur une période de 35 ans lui permettront d'engranger une somme de :

ÉQUATION 2.15

$$VF_T = FM \times (1+r) \times \left(\frac{(1+r)^T - 1}{r} \right)$$

où

FM = 100 $;
T = 35 ans × 52 semaines par an = 1 820 mois ;
r = taux d'intérêt hebdomadaire.

Comme le taux d'intérêt offert par l'instrument financier proposé par le banquier est de 2,75 %, alors il faudrait considérer le calcul du taux d'intérêt périodique en appliquant l'équation 2.2 (*voir p. 24*), soit :

$$(1+r)^{52} - 1 = R = 2{,}75\ \%$$

$$r = 1{,}0275^{1/52} - 1 = 0{,}000\ 522,\ \text{donc } 0{,}05\ \%$$

L'utilisation de la calculatrice financière permet de calculer la valeur future VF_T comme suit :

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Entrer le nombre de versements	1820 $\boxed{\text{N}}$	1820	1820 $\boxed{\text{N}}$	1820
Entrer la valeur de l'annuité	$\boxed{+/-}$ 100 $\boxed{\text{PMT}}$	−100	100 $\boxed{+/-}$ $\boxed{\text{PMT}}$	−100
Entrer la valeur du taux d'intérêt effectif périodique	0.05 $\boxed{\text{I/Y}}$	0.05	0.05 $\boxed{\text{I/Y}}$	0.05
Entrer la valeur actuelle	0 $\boxed{\text{PV}}$	0	0 $\boxed{\text{PV}}$	0
Calculer la valeur future VF_T	$\boxed{\text{COMP}}$ $\boxed{\text{FV}}$	296899.8963	$\boxed{\text{CPT}}$ $\boxed{\text{FV}}$	296899.8963

Donc, Marc accumulera une somme de près de 296 900 \$ à l'aube de la retraite.

ii) Lorsque Marc aura 60 ans, les cotisations hebdomadaires croissantes au taux de 0,15 %, dont la valeur initiale est de 25 \$, et ce, sur une période de 35 ans, donneront une somme finale de :

$$VF_T = FM_0 \times (1+r) \times (1+g)^T \times \left(\frac{\left(\frac{1+r}{1+g}\right)^T - 1}{r-g} \right)$$

ÉQUATION 2.16

où

$FM_0 = 25$ \$;
$T = 35$ ans × 52 semaines par an = 1 820 semaines ;
r = taux d'intérêt hebdomadaire, soit 0,05 % ;
g = taux de croissance des flux monétaires, soit 0,15 %.

Donc, Marc accumulera une somme de 320 605 \$ à l'âge de 60 ans.

b) Au bout de 35 ans, Marc voudrait commencer à faire des retraits annuels. Aidons-le à calculer les liquidités additionnelles (hormis les prestations usuelles perçues à l'âge de la retraite) dont il pourra profiter.

i) Supposons que la période post-retraite est de 25 ans et que le taux d'actualisation est de 2,5 %. Nous pouvons appliquer l'équation 2.7 (*voir p. 28*) afin de calculer les retraits annuels comme suit :

$$VA_0 = FM \times \left(\frac{1 - (1+r)^{-T}}{r} \right)$$

où

$VA_0 = 320\ 605$ \$;
$T = 25$ ans ;
$r = 2{,}5$ %.

L'utilisation de la calculatrice financière permet de calculer la valeur de l'annuité FM comme suit :

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	**Affichage**	**Touche**	**Affichage**
Entrer le nombre de versements	25 N	25	25 N	25
Entrer la valeur future	0 FV	0	0 FV	0
Entrer la valeur actuelle de l'annuité constante	+/– 320605 PV	–320605	320605 +/– PV	–320605
Entrer la valeur du taux d'intérêt effectif périodique	2.5 I/Y	2.5	2.5 I/Y	2.5
Calculer la valeur de l'annuité FM	COMP PMT	17401	CPT PMT	17401

Donc, sur une base annuelle, Marc pourrait retirer 17 401 $ pendant 25 ans.

ii) Supposons que le nombre d'années post-retraite est plutôt de 30 ans et que Marc désire quand même garder la possibilité de retirer 17 401 $ par année. Pour calculer la somme d'argent requise à l'âge de 60 ans avec cette nouvelle donnée, nous appliquerons l'équation 2.7 (*voir p. 28*) :

$$VA_0 = FM \times \left(\frac{1-(1+r)^{-T}}{r} \right)$$

où

FM = 17 401 $;
T = 30 ans ;
r = 2,5 %.

L'utilisation de la calculatrice financière permet de calculer la valeur actuelle VA_0 comme suit :

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	**Affichage**	**Touche**	**Affichage**
Entrer le nombre de versements	30 N	30	30 N	30
Entrer la valeur future	0 FV	0	0 FV	0
Entrer la valeur de l'annuité constante	+/– 17401 PMT	–17401	17401 +/– PMT	–17401
Entrer la valeur du taux d'intérêt effectif périodique	2.5 I/Y	2.5	2.5 I/Y	2.5
Calculer la valeur actuelle de l'annuité constante VA_0	COMP PV	364208	CPT PV	364208

Donc, en supposant un retrait annuel de 17 401 $ pendant 30 ans après le début de la retraite, Marc devrait accumuler 364 208 $.

iii) En supposant que Marc désire engranger la somme de 364 208 $ au bout de 35 ans d'épargne, nous voulons calculer le taux de rentabilité requis sur les investissements effectués durant sa période productive. Nous pouvons le faire en appliquant

l'équation 2.12 (*voir p. 37*) tout en changeant VA_0 par VF_T (calculée en utilisant l'équation 2.16 [*voir p. 43*]), comme suit :

$$r = \left[\left(\frac{VF_T - VF_T^{(1)}}{VF_T^{(2)} - VF_T^{(1)}}\right) \times \left(r_2 - r_1\right)\right] + r_1$$

où

$VF_T = 364\ 208$ $;
$r_1 = 0{,}06$ % ; $VF_T^{(1)} = 342\ 492$ $;
$r_2 = 0{,}07$ % ; $VF_T^{(2)} = 366\ 757$ $.

$$r = \left[\left(\frac{364\ 208 - 342\ 492}{366\ 757 - 342\ 492}\right) \times \left(0{,}07\ \% - 0{,}06\ \%\right)\right] + 0{,}06\ \% = 0{,}068\ 95\ \%$$

$R = (1 + 0{,}068\ 95\ \%)^{52} - 1 = 3{,}65\ \%$

Idéalement, le banquier devrait lui proposer un produit financier qui rapporterait, en moyenne, 3,65 % par année durant la période productive de Marc.

iv) Si Marc refuse de changer la composition de son portefeuille, et donc qu'il souhaite garder un rendement moyen de 2,75 % par année, il devrait faire des économies additionnelles. Il devrait commencer par une somme de FM_0 supérieure à 25 $, qui peut être calculée comme suit :

$$VF_T = FM_0 \times \left(1+r\right) \times \left(1+g\right)^T \times \left(\frac{\left(\frac{1+r}{1+g}\right)^T - 1}{r-g}\right)$$

◂ ÉQUATION 2.16

où
$VF_T = 364\ 208$ $;
$T = 35$ ans × 52 semaines par an = 1 820 semaines ;
r = taux d'intérêt hebdomadaire, soit 0,05 % ;
g = taux de croissance des flux monétaires, soit 0,15 %.

$FM_0 = 28{,}40$ $

Problème de révision 2.2

Continuons d'étudier la situation de Marc. À l'âge de 30 ans, Marc pense à acquérir sa première copropriété. Son agent immobilier lui propose une propriété à 230 000 $. Pour éviter de payer des primes d'assurance additionnelles (imposées par la Société canadienne d'hypothèques et de logement), il voudrait faire une mise de fonds initiale de 20 %, soit 46 000 $. Ainsi, il s'engagera dans un emprunt hypothécaire de 184 000 $ à taux fixe sur cinq ans.

a) Si la période d'amortissement de l'emprunt proposée par le banquier est de 25 ans et que le taux d'intérêt est de 3,5 % (taux annuel capitalisé mensuellement), calculez les mensualités à payer.

b) En supposant les hypothèses de la question **a)** et si Marc voulait faire des paiements hebdomadaires pour réaliser des économies d'intérêts, calculez l'annuité constante hebdomadaire correspondante. (Nous supposons que la fréquence des capitalisations du taux de 3,5 %, proposé par le banquier, est la même que celle des paiements.)

c) Après 10 ans, Marc, âgé de 40 ans, reçoit un héritage de 100 000 $. Le banquier lui conseille d'en investir une partie et d'utiliser le reste pour accélérer le remboursement de sa dette hypothécaire sans encourir de pénalité. En effet, il lui propose de payer le double des paiements mensuels (trouvés dans la question **a**) pour le restant de la période d'amortissement. Dans combien de temps l'emprunt hypothécaire sera-t-il totalement remboursé si le taux d'emprunt est désormais de 5 % (taux nominal annuel capitalisé mensuellement) ?

SOLUTION

a) La mensualité se calcule en appliquant l'équation 2.7 (*voir p. 28*) :

$$VA_0 = FM \times \left(\frac{1-(1+r)^{-T}}{r} \right)$$

où

VA_0 = 184 000 $;
T = 25 ans × 12 mois par an = 300 semaines ;
r = taux d'intérêt mensuel, soit $\frac{3{,}5\ \%}{12} = 0{,}29\ \%$.

L'utilisation de la calculatrice financière permet de calculer la mensualité FM comme suit :

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Entrer le nombre de versements	300 $\boxed{\text{N}}$	300	300 $\boxed{\text{N}}$	300
Entrer la valeur future	0 $\boxed{\text{FV}}$	0	0 $\boxed{\text{FV}}$	0
Entrer la valeur actuelle de l'hypothèque	$\boxed{+/-}$ 184000 $\boxed{\text{PV}}$	−184000	184000 $\boxed{+/-}$ $\boxed{\text{PV}}$	−184000
Entrer la valeur du taux d'intérêt effectif périodique	0.29 $\boxed{\text{I/Y}}$	0.29	0.29 $\boxed{\text{I/Y}}$	0.29
Calculer la valeur de l'annuité équivalente FM	$\boxed{\text{COMP}}$ $\boxed{\text{PMT}}$	919	$\boxed{\text{CPT}}$ $\boxed{\text{PMT}}$	919

Donc, Marc devra payer près de 919 $ par mois pour rembourser son emprunt hypothécaire sur une période d'amortissement de 25 ans.

b) Si la fréquence des paiements passe de mensuelle à hebdomadaire, il suffit d'utiliser l'équation 2.7 (*voir p. 28*) en remplaçant T par le nombre de semaines et r par le taux d'intérêt hebdomadaire, comme suit :

$$VA_0 = FM \times \left(\frac{1-(1+r)^{-T}}{r} \right)$$

où

VA_0 = 184 000 $;
T = 25 ans × 52 semaines par an = 1 300 semaines ;
r = taux d'intérêt hebdomadaire, soit $\frac{3{,}5\ \%}{52} = 0{,}067\ \%$.

L'utilisation de la calculatrice financière permet de calculer le paiement hebdomadaire FM comme suit :

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Entrer le nombre de versements	1300 $\boxed{\text{N}}$	1300	1300 $\boxed{\text{N}}$	1300
Entrer la valeur future	0 $\boxed{\text{FV}}$	0	0 $\boxed{\text{FV}}$	0
Entrer la valeur actuelle de l'hypothèque	$\boxed{+/-}$ 184000 $\boxed{\text{PV}}$	−184000	184000 $\boxed{+/-}$ $\boxed{\text{PV}}$	−184000
Entrer la valeur du taux d'intérêt effectif périodique	0.067 $\boxed{\text{I/Y}}$	0.067	0.067 $\boxed{\text{I/Y}}$	0.067
Calculer la valeur du paiement hebdomadaire FM	$\boxed{\text{COMP}}$ $\boxed{\text{PMT}}$	212	$\boxed{\text{CPT}}$ $\boxed{\text{PMT}}$	212

Au bout de 25 ans, Marc aura payé un total de 275 600 \$, soit 212 \$ × 1 300 semaines. En comparaison avec les paiements mensuels, l'économie convoitée par Marc n'est pas si élevée. En effet, le total payé, dans un scénario de remboursement mensuel, serait de 275 700 \$, soit 919 \$ × 300 mois. La différence entre les deux scénarios est de 100 \$[4] sur 25 ans !

c) Au bout de 10 ans, le capital restant est de :

$$K_t = K_0 - \left(K_0 - K_1\right) \times \left(\frac{\left(1 + r/12\right)^t - 1}{r/12} \right)$$

◂ ÉQUATION 2.25

où

t = 10 ans × 12 mois = 120 mois ;

$r = \dfrac{3{,}5\ \%}{12} = 0{,}29\ \%$;

K_0 = 184 000 \$;

K_1 = 184 000 – (919 – 184 000 × 0,29 %) = 184 000 – 385 = 183 615 \$.

$$\text{Donc, } K_{120} = 184\,000 - 385 \times \left(\frac{\left(1 + 0{,}29\ \%\right)^{120} - 1}{0{,}29\ \%} \right) = 128\,836\ \$.$$

Marc va doubler les paiements, c'est-à-dire débourser 919 × 2 = 1 838 \$ chaque mois. Afin de calculer le reliquat de la période d'amortissement, nous utiliserons l'équation 2.7 (*voir p. 28*) et calculerons le nombre de versements restants.

Comme le taux d'intérêt applicable est de 5 %, alors il est impératif de recalculer le taux d'intérêt mensuel effectivement payé par l'emprunteur. Il équivaut à $\dfrac{5\ \%}{12} = 0{,}42\ \%$.

Voici le calcul du nombre de versements restants à l'aide de la calculatrice financière :

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Entrer le montant de la mensualité	1838 $\boxed{\text{PMT}}$	1838	1838 $\boxed{\text{N}}$	1838
Entrer la valeur future	0 $\boxed{\text{FV}}$	0	0 $\boxed{\text{FV}}$	0
Entrer la valeur actuelle de l'annuité croissante	$\boxed{+/-}$ 128836 $\boxed{\text{PV}}$	−128836	128836 $\boxed{+/-}$ $\boxed{\text{PV}}$	−128836
Entrer la valeur du taux d'intérêt effectif périodique	0.42 $\boxed{\text{I/Y}}$	0.42	0.42 $\boxed{\text{I/Y}}$	0.42
Calculer le nombre de versements	$\boxed{\text{COMP}}$ $\boxed{\text{N}}$	83.20	$\boxed{\text{CPT}}$ $\boxed{\text{N}}$	83.20

4. Cette différence est de 193,64 \$ lorsque nous faisons abstraction des arrondissements inhérents aux calculs intermédiaires, à l'instar du calcul du taux d'intérêt périodique.

Donc, Marc devra payer 1 838 $ par mois pendant 83,20 mois ou, à peu près, 7 ans, au lieu des 15 ans prévus au départ. En tout, il paierait 263 202 $ pour rembourser son emprunt hypothécaire : (919 × 120) + (1 838 × 83,20). Cette somme est nettement différente des 275 700 $. Le conseil du banquier s'avère donc judicieux quant à l'utilisation d'une partie de l'héritage reçu par Marc.

Vérifiez vos réponses.

QUESTIONS

Q2.1 Qu'est-ce que la valeur temporelle de l'argent ?

Q2.2 Quelle est la différence entre le taux d'intérêt simple et le taux d'intérêt composé ?

Q2.3 Quelle est l'incidence de la fréquence des capitalisations du taux d'intérêt composé ?

Q2.4 Décrivez les concepts de valeur actuelle et de valeur future.

Q2.5 Qu'est-ce qu'une annuité constante ?

Q2.6 Qu'est-ce qu'une perpétuité constante ?

Q2.7 Quelles sont les conditions nécessaires pour pouvoir appliquer la forme simplifiée de l'équation de la perpétuité croissante ?

Q2.8 Quelle est la différence entre la valeur future d'une annuité de début de période et celle d'une annuité de fin de période ?

Q2.9 Afin de calculer le taux d'actualisation d'une annuité, à quelle méthode recourt-on en l'absence d'une calculatrice ?

Q2.10 Comment peut-on s'inspirer de l'équation de l'annuité constante afin de calculer le solde d'un emprunt hypothécaire ?

Consultez les solutions détaillées.

EXERCICES

E2.1 Calculez :

a) le taux d'intérêt nominal à capitalisation mensuelle équivalant à un taux d'intérêt nominal de 12 % ;

b) le taux d'intérêt nominal à capitalisation semestrielle équivalant à un taux d'intérêt nominal de 8 % à capitalisation trimestrielle ;

c) le taux d'intérêt nominal à capitalisation mensuelle équivalant à un taux d'intérêt nominal de 10 % à capitalisation trimestrielle ;

d) le taux d'intérêt nominal à capitalisation par quinzaine équivalant à un taux d'intérêt nominal de 12 % à capitalisation quotidienne ;

e) le taux d'intérêt effectif annuel équivalant à un taux semestriel de 6 % ;

f) le taux d'intérêt effectif annuel équivalant à un taux d'intérêt nominal de 12 % à capitalisation :

i) semestrielle ; ii) trimestrielle ; iii) mensuelle.

E2.2 Vous investissez une somme de 5 000 $ aujourd'hui et on vous promet une somme de 7 000 $ dans exactement quatre ans. Calculez le taux d'intérêt capitalisé annuellement que l'on vous offre.

E2.3 Vous déposez aujourd'hui 1 500 $ dans un compte bancaire. Calculez le temps nécessaire, en années, pour accumuler 3 000 $, sachant que le taux d'intérêt nominal offert par la banque est de 11 % capitalisé semestriellement.

E2.4 Vous envisagez d'emprunter un montant de 10 000 $ pour faire des rénovations dans votre copropriété. La banque A vous offre un taux d'intérêt nominal de 8 % capitalisé trimestriellement et la banque B vous offre un taux d'intérêt nominal de 8,25 % capitalisé semestriellement. Lequel des deux taux d'intérêt est le plus profitable pour vous ?

E2.5 Vous disposez de 80 000 $ et vous voulez les investir dans un certificat de placement pour une période de quatre ans. Trois institutions financières vous font les propositions suivantes :

Proposition 1 : Le taux d'intérêt nominal du certificat est de 10 % capitalisé trimestriellement.

Proposition 2 : Le taux d'intérêt nominal du certificat est de 10,2 % capitalisé semestriellement.

Proposition 3 : Le taux d'intérêt effectif du certificat est de 10,5 %, mais il faut débourser des frais d'administration de 225 $. Ce débours se fera au début de l'investissement et sera déduit du montant de 80 000 $.

Quelle est la meilleure offre ?

E2.6 Un père de famille pense économiser une somme d'argent afin de permettre à son fils de poursuivre ses études universitaires d'ici 12 ans. Il devra mettre de côté une somme annuelle afin de permettre à son fils de retirer un montant de 14 000 $ au début de chacune des quatre années qu'il passera à l'université. Le taux d'intérêt qu'il pense obtenir est de 9 % capitalisé semestriellement. Déterminez le montant des économies annuelles qu'il devra effectuer à la fin de chaque année pour atteindre l'objectif fixé.

E2.7 On vous propose de vous verser 500 $ par mois pour les cinq prochaines années. Les versements auraient lieu au début du mois. La somme que vous devez payer pour obtenir cette promesse est de 20 000 $.

a) Déterminez le taux de rendement effectif annuel qui vous est offert sur ce placement.
b) Si ce montant était versé à perpétuité et que le premier versement avait lieu dans exactement un an, quelle somme devriez-vous payer aujourd'hui si le taux de rendement effectif annuel est de 15 % ?

E2.8 Le 1er janvier 2017, vous avez contracté un emprunt de 100 000 $ remboursable en 35 versements semestriels de 6 000 $. Le premier paiement aura lieu le 1er juillet 2017.

a) Calculez le taux d'intérêt effectif de cet emprunt.
b) Calculez le taux d'intérêt nominal capitalisé semestriellement de cet emprunt.
c) Calculez le montant de ces versements si le taux d'intérêt effectif annuel est de 10,25 %.

E2.9 Vous prévoyez recevoir les montants suivants au fil des 10 prochaines années : 17 000 $ à la fin de chaque année pour les 3 premières années, 22 000 $ à la fin de chaque année pour les 2 années d'après, puis 19 000 $ au début de chaque année pour les 5 années qui restent.

Calculez la valeur actuelle (à $t = 0$) et la valeur accumulée au bout de 10 ans de ces montants à recevoir si les taux d'intérêt effectifs suivants s'appliquent : 8 % pour les 5 premières années et 12 % par la suite.

E2.10 Vous devez choisir entre trois options d'investissement avec des taux de rendement différents : 1) 10 % capitalisé semestriellement ; 2) 9,75 % capitalisé trimestriellement ; 3) 9,25 % capitalisé mensuellement. Si vous aviez 10 000 $ à investir pendant trois ans :

a) calculez les taux d'intérêt effectifs annuels ;
b) calculez la valeur future de votre investissement avec chacune des options.

Consultez les solutions détaillées.

PROBLÈMES

P2.1 Vous disposez, aujourd'hui, d'un montant de 5 000 $.

a) Quelle sera la somme que vous accumulerez dans cinq ans si on vous offre un taux de placement de 10 % à capitalisation :

i) annuelle ; ii) semestrielle ; iii) trimestrielle ; iv) mensuelle.

Interprétez vos résultats.

b) Quelle sera la somme que vous accumulerez dans cinq ans si on vous offre un taux de placement de 10 % à capitalisation annuelle pour les deux premières années, et de 12 % à capitalisation semestrielle pour les trois autres années ?

c) Sachant qu'on vous offre un taux de placement effectif annuel de 12 %, calculez la période nécessaire pour accumuler la somme de 20 000 $.

d) Refaites la question **b)** en prenant un taux de placement de 12 % à capitalisation semestrielle sur les cinq années.

e) Quel sera le taux de placement effectif annuel nécessaire pour accumuler une somme de 10 000 $ dans cinq ans ?

P2.2 Votre ami vous demande de lui prêter une somme d'argent aujourd'hui. Il promet de vous rembourser 300 $ par année pendant cinq ans.

a) Sachant que vous aimeriez réaliser un taux annuel de rendement de 11 %, quel montant allez-vous lui prêter ?

b) Sachant que vous aimeriez réaliser un taux de rendement de 12 % capitalisé mensuellement, quel montant allez-vous lui prêter ?

c) Si votre ami promet de vous rembourser 300 $ par année pendant quatre ans et 600 $ dans cinq ans, quel montant allez-vous lui prêter si vous souhaitez réaliser un taux de rendement de 15 % capitalisé annuellement ?

P2.3 Vous désirez accumuler une somme de 15 000 $ en cinq ans. Pour ce faire, vous effectuerez des versements à la fin de chaque trimestre dans un compte bancaire.

a) Calculez le versement trimestriel qui vous permettra d'atteindre votre objectif si ce compte vous rapporte un taux d'intérêt nominal de 10 % capitalisé trimestriellement.

b) Si vous désirez effectuer des versements semestriels, quel montant allez-vous verser à la banque si vous avez le même taux d'intérêt ?

c) Supposons que vous commencez à effectuer des versements immédiatement. Déterminez le montant des cinq versements annuels que vous allez payer à la banque si le taux d'intérêt prévu est de 10 % capitalisé annuellement.

P2.4 Vous empruntez une somme de 30 000 $ au taux de 5 % capitalisé annuellement. Vous remboursez votre emprunt en effectuant 15 versements annuels égaux. Le premier de ces 15 versements sera effectué dans exactement cinq ans.

a) Calculez le montant de ces versements.

b) Déterminez le taux d'intérêt appliqué si on exige que les versements soient de 2 900 $ chacun.

c) Déterminez le nombre de versements si le taux d'intérêt nominal annuel est de 5 % capitalisé trimestriellement et que les versements annuels sont de 2 900 $.

P2.5 Gabriel voudrait investir une somme de 20 $ à la fin de chaque mois pendant 25 ans. Le taux d'intérêt prévu est de 1 % capitalisé mensuellement.

a) Calculez la somme accumulée après 25 ans.
b) Calculez la somme qui doit être versée chaque mois afin d'accumuler 100 000 $ après 25 ans.
c) Calculez la somme accumulée si le taux d'intérêt augmente à 1,25 % au premier mois de la dixième année.
d) En supposant que le changement de taux s'applique et que la somme mensuelle versée est de 100 $, quand Gabriel pourra-t-il accumuler 100 000 $?

P2.6 Une entreprise paie des droits annuels à un propriétaire terrien. Elle verse annuellement une somme de 5 000 $. Ce montant sera versé à perpétuité, et le premier versement aura lieu dans exactement un an.

a) Si le propriétaire estime qu'il peut obtenir un taux de rendement de 15 % effectif, quelle est la valeur actuelle de l'offre de l'entreprise ?
b) Si la somme augmente à 7 000 $ à la fin de la dixième année et que le versement demeure une perpétuité, quelle est la valeur actuelle de l'offre de l'entreprise ?
c) Si l'échéance du contrat est fixée à 20 ans, quelle est la valeur actuelle de l'offre de l'entreprise, en considérant des paiements annuels de 7 000 $?

PROBLÈMES PRÉPARATOIRES AUX EXAMENS

Consultez la démarche et vérifiez vos réponses.

2.1 Maude voudrait investir une somme de 500 $ à la fin de chaque trimestre pendant 25 ans. Le taux d'intérêt prévu est de 2,25 % capitalisé semestriellement. À la fin de cette période, elle compte faire des retraits annuels de 7 000 $ sur une période de 15 ans. Supposons que le taux d'intérêt nominal, capitalisé semestriellement, qui aura cours (après les 25 ans) sera de 4,25 %.

a) Calculez le taux d'intérêt effectif trimestriel (sur les 25 premières années).
b) Calculez le taux d'intérêt effectif annuel (après les 25 premières années).
c) Calculez la somme accumulée à la fin des 25 ans.
d) Calculez la somme qui devrait être versée chaque trimestre afin de répondre à ses besoins en liquidités (pendant les 15 années subséquentes).
e) Calculez la somme accumulée si le taux d'intérêt nominal, capitalisé semestriellement, augmente à 3 % au premier trimestre de la dixième année et que la somme investie trimestriellement est de 500 $.

2.2 Aujourd'hui, Anthony investit 10 000 $ au taux d'intérêt effectif annuel de 10 % pour 10 ans. Son ami Samuel fera une série de versements, à la fin de chaque année, au même taux d'intérêt effectif de 10 % par année de façon à obtenir 32 736,26 $ dans 10 ans.

a) Quel montant Anthony aura-t-il accumulé dans 10 ans ?
b) Quel montant Samuel versera-t-il à la fin de chaque année ?
c) À quel moment Samuel et Anthony auront-ils le même montant d'argent à la banque ?

2.3 À l'achat d'une maison, le vendeur propose à Zachary deux solutions : soit faire des paiements mensuels de 1 500 $ durant 20 ans, soit faire des paiements trimestriels pendant 20 ans. Le taux d'intérêt nominal à capitalisation mensuelle est de 12 %.

a) Déterminez le prix de la maison.

PROBLÈMES PRÉPARATOIRES AUX EXAMENS (*suite*)

b) Déterminez le montant du versement trimestriel que proposera le vendeur à Zachary.

c) Si Zachary opte pour le versement mensuel, quelle sera sa dette après avoir fait des remboursements mensuels pendant deux ans ?

2.4 Vous voulez acheter une maison ayant une valeur de 289 900 $. Vous apportez la mise de fonds qui équivaut à 10 % du prix. Vous contractez un emprunt hypothécaire portant sur la somme restante, avec un taux d'intérêt annuel de 4,5 % et une période d'amortissement de 20 ans.

a) Calculez le taux d'intérêt effectif mensuel.

b) Calculez le montant des mensualités.

c) Supposons que vous acceptez de doubler le montant des mensualités (trouvé à la question **b**) afin d'écourter la période d'amortissement de votre emprunt. Au bout de combien d'années vous serez-vous acquitté de votre emprunt ?

d) Vous y réfléchissez plus longtemps et vous constatez que votre situation financière ne vous permet pas de doubler vos mensualités dès le début. Vous décidez alors de payer le montant trouvé en **b)** pendant quatre ans au bout desquels vous allez être promu et vous aurez alors une augmentation de salaire conséquente. Si vous doublez vos mensualités dès le premier mois de la cinquième année, vous voulez savoir quelle serait l'incidence sur la période d'amortissement. Au bout de combien de mois vous serez-vous acquitté de votre emprunt selon ce scénario ?

e) En maintenant le scénario initial (pas de doublement des mensualités), si le taux d'intérêt annuel offert est de 3,5 %, quelle serait la somme versée chaque mois ?

2.5 Félix aimerait acheter un chalet d'une valeur de 150 000 $. Après une étude de marché des taux offerts par les différentes banques, son choix s'arrête sur deux d'entre elles :

Option 1 : La banque A offre un taux d'intérêt nominal à capitalisation semestrielle de 12 %.

Option 2 : La banque B offre un taux d'intérêt nominal à capitalisation semestrielle de 14 %, mais au moment de chaque paiement semestriel, la banque lui versera 30 $ comme contribution à son paiement.

Pour les deux options, Félix contractera un prêt sur cinq ans et fera des versements semestriels.

a) Quel est le montant du versement semestriel selon l'option 1 ?

b) Quel est le montant du versement semestriel que Félix versera selon l'option 2 ?

c) Déduisez des questions **a)** et **b)** l'option la plus intéressante. Justifiez votre réponse.

d) La banque A propose à Félix de faire des versements mensuels identiques afin d'accumuler le montant de son remboursement semestriel. La banque lui offre un taux de placement nominal à capitalisation mensuelle de 3 %. Quel montant mensuel Félix devra-t-il verser à la fin de chaque mois ?

e) Félix décide d'acheter le chalet pour 150 000 $. Il le vend au bout de cinq ans au prix de 200 000 $. Sachant que la banque propose un taux d'intérêt effectif de placement de 10 %, l'achat du chalet est-il rentable ?

CHAPITRE 3

Le choix des projets d'investissement

Plan du chapitre

3.1 Le choix des investissements

3.2 Les critères de prise de décision d'investissement

3.3 Les flux monétaires et la prise de décision d'investissement

L'essentiel pour réussir son cours de gestion financière

Problèmes de révision et solutions
Questions
Exercices
Problèmes
Problèmes préparatoires aux examens

Consultez le solutionnaire en ligne.

Annexe du chapitre 3
L'investissement de la Caisse de dépôt et placement du Québec dans le projet du REM

La lecture de ce chapitre vous permettra de maîtriser les notions financières suivantes :

Introduction

Dans ce chapitre, nous aborderons tout d'abord les différentes catégories de projets selon le type de décision à prendre et selon leurs caractéristiques respectives. Ensuite, nous présenterons les critères de sélection des projets d'investissement, puis nous illustrerons leur application à l'aide d'exemples. Finalement, nous exposerons les éléments qu'il convient de prendre en considération ou non quand il s'agit d'établir les mesures de rentabilité d'un projet. Nous accorderons une importance particulière aux effets de l'imposition et de l'amortissement.

L'objectif du présent chapitre est de permettre à l'évaluateur d'établir un diagnostic quant à la pertinence d'un projet d'investissement dans l'entreprise à partir de critères financiers, et ce, sans négliger les répercussions fiscales sur les flux du projet.

Certains préalables sont essentiels pour aborder le présent chapitre. Le lecteur doit essentiellement maîtriser les méthodes de calcul qui tiennent compte du facteur temps et du rôle attribué aux divers taux en cause.

3.1 Le choix des investissements

Nous présentons, dans cette section, le processus de choix des investissements et les types de décisions à prendre. Nous discuterons également des caractéristiques principales des projets d'investissement.

3.1.1 Le processus de choix des investissements

Le processus de choix des investissements comporte plusieurs étapes. Nous présentons ici les trois plus importantes. La première consiste à détecter et à caractériser les projets. Pour ce faire, il faut d'abord répondre aux questions suivantes : s'agit-il d'un agrandissement ? d'un renouvellement ? de nouveaux produits, etc. ? La deuxième étape consiste à évaluer les projets. Elle requiert différentes évaluations financières : les flux monétaires, l'application des méthodes d'évaluation et l'analyse des divers effets des impôts, de l'amortissement fiscal et de l'inflation. La troisième étape consiste à réaliser le projet sans omettre la possibilité d'un abandon, d'une revente ou d'un investissement supplémentaire. Rappelez-vous qu'un projet rentable peut devenir non rentable à cause de changements économiques défavorables.

3.1.2 Les projets et les types de décisions

Les projets d'investissement peuvent être répartis en différentes catégories, selon le type de décision à prendre.

Les projets indépendants

Deux (ou plusieurs) projets sont indépendants si la réalisation de l'un n'influe en rien sur celle de l'autre. Par exemple, il pourrait s'agir de l'achat d'une nouvelle machine d'emballage ou de la construction d'un restaurant pour les employés de l'entreprise.

Les projets mutuellement exclusifs

Deux projets sont mutuellement exclusifs si et seulement si la réalisation de l'un implique le rejet de l'autre. Par exemple, une entreprise n'a besoin que d'un seul camion pour effectuer les livraisons et doit choisir entre l'achat d'un camion compartimenté ou celui d'un camion non compartimenté.

Les projets contingents

Deux projets sont contingents si la réalisation de l'un ne peut se faire sans celle de l'autre. Prenons l'exemple d'une entreprise qui désire construire un nouveau siège social sur un nouveau terrain. L'acquisition du terrain dépend dans ce cas de la décision de construire ou non le nouvel immeuble.

3.1.3 Les caractéristiques des projets

En plus des éléments précédents, qui conditionnent le type de décision à prendre, les projets ont des caractéristiques particulières, que nous exposons dans la présente sous-section.

L'horizon

L'horizon définit la durée de vie économique du projet. La vie économique est importante pour déterminer l'horizon des besoins de financement de l'entreprise. Le long terme présente plus de difficultés en ce qui concerne les prévisions macroéconomiques et microéconomiques.

La taille du projet

La taille du projet peut se mesurer d'après le volume d'investissement initial requis. Cette notion dépend évidemment de la taille de l'entreprise elle-même. En général, la taille du projet sera prise en considération lors du choix fait parmi des projets mutuellement exclusifs.

La nature stratégique du projet

Un projet d'investissement doit faire partie intégrante de la stratégie de développement de l'entreprise afin de contribuer le plus adéquatement possible à la création de valeur. L'analyse des projets en lice n'est pas une opération sans coûts ; c'est pourquoi l'importance stratégique du projet tout comme sa taille détermineront l'effort qui sera consacré à son évaluation.

Une décision d'investissement détermine souvent la nature des activités pour les années à venir. Cela explique le rôle important du gestionnaire financier, qui doit distinguer les projets bénéfiques de ceux qui le sont moins. La décision d'investissement est donc cruciale. Elle ne se limite pas au simple choix d'acheter ou non un actif immobilisé. Elle suppose plutôt un ensemble de décisions préalables concernant les stratégies d'orientation et de positionnement sur le marché, la planification budgétaire, l'évaluation du degré de flexibilité de la production future et la structure financière. Ces décisions requièrent donc la participation de l'ensemble des services de l'entreprise, et non simplement celle des services financiers. Les services de la production, de la commercialisation et de la comptabilité ainsi que la haute direction sont à l'origine des données nécessaires au choix de l'investissement. Il s'agit alors, pour le gestionnaire, de synthétiser toute l'information qui lui est transmise, de la traduire en critères d'évaluation et de se prononcer sur la pertinence des projets qui se font jour. L'encadré 3.1 illustre le cas de quatre sociétés énergétiques qui ont pris la décision d'investir dans un projet mixte d'installation et d'exportation de gaz naturel liquéfié au Canada.

ENCADRÉ 3.1 Le projet LNG Canada

Shell Canada, Korea Gas Corporation, Mitsubishi Corporation et PetroChina Company Limited annoncent la réalisation d'un projet conjoint d'installation et d'exportation du gaz naturel liquéfié au Canada. […]

ENCADRÉ 3.1 Le projet LNG Canada (*suite*)

[Pour réaliser ce projet,] les quatre sociétés mettent en commun leur vaste expérience du développement, leur expertise technique, leur force financière et leur accès aux marchés, des éléments essentiels pour dominer le secteur de la mise en valeur du gaz naturel liquéfié au Canada. Ce projet permettrait aux marchés émergents d'avoir accès aux abondantes ressources canadiennes de gaz naturel.

[…] Shell détient une participation directe de 40 % dans le projet ; Korea Gas Corporation, Mitsubishi Corporation et PetroChina Company Limited en détiennent chacune 20 %. […]

Le projet LNG Canada comprend la conception, la construction et l'exploitation d'une usine de liquéfaction du gaz, ainsi que des installations de stockage et d'exportation du gaz naturel liquéfié, notamment des installations maritimes de déchargement et d'expédition.

[…] [Selon le communiqué de Shell,] un tel projet peut créer des milliers d'emplois pendant sa construction et des centaines d'emplois permanents à temps plein pendant son exploitation. Un projet d'infrastructure énergétique de cette envergure peut également apporter des retombées économiques indirectes à la région.

La décision de réaliser ce projet sera prise après les travaux d'ingénierie, les études environnementales et les interventions auprès des intéressés, et le démarrage des installations pourra avoir lieu vers la fin de la décennie, sous réserve de l'approbation des organismes de réglementation et de l'issue des décisions d'investissement. […]

Source : Shell Canada. (2012, 15 mai). Annonce du projet LNG Canada. Repéré à www.shell.ca/fr_ca/medias/communiques-de-presse/news-releases-2012/annonce-du-projet-lng-canada.html

Souvent, devant un éventail de choix d'investissement, la décision d'investissement n'est pas toujours facile à prendre, comme nous pourrons le voir dans le cas de l'investissement dans Bombardier par la Caisse de dépôt et placement du Québec (*voir l'annexe du chapitre 3, p. 120*).

Selon leur nature, on peut distinguer six catégories de projets.

Les projets de remplacement d'actifs en place pour poursuivre l'activité Les projets de remplacement d'actifs en place sont nécessaires dans le cas où l'entreprise souhaite poursuivre la même activité et possède des actifs désuets.

Les projets de remplacement d'actifs en place pour réduire les coûts de production Dans le cas des projets de remplacement d'actifs en place pour réduire les coûts de production, il n'est plus question d'actifs désuets, mais d'actifs dépassés qui ne répondent plus aux critères de coûts de production. En général, le choix d'investissement est capital pour atteindre la cible stratégique de faible prix de vente des produits. Par conséquent, l'évaluation des projets est détaillée.

Les projets d'expansion de la capacité de production ou des marchés de produits existants Les projets d'expansion de la capacité de production ou des marchés de produits existants impliquent des dépenses visant à accroître les capacités de production ou encore les marchés sur lesquels l'entreprise est présente. Ils requièrent des analyses complexes qui reposent sur des prévisions de croissance et de développement des marchés.

Les projets d'expansion sur la base de nouveaux produits Les projets d'expansion sur la base de nouveaux produits impliquent des décisions stratégiques majeures, car celles-ci sont susceptibles de changer entièrement la nature de la société. Ces projets nécessitent de longues analyses, une évaluation détaillée et donc des coûts importants pour l'entreprise. La décision finale est en général prise au plus haut niveau hiérarchique de l'entreprise.

Les projets relatifs à la sécurité ou à la protection de l'environnement De plus en plus, les entreprises s'engagent dans des activités de préservation de l'environnement et investissent afin de mieux adapter leur équipement et de respecter les nouvelles lois environnementales. Ces investissements sont incontournables ; ils ne génèrent pas directement de revenus et sont traités rapidement.

Les autres projets Cette dernière catégorie regroupe tous les projets qui n'entrent pas dans les catégories mentionnées précédemment, par exemple la construction d'un local pour les employés ou encore l'agrandissement du stationnement. Le coût de revient est en général un élément de décision majeur.

Les flux monétaires liés au projet

Retenons ici qu'il est capital de bien déterminer les flux monétaires liés au projet. C'est incontestablement la tâche la plus ardue du processus de décision d'investissement. Retenons aussi qu'il est important de recenser tous les flux qui peuvent constituer des dépenses et des versements du point de vue des investisseurs. Nous examinerons plus en détail les éléments à prendre en compte ou à ignorer dans nos calculs des flux monétaires dans la section 3.3 (*voir p. 96*).

3.2 Les critères de prise de décision d'investissement

L'objectif de la présente section est d'étudier les principaux critères de prise de décision d'investissement. Nous montrerons comment évaluer, à l'aide de calculs, chacun des critères et comment interpréter les résultats obtenus. Nous verrons aussi les avantages et les inconvénients liés à ces critères.

3.2.1 Le délai de récupération et le délai de récupération actualisé

Le **délai de récupération** (ou *payback period*) d'un projet correspond au laps de temps ou au nombre d'années nécessaires pour récupérer l'investissement initial. En d'autres termes, c'est le temps que prennent les flux monétaires cumulatifs prévus à équivaloir aux fonds investis dans le projet.

EXEMPLE 3.1

Supposons que l'entreprise MAT Canada inc. a le choix entre deux projets mutuellement exclusifs, A et B, nécessitant chacun un investissement de quatre millions de dollars et dont les flux monétaires sont les suivants :

Année	Flux monétaires (en milliers de dollars)		Flux monétaires cumulatifs (en milliers de dollars)	
	Projet A	Projet B	Projet A	Projet B
1	4 000	2 000	4 000	2 000
2	1 000	2 000	5 000	4 000
3	0	2 000	5 000	6 000

Calculons le délai de récupération pour chaque projet.

SOLUTION

Dans le cas du projet A, il faut un an pour récupérer les quatre millions de dollars, alors que, dans le cas du projet B, il faut deux ans. En prenant le délai de récupération pour critère de décision, un gestionnaire financier acceptera le projet A plutôt que le projet B.

La règle de décision :

1. Pour les projets indépendants, on choisit les projets ayant un délai de récupération inférieur à une date limite préalablement fixée par le gestionnaire en fonction de ses contraintes, notamment celles qui sont liées au financement ;
2. Pour les projets mutuellement exclusifs, on choisit le projet ayant le délai de récupération le plus court tant et aussi longtemps qu'il est inférieur au seuil imposé par la haute direction.

Le délai de récupération est souvent utilisé par les dirigeants des petites et moyennes entreprises (PME), car il est facile à comprendre et à employer. Il est adapté au contexte de rationnement du capital parce qu'il permet de distinguer les projets qui génèrent rapidement des rentrées de fonds. De plus, il représente une manière simple d'évaluer le risque d'un projet. Ainsi, selon le critère du délai de récupération, plus un projet est liquide (recouvre rapidement son investissement), moins il est risqué.

Toutefois, le délai de récupération ne tient pas compte de la chronologie des flux monétaires ni de leur répartition dans le temps. Cette lacune peut néanmoins être comblée si le gestionnaire actualise les flux monétaires pour calculer un délai de récupération actualisé. Il considère donc le fait qu'un dollar aujourd'hui vaut plus qu'un dollar à la fin de la période de récupération.

D'après l'exemple 3.1, en supposant un taux d'actualisation approprié de 10 %, on obtiendrait ainsi les résultats suivants :

Année	Flux monétaires actualisés (en milliers de dollars)		Flux monétaires cumulatifs (en milliers de dollars)	
	Projet A	Projet B	Projet A	Projet B
1	3 636,36	1 818,18	3 636,36	1 818,18
2	826,45	1 652,89	4 462,81	3 471,07
3	0,00	1 502,63	4 462,81	4 973,70

Le **délai de récupération actualisé** de A est d'un peu plus de un an {1 + [(4 000 − 3 636,36) / 826,45] = 1,44}, alors que celui de B est d'un peu plus de deux ans {2 + [(4 000 − 1 818,18 − 1 652,89) / 1 502,63] = 2,35}. Cette différence ne modifie donc pas nos conclusions quant à la sélection des projets.

Le délai de récupération actualisé ne représente qu'une légère modification du délai de récupération non actualisé, puisque lui non plus ne tient pas compte des flux monétaires une fois que la mise de fonds a été récupérée. Le choix de la période limite à respecter pour les projets indépendants est également arbitraire. Il est difficile, dans ce cas, de déterminer ce qu'est un bon délai de récupération.

3.2.2 Le taux de rendement comptable

Abandonnons ici momentanément les flux monétaires pour revenir aux mesures comptables, en particulier au résultat de l'exercice, lequel est à la base du calcul permettant d'évaluer le taux de rendement comptable (TRC) qui se calcule selon l'équation suivante :

$$\text{Taux de rendement comptable} = \frac{\text{Résultat de l'exercice moyen}}{\text{Valeur comptable nette moyenne}} \times 100$$

EXEMPLE 3.2

Prenons un projet d'investissement d'une durée de vie de trois ans qui requiert un montant de 180 000 $ à $t = 0$. Supposons que l'entreprise MAT Canada adopte la méthode de l'amortissement linéaire. Cette décision implique que la valeur comptable du projet passera de 180 000 $ à 0 $ à l'année 3. Le tableau suivant illustre cette situation :

	Année (en milliers de dollars)			
	0	**1**	**2**	**3**
Valeur comptable brute	180	180	180	180
Amortissement accumulé	0	60	120	180
Valeur comptable nette	180	120	60	0

SOLUTION

La valeur comptable nette moyenne se calcule comme suit :

(180 000 + 120 000 + 60 000 + 0) / 4 = 90 000 $.

Le tableau ci-dessous montre les états prévisionnels du projet au cours de sa durée de vie :

	Année (en milliers de dollars)		
	1	**2**	**3**
Ventes	200	150,00	140,0
Dépenses	100	75,00	70,0
Marge brute avant amortissement	100	75,00	70,0
Amortissements	60	60,00	60,0
Bénéfices avant intérêts et impôts (BAII)	40	15,00	10,0
Impôts (25 %)	10	3,75	2,5
Résultat de l'exercice	30	11,25	7,5

Résultat de l'exercice moyen = (30 000 + 11 250 + 7 500) / 3 = 16 250 $

Rendement comptable moyen (RCM) = 16 250 / 90 000 = 18,06 %

Si le taux de rendement actuel de l'entreprise est de 16 %, alors, en se basant sur le critère du taux de rendement comptable, le gestionnaire financier de l'entreprise MAT Canada devra accepter le projet.

SOLUTION (*suite*)

La règle de décision :

1. Pour les projets indépendants, on choisit les projets ayant un taux de rendement comptable supérieur au seuil prédéterminé par la haute direction ;
2. Pour les projets mutuellement exclusifs, on choisit le projet ayant le taux de rendement comptable le plus élevé, à la condition que le RCM soit supérieur au seuil imposé par la haute direction.

Le taux de rendement comptable est facile à comprendre et à employer, puisqu'il se base sur les données comptables, lesquelles sont souvent les plus faciles à obtenir. Toutefois, il comporte certaines lacunes : par exemple, il ne tient pas compte de la valeur de l'argent dans le temps. Il est également arbitraire quant au choix du seuil critique à utiliser pour la prise de décision d'investir et se base sur les bénéfices comptables, non sur les flux monétaires.

3.2.3 La valeur actuelle nette : un critère dominant

On appelle **valeur actuelle (VA)** d'un projet d'investissement la valeur résultant de l'actualisation des différents flux monétaires qu'il génère.

Soit :

ÉQUATION 3.1

$$VA = \sum_{t=1}^{n} \frac{FM_t}{(1+r)^t}$$

où

FM_t sont les flux monétaires générés par l'investissement ;
r est le taux d'actualisation requis ;
n est la durée de vie du projet (en nombre de périodes).

En outre, n'importe quel projet d'investissement nécessite d'être financé au tout début de son existence : c'est l'investissement initial ou, autrement dit, le montant des liquidités nécessaires pour que le projet devienne réalité.

On appelle **valeur actuelle nette (VAN)** d'un projet d'investissement la différence entre la VA des flux qu'il génère et l'investissement initial (I_0).

Soit :

ÉQUATION 3.2

$$VAN = \sum_{t=1}^{n} \frac{FM_t}{(1+r)^t} - I_0$$

Si la VAN d'un projet d'investissement est positive, les flux de ce projet en valeur d'aujourd'hui sont supérieurs à l'investissement liquide qu'il nécessite : il mérite donc, d'un point de vue financier, d'être entrepris. La VAN est alors considérée comme la valeur créée par l'investissement. Elle représente l'augmentation immédiate de valeur qui revient à l'investisseur. En effet, si l'investissement coûte 100 $ à réaliser et que la VA de ses flux futurs est de 110 $, l'investisseur qui le réalise s'enrichit de 10 $.

La VAN permet de mesurer le changement qui survient dans la valeur intrinsèque de l'entreprise et dans la richesse de ses actionnaires à la suite de l'acceptation du projet. Une VAN positive implique que les flux monétaires générés par le projet sont suffisants pour couvrir l'investissement initial ainsi que le coût de financement. Un projet à VAN positive suppose donc une création de richesse pour l'entreprise, alors qu'un projet à VAN négative doit être abandonné sous peine de réduire la valeur de l'entreprise.

La règle de décision :

1. Pour les projets indépendants, on accepte les projets ayant une VAN positive, ce qui indique que le rendement est supérieur au coût du capital ;
2. Pour les projets mutuellement exclusifs, on choisit le projet ayant la VAN positive la plus grande.

EXEMPLE 3.3

Supposons que l'entreprise MAT Canada entreprenne deux projets différents : le projet A et le projet B. Ces projets génèrent les flux monétaires suivants :

Année	Flux monétaires (en milliers de dollars)	
	Projet A	Projet B
0	−8 000	−8 000
1	4 000	1 000
2	3 000	3 000
3	4 000	4 000
4	2 000	5 000

Calculons la VAN de chaque projet en supposant un taux de rendement requis de 12 %.

SOLUTION

$$\text{VAN(A)} = -8\,000\,000 + 4\,000\,000(1 + 12\,\%)^{-1} + 3\,000\,000(1 + 12\,\%)^{-2} + 4\,000\,000(1 + 12\,\%)^{-3} + 2\,000\,000(1 + 12\,\%)^{-4}$$

$$= 2\,081\,167\,\$$$

Avec la calculatrice financière Sharp EL-738C, la VAN du projet A se calcule comme suit[1] :

Année	Touche	Affichage	
0	−8000000 $\boxed{\text{ENT}}$		
1	4000000 $\boxed{\text{ENT}}$		
2	3000000 $\boxed{\text{ENT}}$		
3	4000000 $\boxed{\text{ENT}}$		
4	2000000 $\boxed{\text{ENT}}$		
	$\boxed{\text{2ndF}}$ $\boxed{\text{CFi}}$ $\boxed{\text{2ndF}}$ $\boxed{\text{MODE}}$ 12 $\boxed{\text{ENT}}$ ▼ $\boxed{\text{COMP}}$	NET_PV 2081167.35	**VAN(A)**
	$\boxed{\text{ON/C}}$		

1. Dans cet ouvrage, l'information contenue dans les tableaux de calculs effectués à l'aide des calculatrices financières Sharp EL-738C et Texas Instruments BA II Plus est présentée dans le format anglo-saxon afin de correspondre à celui des calculatrices. L'utilisation de ces deux modèles a été retenue en raison de leur usage répandu et de leur efficacité, mais l'emploi d'un autre modèle n'est pas un obstacle, car la plupart des calculatrices financières possèdent des touches identiques et des fonctions similaires.

SOLUTION (*suite*)

Pour obtenir ce résultat à l'aide de la calculatrice financière Texas Instruments BA II Plus, suivez les étapes suivantes[2] :

Année	Affichage	Touche	Affichage	Touche	
0		CF –8000000 ENTER ↓	CF0		
1	C01	4000000 ENTER ↓	F01	1 ↓	
2	C02	3000000 ENTER ↓	F02	1 ↓	
3	C03	4000000 ENTER ↓	F03	1 ↓	
4	C04	2000000 ENTER ↓	F04	1 NPV	
	I	12 ENTER ↓ CPT	2081167		**VAN(A)**

$$\begin{aligned}\text{VAN(B)} &= -8\,000\,000 + 1\,000\,000(1 + 12\,\%)^{-1} + 3\,000\,000(1 + 12\,\%)^{-2} \\ &\quad + 4\,000\,000(1 + 12\,\%)^{-3} + 5\,000\,000(1 + 12\,\%)^{-4} \\ &= 1\,309\,150\,\$\end{aligned}$$

Avec la calculatrice financière Sharp EL-738C, la VAN du projet B se calcule comme suit :

Année	Touche	Affichage	
0	–8000000 ENT		
1	1000000 ENT		
2	3000000 ENT		
3	4000000 ENT		
4	5000000 ENT		
	2ndF CFi 2ndF MODE 12 ENT ▼ COMP	NET_PV 1309150.16	**VAN(B)**
	ON/C		

Pour obtenir ce résultat à l'aide de la calculatrice financière Texas Instruments BA II Plus, suivez les étapes suivantes :

Année	Affichage	Touche	Affichage	Touche	
0		CF –8000000 ENTER ↓	CF0		
1	C01	1000000 ENTER ↓	F01	1 ↓	
2	C02	3000000 ENTER ↓	F02	1 ↓	
3	C03	4000000 ENTER ↓	F03	1 ↓	
4	C04	5000000 ENTER ↓	F04	1 NPV	
	I	12 ENTER ↓ CPT	1309150		**VAN(B)**

2. Il est toujours conseillé d'appuyer d'abord sur CF0, 2ND et CLR WORK pour effacer toutes les entrées historiques des données.

SOLUTION ***(suite)***

En utilisant le chiffrier Microsoft Excel, on calcule les deux VAN comme suit :

	A	B	C
1	**Année**	**Projet A**	**Projet B**
2	0	–8 000 $	–8 000 $
3	1	4 000 $	1 000 $
4	2	3 000 $	3 000 $
5	3	4 000 $	4 000 $
6	4	2 000 $	5 000 $
7	Taux d'actualisation	= 12 %	= 12 %
8	VAN du projet	= VAN(12%,B3:B6) –8000	= VAN(12%,C3:C6) –8000
9		2081,167 $	1309,150 $

Ces deux projets sont donc intéressants pour l'entreprise, car leurs VAN respectives sont positives, ce qui indique qu'ils génèrent en dollars d'aujourd'hui des flux monétaires supérieurs à leurs coûts de financement. Néanmoins, si les projets sont mutuellement exclusifs, le projet A devrait être retenu parce qu'il engendre un accroissement de la richesse plus important pour l'entreprise.

Avant de passer au critère suivant, il est important de souligner les principales caractéristiques de la VAN. Celle-ci est basée sur le principe selon lequel un dollar aujourd'hui vaut plus qu'un dollar demain. Autrement dit, la VAN prend en compte la valeur temporelle de l'argent. Aussi, elle ne tient compte que des flux monétaires, lesquels sont généralement calculés indépendamment des préférences des gestionnaires, des normes comptables et de la rentabilité des opérations actuelles. Les VAN s'expriment en dollars et peuvent être additionnées. En d'autres termes, si l'on suppose deux projets indépendants, X et Y, VAN(X + Y) = VAN(X) + VAN(Y). Examinons maintenant le taux de rendement interne.

3.2.4 Le taux de rendement interne

Le **taux de rendement interne (TRI)** correspond au taux d'actualisation pour lequel la VAN du projet en cause sera nulle. Ce taux rend ainsi la VA des rentrées de fonds égale à celle des sorties de fonds. Le TRI peut aussi s'interpréter comme le coût maximal des fonds que peut supporter l'entreprise sans nuire à sa richesse.

La règle de décision :

1. Pour des projets indépendants, on retiendra les projets ayant un TRI supérieur au coût des fonds r ;
2. Pour des projets mutuellement exclusifs, l'emploi de la règle de décision est plus délicat. Retenons simplement pour l'instant qu'il serait erroné de choisir systématiquement le projet ayant le TRI le plus élevé.

Reprenons l’exemple 3.3 (*voir p. 83*) pour trouver le TRI des deux projets, A et B, de l’entreprise MAT Canada. Nous devons procéder par interpolation linéaire :

TRI(A)	
Taux de rendement interne	**Valeur actuelle nette (en milliers de dollars)**
20 %	695,99
TRI recherché	0,00
25 %	–12,80

$$\frac{\text{TRI} - 20\%}{25\% - 20\%} = \frac{0 - 695{,}99}{-12{,}80 - 695{,}99}$$

TRI(A) ≈ 24,6 % (approximation)

L’utilisation de la calculatrice financière permet de calculer le TRI du projet A, comme cela est illustré dans le tableau 3.1.

TABLEAU 3.1 Le calcul du taux de rendement interne du projet A avec la calculatrice financière

Sharp EL-738C			
Année	**Touche**	**Affichage**	
0	–8000000 $\boxed{\text{ENT}}$		
1	4000000 $\boxed{\text{ENT}}$		
2	3000000 $\boxed{\text{ENT}}$		
3	4000000 $\boxed{\text{ENT}}$		
4	2000000 $\boxed{\text{ENT}}$		
	$\boxed{\text{2ndF}}$ $\boxed{\text{CFi}}$ $\boxed{\text{COMP}}$	RATE(I/Y) 24.90	**TRI(A)**

Texas Instruments BA II Plus					
Année	**Affichage**	**Touche**	**Affichage**	**Touche**	
0		$\boxed{\text{CF}}$ –8000000 $\boxed{\text{ENTER}}$ $\downarrow$	CF0		
1	C01	4000000 $\boxed{\text{ENTER}}$ $\downarrow$	F01	1 $\downarrow$	
2	C02	3000000 $\boxed{\text{ENTER}}$ $\downarrow$	F02	1 $\downarrow$	
3	C03	4000000 $\boxed{\text{ENTER}}$ $\downarrow$	F03	1 $\downarrow$	
4	C04	2000000 $\boxed{\text{ENTER}}$ $\downarrow$	F04	1 $\boxed{\text{IRR}}$	
		$\boxed{\text{CPT}}$	24.90		**TRI(A)**

TRI(A) = 24,9 %, ce qui est bien supérieur au coût des fonds et confirme que le projet A est intéressant.

Procédons maintenant au calcul du TRI du projet B par interpolation linéaire.

TRI(B)	
Taux de rendement interne	**Valeur actuelle (en milliers de dollars)**
15%	626,83
TRI recherché	0,00
20%	–357,25

$$\frac{\text{TRI} - 15\%}{20\% - 15\%} = \frac{0 - 626{,}83}{-357{,}25 - 626{,}83}$$

TRI(B) ≈ 18,18 % (approximation)

L'utilisation de la calculatrice financière permet de calculer le TRI du projet B, comme cela est illustré dans le tableau 3.2.

TABLEAU 3.2 Le calcul du taux de rendement interne du projet B avec la calculatrice financière

Sharp EL-738C			
Année	**Touche**	**Affichage**	
0	–8000000 ENT		
1	1000000 ENT		
2	3000000 ENT		
3	4000000 ENT		
4	5000000 ENT		
	2ndF CFi COMP	RATE(I/Y) 18.08	**TRI(B)**

Texas Instruments BA II Plus					
Année	**Affichage**	**Touche**	**Affichage**	**Touche**	
0		CF –8000000 ENTER ↓	CF0		
1	C01	1000000 ENTER ↓	F01	1 ↓	
2	C02	3000000 ENTER ↓	F02	1 ↓	
3	C03	4000000 ENTER ↓	F03	1 ↓	
4	C04	5000000 ENTER ↓	F04	1 IRR	
		CPT	18.08		**TRI(B)**

TRI(B) = 18,08 %, ce qui fait du projet B un projet intéressant pour l'entreprise. Cependant, le projet A, qui a le TRI le plus élevé, pourrait être retenu.

Il y a lieu, ici, de se demander si l'on aboutit toujours à la même décision lorsqu'on utilise le TRI ou la VAN comme critère pour le choix d'investissement entre deux projets indépendants. La réponse à cette question devrait être oui, mais à la condition, d'une part, que l'investissement initial soit négatif et que tous les flux monétaires consécutifs et subséquents soient positifs et, d'autre part, que les projets soient indépendants. Si l'une de ces deux conditions n'est pas remplie, des cas litigieux risquent de survenir. Nous aborderons les problèmes inhérents au TRI dans la sous-section 3.2.6 (*voir page suivante*).

En utilisant le chiffrier Microsoft Excel, on calcule les deux TRI comme suit :

	A	B	C
1	Année	Projet A	Projet B
2	0	–8 000 $	–8 000 $
3	1	4 000 $	1 000 $
4	2	3 000 $	3 000 $
5	3	4 000 $	4 000 $
6	4	2 000 $	5 000 $
7	Taux d'actualisation	12 %	12 %
8	VAN du projet	= VAN(12%,B3:B6) –8000	= VAN(12%,C3:C6) –8000
9		2081,167 $	1309,150 $
10	TRI du projet	= TRI(B2:B6)	= TRI(C2:C6)
11		24,90 %	18,08 %

3.2.5 L'indice de rentabilité

L'**indice de rentabilité (IR)** correspond au ratio de la valeur actualisée des flux monétaires divisée par l'investissement initial. Il constitue une mesure relative au montant de l'investissement. Selon le critère de l'indice de rentabilité, on devrait entreprendre tous les projets dont l'indice est supérieur à 1.

La règle de décision :

1. Pour des projets indépendants, on retient les projets dont l'IR est supérieur à 1, car ce résultat indique en dollars d'aujourd'hui que les flux positifs sont plus importants que les flux négatifs ;
2. Pour des projets mutuellement exclusifs, on choisit le projet ayant l'IR le plus élevé, pour autant qu'il soit supérieur à 1.

Selon les données des deux projets, A et B (*voir l'exemple 3.3, p. 83*), on aura :

$$\text{Indice de rentabilité}_A = \frac{10\,081{,}17}{8\,000} = 1{,}2601$$

$$\text{Indice de rentabilité}_B = \frac{9\,309{,}15}{8\,000} = 1{,}1636$$

Ces deux projets sont donc intéressants. Toutefois, si l'on suppose qu'il s'agit de projets mutuellement exclusifs, le gestionnaire financier de l'entreprise MAT Canada donnera la priorité au projet A, car son IR est plus élevé.

L'IR constitue une mesure relative de la rentabilité d'un projet et est un élément utile, notamment, en situation de rationnement du capital. Les inconvénients de ce critère sont étroitement liés à ceux de la VAN. Toutefois, il faut noter que l'on ne peut pas additionner les indices de rentabilité de deux projets, comme c'est le cas pour la VAN.

3.2.6 VAN-TRI : une comparaison détaillée

Nous présentons ici les différents cas de divergence entre la VAN et le TRI.

EXEMPLE 3.4

Supposons les deux projets d'investissement, MAT 1 et MAT 2, suivants. Le taux de rendement exigé est de 10 % pour ces deux projets :

	MAT 1	MAT 2
Flux monétaire 0 (en dollars)	–100 000,00	–100 000,00
Flux monétaire 1 (en dollars)	0,00	90 000,00
Flux monétaire 2 (en dollars)	1 000,00	50 000,00
Flux monétaire 3 (en dollars)	60 000,00	1 000,00
Flux monétaire 4 (en dollars)	120 000,00	0,00
VAN (en dollars)	27 866,95	23 891,81
TRI (en pourcentage)	17,72	29,28

Examinons quel est le projet le plus intéressant selon chaque critère retenu.

SOLUTION

Selon le critère de la VAN, le projet MAT 1 est plus intéressant que le projet MAT 2, alors que c'est l'inverse si le TRI est le critère retenu pour le choix d'investissement.

Dans ce qui suit, nous examinerons les raisons possibles de ces cas de divergence entre la VAN et le TRI.

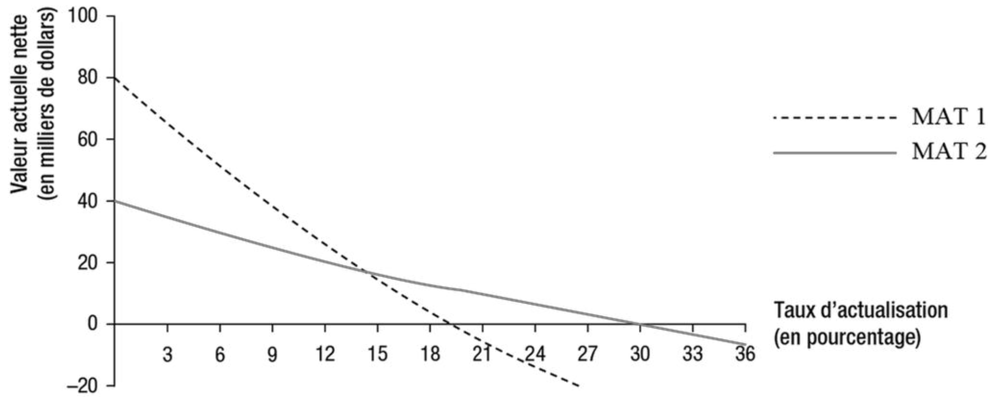
Les projets mutuellement exclusifs ayant une séquence des flux monétaires différente et étant de même taille

Deux raisons permettent d'expliquer que les évaluations des projets MAT 1 et MAT 2 soient divergentes selon que l'on emploie la VAN ou le TRI.

La sensibilité de la valeur actuelle des flux monétaires Les mécanismes d'actualisation font que plus les flux monétaires importants d'un projet sont rapprochés, moins ils seront sensibles à une variation du taux d'actualisation. Au contraire, si les flux importants sont éloignés dans le temps, une hausse du taux d'actualisation fera diminuer fortement la VAN. Cette relation est illustrée dans la figure 3.1 (*voir page suivante*). Jusqu'au point d'intersection des deux profils de VAN, soit 14 %, le projet MAT 1 domine le projet MAT 2. Après ce point, c'est le projet MAT 2 qui est supérieur au projet MAT 1. Autrement dit, pour un taux d'actualisation supérieur à 14 %, le diagnostic concernant les projets s'inverse, et le projet MAT 2 domine le projet MAT 1 en raison de l'arrivée plus précoce de ses flux monétaires positifs. En revanche, dans le cas présent, où le coût des fonds liés au projet est estimé à 10 %, il est clair que le projet MAT 1 sera préféré au projet MAT 2. La figure 3.1 illustre également la nécessité d'effectuer des analyses de sensibilité en faisant varier les taux d'actualisation.

Les hypothèses de réinvestissement des flux monétaires Dans nos estimations de la VAN et du TRI, nous posons l'hypothèse implicite que les flux monétaires générés par le projet peuvent être réinvestis à l'horizon du projet au taux d'actualisation utilisé. Ainsi, pour nos estimations de la VAN, nous avons supposé que les flux intermédiaires sont réinvestis au taux de 10 %, ce qui revient à dire que ces flux peuvent être réinvestis dans l'entreprise ou

FIGURE 3.1 Un exemple de projets mutuellement exclusifs ayant une séquence des flux monétaires différente



dans un projet de même nature. Si le projet est unique ou encore s'il a des caractéristiques très différentes de l'entreprise, cette hypothèse peut ne pas être réaliste. Pour ce qui est du TRI, le problème se manifeste lorsque le projet est très intéressant et que le TRI estimé est très élevé. En effet, un TRI de 29,27 % implique que l'on peut réinvestir les flux intermédiaires à ce même taux. L'hypothèse devient dès lors très critiquable et les résultats des évaluations, moins intéressants qu'il n'y paraît. Dans ce cas, comment peut-on résoudre ce problème ? Une solution existe, qui est basée sur le **taux de rendement interne intégré (TRII)**.

Un TRII est un TRI corrigé de façon à tenir compte d'un taux de réinvestissement des flux plus pertinent. Il s'applique uniquement à des projets mutuellement exclusifs.

La méthode d'estimation du TRII est la suivante :

1. On calcule la valeur future ou finale (VF) des flux monétaires en utilisant le taux de rendement exigé (10 %) ;
2. On calcule le taux d'actualisation qui rendrait la valeur présente de la VF nulle ; ce taux est le TRII.

La règle de décision est la suivante : on retient le projet ayant le TRII le plus élevé, à la condition que celui-ci soit supérieur au coût des fonds (ou coût du capital).

Pour les projets MAT 1 et MAT 2, on a :

$$\text{VF(MAT 1)} = 0(1 + 10\,\%)^3 + 1\,000(1 + 10\,\%)^2 + 60\,000(1 + 10\,\%)^1 + 120\,000(1 + 10\,\%)^0$$

$$= 187\,210\,\$$$

Donc, on estime le TRII(MAT 1) ainsi :

$-100\,000 + 187\,210(1 + \text{TRII(MAT 1)})^{-4} = 0$, donc TRII(MAT 1) = 16,97 %, alors que le TRI du projet MAT 1 était de 17,71 %.

$$\text{VF(MAT 2)} = 90\,000(1 + 10\,\%)^3 + 50\,000(1 + 0\,\%)^2 + 1\,000(1 + 10\,\%)^1 + 0(1 + 10\,\%)^0$$

$$= 181\,390\,\$$$

De même, on estime le TRII(MAT 2) ainsi :

$-100\,000\,\$ + 181\,390(1 + \text{TRII(MAT 2)})^{-4} = 0$, donc on obtient : TRII(MAT 2) = 16,05 %, alors que le TRI(MAT 2) était de 29,27 %.

La révision du critère fait converger les décisions d'investissement vers le projet MAT 1, puisque le TRII(MAT 1) est supérieur au TRII(MAT 2). En utilisant le chiffrier Microsoft Excel, on calcule les deux TRII comme suit :

	A	B	C
1	**Année**	**MAT 1**	**MAT 2**
2	0	–100 000 $	–100 000 $
3	1	– $	90 000 $
4	2	1 000 $	50 000 $
5	3	60 000 $	1 000 $
6	4	120 000 $	– $
7	Taux d'actualisation	= 10 %	= 10 %
8	VAN du projet	=27 866,95 $	= 23 891,81 $
9	TRI du projet	= 17,716 %	= 29,275 %
10	TRII du projet	= 16,972 %	= 16,052 %
11		= TRIM(B2:B6,10 %,10 %)	= TRIM(C2:C6,10 %,10 %)

Les projets mutuellement exclusifs de tailles différentes

La taille du projet fait référence au montant de l'investissement initial. Si ce dernier est très différent dans le cas de deux projets à évaluer, les conclusions apportées par le TRI peuvent être erronées.

EXEMPLE 3.5

Soit deux projets, A et B :

	Projet A	Projet B
Investissement initial (en dollars)	–3 000,00	–10 000,00
Flux monétaires annuels (en dollars)	6 000,00	14 000,00
Durée de vie (en années)	1,00	1,00
TRI (en pourcentage)	100,00	40,00
VAN (en dollars)	2 454,54	2 727,27

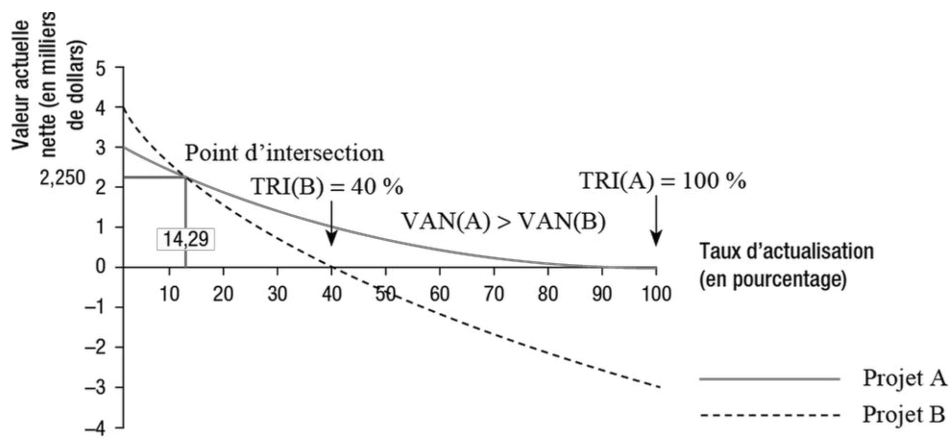
Examinons quel est le projet le plus intéressant selon chaque critère retenu sachant que la rentabilité minimale exigible est de 10 %.

SOLUTION

Si on utilise le critère de la VAN, le projet B est plus intéressant que le projet A, alors que si on utilise le TRI, le projet A devient plus intéressant que le projet B. Dans le cas de projets mutuellement exclusifs, on fait souvent face à des situations de désaccord à la suite de l'évaluation de la VAN et du TRI. Il est important, dans ces cas, de faire le bon choix.

Dans la figure 3.2, on schématise le désaccord entre la VAN et le TRI où les deux profils de la VAN se coupent à 14,29 %. Ce taux correspond au taux d'actualisation qui rend les VAN des deux projets égales. Il est souvent appelé « taux pivot ». Ainsi, pour un taux d'actualisation inférieur à 14,29 %, c'est le projet B qui doit être retenu, alors que, pour un taux d'actualisation supérieur à 14,29 %, c'est le projet A qui doit l'être. Dans ce cas, quel projet faut-il choisir ?

FIGURE 3.2 Un exemple de projets mutuellement exclusifs de tailles différentes



Pour répondre à cette question, on peut calculer la rentabilité marginale d'un projet par rapport à l'autre. Le projet B exige un investissement initial de 10 000 $, soit 7 000 $ de plus que le projet A, mais il rapporte 8 000 $ de plus lors de la première année. Est-ce que cet investissement supplémentaire de 7 000 $ est rentable ? En faisant le calcul de la VAN du projet (B – A), soit 2 727,27 – 2 454,54 = 272,72 $, on peut dire qu'en acceptant le projet B, les actionnaires seront plus riches de 272,72 $. On peut facilement remarquer que le montant de 7 000 $ investi dans le projet B et rapportant 8 000 $ la première année est acceptable, puisque sa VAN = 272,72 $ et son TRI = 14,29 %. L'entreprise devrait donc choisir le projet B.

L'utilisation de la calculatrice financière permet de calculer la VAN et le TRI du projet d'investissement supplémentaire de 7 000 $, comme cela est illustré dans le tableau 3.3.

TABLEAU 3.3 Le calcul de la VAN et du TRI du projet d'investissement supplémentaire avec la calculatrice financière

Sharp EL-738C			
Année	**Touche**	**Affichage**	
0	–7000 ENT		
1	8000 ENT		
	ON/C		
	2ndF CFi 2ndF MODE 10 ENT ▼ COMP	NET_PV 272.73	**VAN**
	▼ COMP	RATE(I/Y) 14.29	**TRI**

TABLEAU 3.3 Le calcul de la VAN et du TRI du projet d'investissement supplémentaire avec la calculatrice financière (*suite*)

Texas Instruments BA II Plus					
Année	**Affichage**	**Touche**	**Affichage**	**Touche**	
0		$\boxed{\text{CF}}$ −7000 $\boxed{\text{ENTER}}$ ↓	CF0		
1	C01	8000 $\boxed{\text{ENTER}}$ ↓	F01	1 ↓	
	I	$\boxed{\text{NPV}}$ 10 $\boxed{\text{ENTER}}$ ↓ $\boxed{\text{CPT}}$	272.72		**VAN**
		$\boxed{\text{IRR}}$ $\boxed{\text{CPT}}$	14.29		**TRI**

QUESTION ÉCLAIR 3.1

Est-ce qu'on peut additionner les TRI de plusieurs projets ?

Les TRI multiples

Nous abordons ici un problème qui touche aussi bien les projets indépendants que les projets mutuellement exclusifs. Si ces projets génèrent des flux monétaires positifs et négatifs, il devient difficile d'en trouver le TRI.

Prenons, par exemple, le projet de lancement d'un nouveau produit. Les gestionnaires de l'entreprise prévoient que les ventes de ce nouveau produit sur le marché seront bonnes dès la première année, mais qu'un investissement supplémentaire sera nécessaire la deuxième année pour assurer le maintien de l'avance sur les concurrents qui ne manqueront pas d'entrer sur le marché. Les flux monétaires prévus sont les suivants :

Investissement initial (en dollars)	Flux monétaire 1 (en dollars)	Flux monétaire 2 (en dollars)	VAN à 10 % (en dollars)	TRI (en pourcentage)
−12 000,00	50 000,00	−50 000,00	−7 867,77	66,67 et 150,00

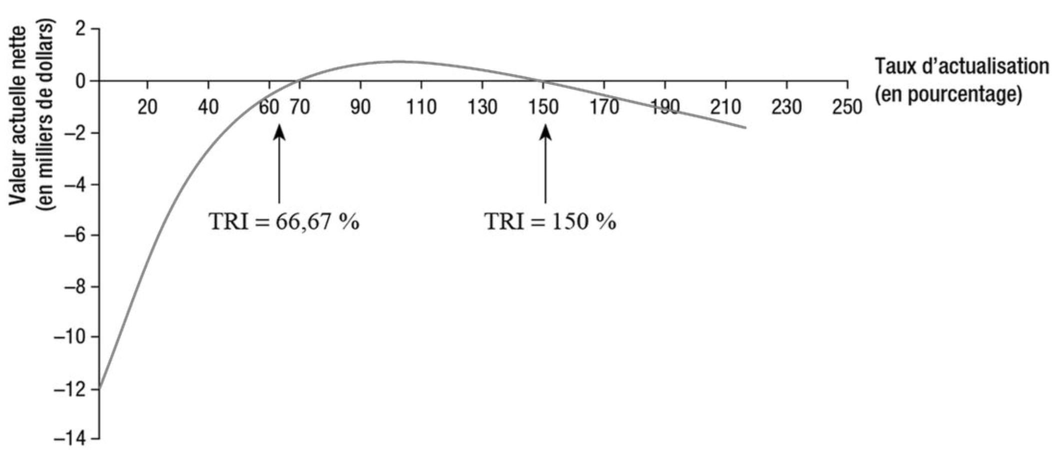
La VAN du projet est de −7 867,77 $. Toutefois, on observe deux TRI, l'un de 66,67 % et l'autre, de 150 % :

$$\text{VAN} = -12\,000 + 50\,000(1 + 66{,}67\,\%)^{-1} - 50\,000(1 + 66{,}67\,\%)^{-2} = 0$$

$$\text{VAN} = -12\,000 + 50\,000(1 + 150\,\%)^{-1} - 50\,000(1 + 150\,\%)^{-2} = 0$$

La figure 3.3 illustre bien cette situation. On constate d'abord une augmentation de la VAN en fonction du TRI, puis une diminution de la VAN. Cette situation est fréquente lors des

FIGURE 3.3 Un exemple de projet ayant des TRI multiples



changements de signe des flux monétaires. En ne retenant que le premier TRI, on aurait pu conclure à tort que le projet était intéressant (car 66,67 % > 10 %). Or, pour un taux d'actualisation inférieur à 66,67 %, mais tout de même supérieur à 10 %, la VAN est négative parce que l'on observe un montant de 50 000 $ la première année, alors que l'on note un montant de −50 000 $ la deuxième année. Dans les cas de changement de signe, le critère de la VAN doit être retenu en priorité.

3.2.7 Les problèmes liés à l'utilisation de la VAN

Le critère de la VAN permet en général de faire de bonnes estimations. Toutefois, dans certains cas précis, il peut se révéler inefficace. Nous présentons maintenant ces situations.

Les projets ayant des durées de vie différentes

Comment comparer deux projets qui n'ont pas le même horizon ? Une VAN de 10 000 $ sur quatre ans est-elle préférable à une VAN de 12 000 $ sur sept ans ?

Plusieurs solutions sont envisageables pour résoudre ce problème, mais la plus courante consiste à rendre les durées de vie identiques (*voir l'exemple 3.6*). Pour ce faire, on suppose que les projets peuvent être répétés afin d'obtenir les mêmes horizons. Par exemple, si l'on considère un projet sur quatre ans et un projet sur sept ans, on effectuera les calculs de la VAN pour sept répétitions du premier projet et quatre répétitions du second projet. Ainsi, les estimations se baseront sur une durée de 28 ans dans les deux cas.

Cette solution est simple et intéressante, surtout lorsque le plus petit commun multiple des durées de vie des deux projets est petit. En revanche, elle demeure peu réaliste d'un point de vue économique.

Une autre solution serait de supposer que les projets seront répétés à l'infini. Cette solution est surtout pertinente lorsque les projets à comparer sont de longue durée. Bien qu'il soit difficile de soutenir que les estimations faites pour chaque projet seront encore valables dans 10 ou 15 ans, ce problème est amoindri par le fait que l'erreur est commise de manière similaire pour les deux projets.

Les projets en cas de rationnement du capital

Il nous reste maintenant à déterminer le processus de sélection d'un projet lorsque les fonds disponibles sont limités. Comment peut-on intégrer cet élément à la prise de décision ? Le critère de la VAN en lui-même ne le permet pas. La stratégie de l'entreprise qui est limitée dans ses possibilités de financement sera de n'entreprendre qu'une partie des projets jugés acceptables selon les méthodes mentionnées précédemment. Par exemple, une entreprise dont le coût du capital est de 10 %, mais qui ne peut financer ses projets qu'à hauteur d'un montant précis, différera ceux dont la rentabilité est la plus faible.

Le rationnement du capital se produit lorsque l'entreprise dispose de moins de fonds qu'il ne lui en faut pour financer l'intégralité de ses projets rentables. Une telle situation peut résulter d'une limitation externe des capitaux. Toutefois, le plus souvent, elle émane d'une volonté de l'entreprise de ne pas s'endetter au-delà d'un certain montant, voire d'une volonté de privilégier son développement par l'autofinancement. Le rationnement du capital peut également provenir d'une décision stratégique de n'allouer qu'une fraction précise des ressources disponibles à chacun des projets.

Quelle que soit la raison, en situation de rationnement du capital, le chef d'entreprise devra faire face à une insuffisance relative des fonds disponibles qui le conduira à chercher la meilleure façon d'utiliser les capitaux disponibles. Un moyen de gérer cette rareté relative consiste à exiger de chaque dollar investi la meilleure rentabilité.

EXEMPLE 3.6

Supposons deux projets ayant des durées de vie différentes : le premier projet, MAT Québec, requiert un investissement de 100 000 $ et génère des flux monétaires de 30 000 $ durant cinq ans ; le second projet, MAT Ontario, génère des flux de 20 000 $ pendant neuf ans pour un investissement identique. On suppose pour les deux projets un taux de rendement exigé de 10 %.

Comparons ces deux projets pour déterminer lequel est le plus intéressant.

SOLUTION

$$\text{VAN(MAT Québec)} = -100\,000 + 30\,000\left(\frac{1-(1+10\,\%)^{-5}}{10\,\%}\right) = 13\,723{,}60\,\$$$

$$\text{VAN(MAT Ontario)} = -100\,000 + 20\,000\left(\frac{1-(1+10\,\%)^{-9}}{10\,\%}\right) = 15\,180{,}48\,\$$$

Ainsi, selon le critère simple de la VAN, le projet MAT Ontario devrait être retenu. Toutefois, pour rendre les horizons des deux projets identiques, on doit répéter le projet MAT Québec neuf fois et le projet MAT Ontario cinq fois, car l'horizon commun le plus petit est de 45 ans.

Si l'on compare ces deux projets, on obtient ce qui suit :

$$\begin{aligned}\text{VAN(MAT Québec)} &= 13\,723{,}60 + 13\,723{,}60(1+10\,\%)^{-5} \\ &\quad + 13\,723{,}60(1+10\,\%)^{-10} + \cdots + 13\,723{,}60(1+10\,\%)^{-45} \\ &= 13\,723{,}60\left(\frac{1-(1+10\,\%)^{-45}}{1-(1+10\,\%)^{-5}}\right) = 35\,705{,}84\,\$\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{VAN(MAT Ontario)} &= 15\,180{,}47 + 15\,180{,}47(1+10\,\%)^{-9} \\ &\quad + 15\,180{,}47(1+10\,\%)^{-18} + \cdots + 15\,180{,}47(1+10\,\%)^{-36} \\ &= 15\,180{,}48\left(\frac{1-(1+10\,\%)^{-45}}{1-(1+10\,\%)^{-9}}\right) = 25\,997{,}84\,\$\end{aligned}$$

On préférera donc le projet MAT Québec au projet MAT Ontario.

Si l'on reproduit les projets à l'infini en utilisant les équations de valeur présente de perpétuité, on obtient :

$$\text{VAN(MAT Québec)} = 13\,723{,}60\left(\frac{(1+10\,\%)^{5}}{(1+10\,\%)^{5}-1}\right) = 36\,202{,}51\,\$$$

SOLUTION (*suite*)

$$\text{VAN(MAT Ontario)} = 15\,180{,}47\left(\frac{(1+10\ \%)^9}{(1+10\ \%)^9 - 1}\right) = 26\,359{,}45\ \$$$

On constate que les résultats sont semblables à ceux obtenus précédemment (car la durée des projets est assez longue). Le projet MAT Québec semble le plus intéressant pour l'entreprise MAT Canada et devrait être retenu.

QUESTION ÉCLAIR 3.2

Dans quel cas peut-on obtenir des taux de rendement interne multiples?

3.3 Les flux monétaires et la prise de décision d'investissement

Dans la section 3.2 (*voir p. 79*), nous nous sommes intéressés aux différents critères de prise de décision en matière de choix d'investissement. Il reste maintenant à voir les éléments qu'il convient de prendre en compte ou d'ignorer dans nos mesures de rentabilité d'un projet. Plus particulièrement, la présente section sera consacrée à l'analyse de certains aspects importants des flux monétaires, notamment l'amortissement fiscal et les effets de l'inflation.

3.3.1 Les flux monétaires

À des fins d'évaluation de projet, le gestionnaire financier devra compiler les prévisions des responsables de la recherche et du développement, de l'approvisionnement, de la production, de la mise en marché et du marketing en vue d'établir des prévisions. Ces dernières sont des prévisions de flux monétaires. Les critères majeurs de choix d'investissement soulèvent la question suivante : la valeur de l'entreprise est-elle plus grande si l'on entreprend le projet ?

La prise en considération des seuls flux marginaux

La valeur de l'entreprise est évidemment la VA des flux monétaires futurs qu'elle va générer. Ces flux seront-ils plus élevés si l'on entreprend le projet ? Pour répondre à cette question, il faut déterminer les flux occasionnés par la réalisation du projet. Notre raisonnement portera donc sur les flux marginaux. En d'autres termes, on peut se poser la question suivante : ce déboursé (ou recette) est-il encore présent si l'on ne réalise pas le projet ?

Il est important de noter qu'un nouveau projet entraîne souvent des effets secondaires qu'il faut aussi prendre en compte lorsqu'on aborde les flux monétaires marginaux. Par exemple, si l'entreprise MAT Canada décide de lancer un nouveau carburant sur le marché, cette décision pourrait provoquer la diminution des ventes d'un carburant existant. Par conséquent, le calcul des flux marginaux du nouveau projet devrait être ajusté à la baisse pour tenir compte des effets secondaires sur le reste de l'entreprise. Toutefois, il faudrait s'assurer que la diminution des ventes d'un produit existant, par exemple, est bel et bien due au lancement du nouveau produit, et non à une réaction de la concurrence.

Les coûts irrécupérables sont aussi de bons exemples des problèmes soulevés par cette question. Supposons que les dirigeants de l'entreprise MAT Canada étudient la possibilité d'ouvrir des agences internationales de voyages. Avant d'affecter une équipe d'experts au projet et de déterminer les compagnies aériennes avec lesquelles MAT Canada offrira ses excursions, la société effectue une étude de marché au coût de 100 000 $. Une fois l'étude terminée, la haute direction de MAT Canada se réunit afin de décider de se lancer ou non dans l'aventure. Doit-on tenir compte de ces 100 000 $ dans le coût du nouveau projet ?

Le coût de 100000 $ ne doit pas être considéré comme un déboursé lié au projet. En effet, ce coût subsistera indépendamment de la décision de se lancer ou non dans le projet. C'est ce qu'on appelle un « coût irrécupérable ». En outre, un coût irrécupérable appartient au passé et ne doit pas être pris en considération dans les décisions d'investissement orientées vers le futur.

Supposons maintenant que la construction d'une nouvelle usine nécessite l'utilisation d'un terrain libre appartenant à l'entreprise. Il faut noter qu'en utilisant ce terrain, l'entreprise ne pourra plus le vendre 100 000 $, valeur de sa revente. Elle renoncera donc à encaisser 100 000 $. C'est un manque à gagner pour l'entreprise, que l'on appelle « coût de renonciation » ou « coût d'opportunité ». On doit donc en tenir compte dans les décisions d'investissement.

La prise en considération des seuls flux monétaires

L'étape la plus importante, mais aussi la plus délicate, dans le choix des investissements est l'estimation des flux monétaires à actualiser. Cette estimation requiert la participation de nombreux services au sein de l'entreprise : la production, les ventes, les finances, etc.

Un bon critère de sélection de projets d'investissement, comme nous l'avons vu dans la section 3.2 (*voir p. 79*), permet de comparer les flux monétaires qu'un projet rapporte aux investisseurs et ce que ceux-ci pourraient gagner en faisant eux-mêmes un placement de leur côté. Lorsqu'on évalue un projet d'investissement, il importe de recenser tous les flux qui peuvent constituer des déboursés et des versements du point de vue des investisseurs.

Les projets d'investissement d'une certaine taille nécessitent des déboursés majeurs en capital durant la phase de démarrage. En finance, on réserve un traitement à part aux flux monétaires découlant des déboursés en capital. Généralement, on suppose que les déboursés en capital sont concentrés à $t = 0$ au début d'un projet.

Lorsqu'un projet d'investissement est accepté, l'évaluation doit représenter la façon dont le fonctionnement du projet va produire des flux monétaires pour les investisseurs. Tout calcul des flux monétaires doit refléter leur caractère résiduel pour les investisseurs. Un bon point de départ à ce travail d'évaluation est l'état des résultats. Celui-ci permet de mesurer la capacité des activités d'une entreprise à contribuer à l'enrichissement des propriétaires de la société. Parmi les éléments saillants qui figurent à l'état des résultats, on note les revenus d'exploitation dans lesquels figurent les ventes et les charges d'exploitation associées aux activités de l'entreprise. Ici, le principe de rapprochement des produits et des charges est appliqué de façon à compter une portion des coûts d'acquisition d'un bien amortissable comme une charge qui est répartie sur plusieurs exercices. Les charges financières figurent également à l'état des résultats comme un montant que l'on enlève des revenus d'exploitation, et les dépenses d'impôts par l'entreprise sont calculées comme un pourcentage du bénéfice imposable après que les frais et les charges ont été déduits.

En finance, on reconnaît que l'approche adoptée par les comptables pour dresser l'état des résultats permet de bien saisir l'aspect résiduel des flux monétaires qui peuvent être versés aux investisseurs. Ainsi, l'enrichissement qu'un projet peut apporter à ces derniers se manifeste d'abord par un accroissement des revenus d'exploitation. De même, comme les paiements allant aux fournisseurs et au personnel de l'entreprise ont priorité sur ceux qui peuvent être faits aux investisseurs, il est important d'enlever des flux monétaires de ces derniers toute augmentation des déboursés qui peut être imputée au fonctionnement du projet.

Enfin, seule la partie des flux monétaires nets d'impôts produits par un projet peut être versée aux investisseurs. On comprend tout de suite qu'en matière de sélection d'un projet d'investissement, les données comptables ne peuvent être utilisées. En d'autres termes, il y a une nette différence entre le flux monétaire et le bénéfice comptable. Qu'est-ce qui explique cette différence ?

D'abord, il est important de se rappeler que le moment où une transaction est enregistrée du point de vue comptable ne coïncide pas nécessairement avec le mouvement effectif de l'argent. Ainsi, il peut s'écouler beaucoup de temps entre le moment où une dépense a lieu et le moment où le débours a effectivement lieu. À des fins d'évaluation de projet, on suppose que les investissements concernant l'acquisition d'équipement pour un projet sont effectués au début de celui-ci.

Par ailleurs, du point de vue comptable, les impôts ne sont pas nécessairement les mêmes que ceux qui sont versés aux gouvernements. D'après la définition des flux monétaires, la dotation à l'amortissement est un flux fictif qui n'entraîne pas une sortie de fonds, puisqu'on ne peut compter les flux monétaires qu'au moment où ils sont effectués. Cependant, l'économie d'impôts découlant de la déduction fiscale de l'amortissement constitue un vrai flux monétaire pour les investisseurs.

De plus, il faut se rappeler que le choix des projets d'investissement doit uniquement tenir compte des éléments dépendants du projet, et non des éléments indépendants tels que le mode de financement. Ce dernier dépend beaucoup plus des caractéristiques de l'entreprise que de celles d'un projet. Ainsi, il faut dissocier les décisions d'investissement des décisions de financement pour l'évaluation d'un projet d'investissement, ce qui nous amène à exclure les charges financières de nos calculs des flux monétaires. Techniquement, cette exclusion s'explique par le fait qu'en actualisant les rentrées et les sorties de fonds pour calculer la rentabilité d'un projet, on suppose que l'argent rapporte des intérêts. Ne pas exclure les frais financiers pour calculer les flux monétaires équivaut donc à compter les intérêts deux fois.

Ces divers points montrent que les bénéfices comptables et les flux monétaires ne sont pas les mêmes et que, si l'on veut déterminer les flux monétaires pour les investisseurs, on doit apporter plusieurs modifications à l'approche comptable (*voir l'exemple 3.7*).

EXEMPLE 3.7

Supposons qu'un projet de remplacement d'actif génère les résultats suivants la première année :

	(en dollars)
Bénéfice brut	100 000
Amortissement	20 000
Bénéfice imposable	80 000
Impôts (40 %)	32 000
Bénéfice net	48 000

Trouvons la méthode comptable à privilégier pour calculer facilement la rentabilité du projet.

SOLUTION

Le bénéfice net ainsi réalisé ne correspond pas au flux monétaire de l'année 1, puisqu'il tient compte de l'amortissement, celui-ci n'étant pas une sortie de fonds. Le flux monétaire d'exploitation de l'année 1 s'obtient comme suit :

	(en dollars)
Bénéfice brut	100 000
Impôts (40 %)	40 000
Flux monétaire d'exploitation	60 000

SOLUTION ***(suite)***

Pour calculer le flux monétaire total, on peut utiliser les trois méthodes présentées ci-après.

Première méthode :

Flux monétaire total (FMT) = Bénéfice net + Amortissement

ÉQUATION 3.3

Dans notre exemple :

	(en dollars)
Bénéfice net	48 000
Amortissement	20 000
Flux monétaire total	68 000

Deuxième méthode :

Flux monétaire total = Bénéfice brut – Impôts

	(en dollars)
Bénéfice brut	100 000
Impôts (40 %)	32 000
Flux monétaire total	68 000

Troisième méthode :

La séparation des opérations et des avantages fiscaux

On calcule d'abord le flux monétaire en provenance du fisc :

	(en dollars)
Flux monétaire total	68 000
Flux monétaire d'exploitation	60 000
Différence	8 000

Cette différence de 8 000 $ s'explique uniquement par les impôts déduits. En effet, les impôts déduits dans le cas du flux monétaire total sont inférieurs aux impôts déduits dans le cas du flux monétaire d'exploitation, car on tient compte de l'amortissement dans le premier cas. L'amortissement permet donc d'économiser de l'impôt. On appelle « flux monétaire en provenance du fisc » les économies d'impôts réalisées grâce à l'amortissement. On pourrait aussi calculer directement ces économies comme suit : 20 000 × 40 % = 8 000 $.

L'équation du flux monétaire total peut donc s'écrire ainsi :

FMT = FM en provenance de l'exploitation + FM en provenance du fisc

= Bénéfice brut après impôts + Économies d'impôts liées à l'amortissement

Dans notre exemple :

	(en dollars)
Bénéfice brut	100 000
Impôts (40 %)	40 000
FM en provenance de l'exploitation	60 000
FM en provenance du fisc : 20 000 × 40 %	8 000
FM total	68 000

SOLUTION (*suite*)

Il faut noter que la troisième méthode est plus intéressante que les deux premières, puisqu'elle permet de déterminer facilement chaque source de rentabilité d'un projet.

Le calcul des flux monétaires s'obtient au moyen de l'équation suivante :

$$\text{FMT} = (\text{RE}_t - \text{CE}_t) \times (1 - T) + \text{AF}_t \times T$$

$$= \text{BE}_t \times (1 - T) + \text{AF}_t \times T$$

où

RE_t sont les revenus associés au projet pour l'exercice de la période t ;
CE_t sont les charges d'exploitation associées au projet pour l'exercice de la période t ;
T est le taux d'imposition de la société ;
BE est le bénéfice d'exploitation ;
AF_t est l'amortissement fiscal déduit pour l'exercice de la période t.

Nous consacrons maintenant la sous-section suivante à l'amortissement fiscal.

3.3.2 L'amortissement fiscal

Au Canada, l'**amortissement du coût en capital (ACC)**, également appelé « amortissement fiscal », est une mesure d'amortissement qui sert à des fins de déclaration fiscale. Il est important de se rappeler que l'amortissement fiscal n'est pas nécessairement égal à l'amortissement établi selon les principes comptables généralement reconnus. De plus, l'amortissement fiscal n'est pas calculé individuellement pour chaque bien amortissable. On regroupe plutôt un ensemble de biens amortissables dans une même catégorie d'amortissement, appelée « classe d'amortissement ». Les autorités gouvernementales établissent les classes d'amortissement et les taux d'amortissement correspondants. Donc, ce ne sont pas les actifs eux-mêmes que le contribuable est autorisé à amortir, mais les classes. Au Canada, on dénombre plus de 52 classes d'amortissement. Ces classes sont décrites dans le règlement 1100 et à l'annexe II de la *Loi de l'impôt sur le revenu*.

Le solde d'ouverture de chaque classe d'amortissement représente le montant maximal du coût d'acquisition des biens amortissables qui pourra être déduit progressivement en tant qu'amortissement fiscal pendant les exercices à venir.

Le solde d'ouverture au début de chaque exercice est défini comme la **fraction non amortie du coût en capital (FNACC)**. On l'ajuste dans les cas suivants : 1) pour l'acquisition de nouveaux biens amortissables inclus dans la classe d'amortissement pendant l'exercice ; 2) pour la disposition de biens retirés (par exemple, les ventes) de la classe d'amortissement pendant l'exercice ; 3) pour la soustraction de l'amortissement fiscal de l'exercice afin d'obtenir le solde d'ouverture du prochain exercice. Ce calcul consiste à diminuer le solde du montant d'amortissement déduit pour chaque exercice que l'on décrit en appliquant la méthode du solde dégressif.

Une entreprise, en déclarant ses revenus, agit comme si une certaine portion de ses biens amortissables s'usait chaque année de production. En calculant des amortissements pour ses immobilisations, l'entreprise considère cette usure des installations comme une charge qui vient réduire son bénéfice d'exploitation. Cette réduction des bénéfices d'exploitation diminue donc ses revenus imposables pour l'année fiscale.

Il faut noter ici que pour l'élaboration des états financiers figurant dans le rapport annuel, les comptables n'ont pas à calculer l'amortissement comptable de la même manière que l'amortissement fiscal. La réconciliation de ces deux façons de calculer l'amortissement se fait dans le bilan, sous la rubrique « Impôts reportés ». Le tableau 3.4 montre le calcul de la fraction non amortie du coût en capital.

TABLEAU 3.4 Le calcul de la fraction non amortie du coût en capital

Année	Solde d'ouverture en début d'année	Amortissement fiscal de l'année*	Économie d'impôts
	FNACC_{t-1}	$\text{AF}_t = \text{FNACC}_{t-1} \times d$	$\text{AF}_t \times T$
1	A	$A \times d \times ½$	$A \times d \times ½ \times T$
2	$A \times (1 - ½\, d)$	$A \times d \times (1 - ½\, d)$	$A \times d \times (1 - ½\, d) \times T$
3	$A \times (1 - ½\, d) \times (1 - d)^{3-2}$	$A \times d \times (1 - ½\, d) \times (1 - d)^{3-2}$	$A \times d \times (1 - ½\, d) \times (1 - d)^{3-2} \times T$
4	$A \times (1 - ½\, d) \times (1 - d)^{4-2}$	$A \times d \times (1 - ½\, d) \times (1 - d)^{4-2}$	$A \times d \times (1 - ½\, d) \times (1 - d)^{4-2} \times T$
t lorsque $t \geq 2$	$A \times (1 - ½\, d) \times (1 - d)^{(t-2)}$	$A \times d \times (1 - ½\, d) \times (1 - d)^{(t-2)}$	$A \times d \times (1 - ½\, d) \times (1 - d)^{(t-2)} \times T$

* Selon la règle du demi-taux, seule la moitié de l'amortissement est admissible l'année de l'acquisition de l'actif.

Dans le tableau 3.4, les variables ont la signification suivante :

A est le coût d'origine d'un bien amortissable ;
d est le taux d'amortissement fiscal ;
T est le taux d'imposition ;
FNACC_{t-1} est le solde d'ouverture de la FNACC au début de l'année t.

De façon générale, la FNACC_t se calcule comme suit :

$$\text{FNACC}_t = A \times (1 - ½ \times d) \times (1 - d)^{t-2} \text{ (si } t \geq 2)$$ ◂ ÉQUATION 3.4

où

t est l'année pour laquelle le calcul est fait.

Lorsque la règle du demi-taux ne s'applique pas, $\text{FNACC}_t = A \times (1 - d)^{t-1}$.

La valeur actualisée des économies d'impôts liées à l'amortissement fiscal (VAEI) d'un bien amortissable conservé indéfiniment dans une classe d'amortissement se calcule de la manière suivante :

$$\text{VAEI} = \frac{AdT}{(r+d)}\left(\frac{1+0,5r}{1+r}\right)$$ ◂ ÉQUATION 3.5

où

r est le facteur d'actualisation.

Remarque :

Puisqu'on calcule l'allocation du coût en capital sur le solde initial de chaque période, la valeur de ce coût diminue d'année en année, mais elle ne sera jamais nulle. On fait donc face à une perpétuité qui décroît à taux fixe.

Lorsque l'amortissement de la première année n'est pas réduit de moitié, l'équation équivalente de la VAEI est :

$$\text{VAEI} = \frac{AdT}{(r+d)}$$

Voici un exemple de tableau d'amortissement fiscal d'un actif. En 2008, l'entreprise MAT Canada achète 50 000 $ une nouvelle machine servant à l'étiquetage de sa nouvelle gamme de lubrifiants. Le taux d'allocation du coût en capital est de 20 %. Le tableau d'amortissement fiscal de cette catégorie d'actif chez MAT Canada se présente comme suit :

Année	FNACC (en dollars)	Amortissement fiscal de l'année (en dollars)
1	50 000	5 000
2	45 000	9 000
3	36 000	7 200
4	28 800	5 760
etc.		

Dans notre exemple, le capital non amorti à la quatrième année est de :

$$FNACC_4 = 50\,000 \times (1 - 0{,}5 \times 0{,}2) \times (1 - 0{,}2)^{4-2} = 28\,800\ \$$$

Ce résultat est le même que celui que l'on trouve dans le tableau précédent. Si l'on suppose que le facteur d'actualisation est de 12 % et que l'entreprise est imposée au taux marginal de 40 %, alors la valeur actualisée des économies d'impôts attribuables à l'allocation du coût en capital est de :

$$\frac{50\,000 \times 0{,}20 \times 0{,}4}{(0{,}12 + 0{,}20)}\left(\frac{1 + 0{,}5 \times 0{,}12}{1 + 0{,}12}\right) = 11\,830{,}36\ \$$$

Dans ce calcul, on a supposé que l'actif de MAT Canada était amorti régulièrement chaque année jusqu'à l'infini. Toutefois, lorsque l'actif est revendu à la fin du projet, on doit tenir compte de la valeur actualisée des économies d'impôts attribuables à l'allocation du coût en capital pour les seules années où l'actif fait partie du patrimoine de l'entreprise. Il ne s'agit donc plus d'une perpétuité, mais plutôt de la valeur actualisée d'un flux monétaire périodique reçu pendant *t* années. Par conséquent, il faut rectifier nos calculs. Deux scénarios peuvent se présenter :

1. Si la revente de l'actif entraîne la fermeture de la classe d'amortissement, on devrait alors soustraire de la VAEI liée à l'amortissement le montant de l'économie d'impôts perdue à cause de la fermeture à la fin du projet. On obtient cette valeur à l'aide de l'équation suivante :

ÉQUATION 3.6

Économies d'impôts perdues à la suite de la revente d'actifs (fermeture de la classe d'amortissement) $= \dfrac{FNACC_n dT}{(r + d)(1 + r)^n}$

où

n est l'année de la revente.

2. Si la revente de l'actif n'entraîne pas la fermeture de la classe d'amortissement, alors le montant que l'on devrait soustraire de la VAEI liée à l'amortissement s'obtient à l'aide de l'équation suivante :

ÉQUATION 3.7

Économies d'impôts perdues à la suite de la revente d'actifs (non fermeture de la classe d'amortissement) $= \dfrac{\text{Minimum}(VR\,;A)dT}{(r+d)(1+r)^n}$

où

VR est la valeur résiduelle.

On constate que, comme l'amortissement fiscal est déterminé par le coût d'origine du bien amortissable, on n'enlève jamais plus que le coût d'origine de la classe d'amortissement lors de la disposition d'un bien amortissable. La récupération des économies d'impôts porte alors sur le minimum de la valeur résiduelle et du coût d'origine. Il faut aussi noter que la règle du demi-taux ne s'applique pas ici. En effet, le solde de la catégorie est diminué de la vente (à condition que le prix de vente soit inférieur au coût d'acquisition et que l'ACC soit calculé sur le nouveau solde obtenu).

Nous sommes maintenant prêts à évaluer les projets d'investissement selon le critère de la VAN. Pour cela, nous décomposons la chronologie des flux monétaires du projet en trois périodes principales : le début du projet, les périodes pendant la durée du projet et la fin du projet.

3.3.3 Les flux au début du projet

Les principaux flux du début de projet sont le coût d'acquisition, les frais d'installation, de transport ou autres, et la variation du fonds de roulement. En effet, lorsqu'on effectue un projet d'investissement, il faut, la plupart du temps, augmenter le volume des comptes clients et des stocks, ainsi que celui des comptes fournisseurs. Il en découle une augmentation nette du fonds de roulement, qui devrait être considérée comme une sortie de fonds initiale. Toutes ces sorties et ces rentrées de fonds représentent le capital nécessaire pour réaliser le projet.

EXEMPLE 3.8

Déterminons l'amortissement fiscal dans le projet d'investissement suivant : l'entreprise MAT Canada prévoit acheter un appareil d'exploration pour ensuite le louer à des entreprises qui en auront besoin temporairement. L'appareil se vend actuellement 100 000 $ et serait amortissable au taux de 35 % sur le solde dégressif. Cet achat entraînerait également une dépense immédiate de 2 000 $ pour l'identification de l'appareil aux couleurs de l'entreprise par un spécialiste. Cette dépense serait traitée comme des frais d'exploitation immédiatement déductibles d'impôts. De plus, cet achat nécessiterait un ajout de 9 000 $ au fonds de roulement (huile et pièces de rechange à conserver en stock). L'entreprise MAT Canada exige un taux de rendement de 12 % sur ce type d'achat et est soumise à un taux d'imposition de 40 %.

SOLUTION

La valeur de l'investissement initial est de $100\,000 + 2\,000(1 - 40\,\%) + 9\,000 = 110\,200$ $.

Supposons que l'entreprise dispose déjà d'un ancien appareil d'exploration. Si l'on veut conserver cet appareil encore 10 ans, on devra dépenser 20 000 $ dans 2 ans pour sa remise à neuf. Grâce au projet d'acquisition d'un nouvel appareil de production, on évitera donc une sortie d'argent de 20 000 $ dans deux ans. Cette sortie de fonds évitée est à considérer comme équivalant à une rentrée de fonds lors du calcul de la VAN du nouveau projet.

Sur le plan fiscal, il faut ajouter cette sortie de fonds à la catégorie correspondante d'actif et l'amortir annuellement selon le taux applicable à cette catégorie. Pour déterminer le montant (ou la rentrée de fonds) dont il faut tenir compte dans le calcul de la VAN du projet, on utilise l'équation suivante :

$$\text{Sortie de fonds évitée} = \left[\text{SE} - \frac{\text{SE}dT}{(r+d)}\left(\frac{1+0{,}5r}{1+r}\right)\right](1+r)^{-ns}$$

ÉQUATION 3.8

SOLUTION (*suite*)

où

SE est la sortie de fonds évitée ;
ns est la période où la sortie évitée a lieu.

Dans cet exemple, le montant est égal à :

$$\left[20\,000 - \frac{20\,000 \times 0{,}35 \times 40\,\%}{(12\,\% + 35\,\%)}\left(\frac{1 + 0{,}5 \times 12\,\%}{1 + 12\,\%}\right)\right](1 \times 12\,\%)^{-2} = +11\,449{,}06\,\$$$

3.3.4 Les flux pendant le projet

Pendant le projet, l'amortissement fiscal permet une déduction fiscale à chaque exercice qui correspond, du point de vue comptable, à une partie du coût d'origine du bien amortissable. Les flux monétaires qui peuvent être répartis entre les investisseurs pendant le projet sont les augmentations du bénéfice d'exploitation nettes d'impôts et les économies d'impôts :

Flux monétaires = BE $\times$ $(1 - T)$ + AF $\times$ T

où

BE est le bénéfice d'exploitation ;
T est le taux d'imposition de la société ;
AF est l'amortissement fiscal déduit.

Pour simplifier les calculs, la valeur actualisée des économies d'impôts est calculée séparément des bénéfices d'exploitation. Le plus simple est de faire comme si chaque bien amortissable associé au projet était conservé indéfiniment dans sa classe d'amortissement. Les calculs pour établir la valeur actualisée des augmentations du bénéfice d'exploitation après impôts et de la valeur actualisée des économies d'impôts s'effectuent à l'aide de l'équation suivante :

ÉQUATION 3.9

$$\begin{array}{c}\text{Valeur actualisée des augmentations du}\\ \text{bénéfice d'exploitation après impôts et}\\ \text{valeur actualisée des économies d'impôts}\end{array} = \sum_{t=1}^{n} \frac{\mathrm{BE}(1-T)}{(1+r)^t} + \frac{AdT}{(r+d)}\left(\frac{1+0{,}5r}{1+r}\right)$$

où

n est la durée de vie du projet.

On peut ajouter l'information suivante à l'exemple 3.8. Ce projet devrait augmenter les bénéfices d'exploitation (avant impôts) de 20 000 \$ à la fin de chacune des années pendant quatre ans. On calcule maintenant la VA des flux monétaires durant le projet.

La valeur actualisée des recettes nettes d'exploitation est de :

$$20\,000(1 - 40\,\%)\left(\frac{1-(1+12\,\%)^{-4}}{12\,\%}\right) = +36\,448{,}19\,\$$$

La valeur actualisée des économies d'impôts liées à l'amortissement est de :

$$\frac{(100\,000 \times 35\,\% \times 40\,\%)}{(12\,\% + 35\,\%)}\left(\frac{1+0{,}5(12\,\%)}{1+12\,\%}\right) = +28\,191{,}49\,\$$$

3.3.5 Les flux à la fin d'un projet d'investissement

On doit examiner attentivement ce qui se passe à la fin du projet pour vérifier s'il n'y a pas de flux monétaires spéciaux qui s'ajoutent. Dès la fin d'un projet, la décision des gestionnaires va aboutir à deux possibilités distinctes : 1) garder l'équipement et les biens amortissables utilisés pour le projet ; 2) se défaire des biens amortissables. Si l'on se défait des biens au moyen d'une vente, on dira que ces biens ont une valeur résiduelle positive. Dans ce cas, on aura une rentrée de fonds qui se calculera comme suit :

$$\text{Rentrée de fonds} = \frac{\text{VR}}{(1+r)^n}$$

où

VR est la valeur de revente du bien amortissable ;
r est le facteur d'actualisation ;
n est le moment du retrait.

D'un point de vue financier, la valeur résiduelle doit être considérée comme un flux monétaire qui peut être versé aux investisseurs. La valeur résiduelle est une valeur marchande établie au moment d'une transaction avec une partie externe à l'entreprise. Il faut éviter de confondre la valeur résiduelle avec la FNACC de la catégorie, qui est obtenue au moyen de calculs fiscaux (en retranchant l'amortissement fiscal cumulé du coût d'origine).

Le retrait d'un bien amortissable occasionne, comme nous l'avons vu, le retrait de ce bien amortissable de sa classe d'amortissement. Ce retrait entraîne un ajustement vers le bas de la FNACC de la catégorie. Avec l'amortissement à régime dégressif, cet ajustement du solde de la classe d'amortissement s'accompagne d'une réduction des économies d'impôts durant tous les exercices qui suivent la fin du projet.

Benjamin Franklin a écrit : « Dans ce monde, rien n'est certain, sauf la mort et l'impôt[3]. » [traduction libre] Il nous reste donc maintenant à considérer l'aspect fiscal de chaque décision d'investissement. Ainsi, si le prix de revente d'un bien dépasse le prix d'acquisition ou le coût d'origine, il y a gain en capital. Les gains en capital sont possibles sur des biens amortissables et également sur des biens non amortissables, tels que des terrains. Pour bien déterminer toutes les incidences fiscales qui découlent d'un gain en capital sur un bien amortissable, on peut distinguer deux cas.

Dans le premier cas, la classe d'actifs continue d'exister. Les impôts à payer sur le gain en capital (ce qui constitue une sortie de fonds) se calculent alors à l'aide de l'équation suivante :

$$\text{Impôts à payer sur le gain en capital} = \frac{(\text{VR} - A)kT}{(1+r)^n}$$

ÉQUATION 3.10

où

VR est la valeur de revente de l'actif ;
k est la fraction imposable du gain en capital ;
n est le moment où a lieu la revente.

La chronologie du paiement des impôts sur un gain en capital net dépend du cycle de la déclaration fiscale. Toutefois, il faut noter que seule la disposition d'un actif non amortissable peut entraîner une perte de capital (donc une rentrée de fonds sur le plan fiscal).

3. Dans une lettre adressée à Jean-Baptiste Leroy en 1789. Repéré à http://en.wikipedia.org/wiki/Death_%26_Taxes

Par exemple, un terrain acquis 150 000 $ il y a 15 ans est revendu 100 000 $ aujourd'hui. En supposant que 50 % du gain en capital est imposable, que le taux d'imposition de l'entreprise est de 40 % et que le taux d'actualisation est de 10 %, on devrait établir le traitement fiscal suivant :

$(150\,000 - 100\,000) \times 50\,\% \times 40\,\% \times (1 + 10\,\%)^{-15} = +2\,393{,}92\,\$$

Dans le deuxième cas, la classe d'actifs cesse d'exister. La fermeture de la catégorie fiscale donne lieu à une récupération d'amortissement ou à une perte d'amortissement (également appelée « perte finale »), en plus du gain ou de la perte en capital.

Si la valeur de revente VR est supérieure à la FNACC, l'entreprise doit payer une certaine somme afin de rembourser le surplus d'économies d'impôts relatives à l'ACC dont elle a bénéficié au fil des années. Dans ce cas, la valeur actualisée de la récupération d'amortissement (ce qui est une sortie de fonds) se calcule ainsi :

ÉQUATION 3.11

$$\text{Valeur actualisée de la récupération d'amortissement} = \frac{[\text{Minimum}(\text{VR}\,;\,A) - \text{FNACC}_t] \times T}{(1+r)^n}$$

Si la valeur de revente VR est inférieure à la FNACC, l'entreprise encaisse une certaine somme en guise de remboursement des impôts qu'elle a payés en trop. Dans ce cas, la valeur actualisée de la perte d'amortissement (ce qui est une rentrée de fonds) se calcule ainsi :

ÉQUATION 3.12

$$\text{Valeur actualisée de la perte d'amortissement} = \frac{(\text{FNACC}_t - \text{VR})T}{(1+r)^n}$$

où

n est le nombre d'années qu'a duré le projet.

À la fin du projet, on doit également tenir compte de la récupération du fonds de roulement en employant l'équation suivante :

ÉQUATION 3.13

$$\text{Récupération du fonds de roulement} = \frac{\text{FR}}{(1+r)^n}$$

où

FR est le fonds de roulement requis ;
r est le taux d'actualisation ;
n est le moment de la récupération du fonds de roulement.

En reprenant l'exemple 3.8 (*voir p. 103*), on suppose que la classe d'actifs continue d'exister et que l'horizon d'évaluation est de quatre ans, au bout desquels on s'attend à ce que l'appareil prenne de la valeur et se revende 110 000 $. Aussi, on prévoit récupérer le fonds de roulement à la fin de ces quatre années. La VA des rentrées et des sorties de fonds à la fin du projet se calcule de la manière suivante :

Revente de l'actif : (+) $110\,000 \times (1 + 12\,\%)^{-4} = +69\,906{,}99\,\$$

Gain en capital : (–) $(110\,000 - 100\,000) \times 0{,}5 \times 40\,\% \times (1 + 12\,\%)^{-4} = -1\,271{,}04\,\$$

Récupération du fonds de roulement : (+) $9\,000 \times (1 + 12\,\%)^{-4} = +5\,719{,}66\,\$$

Comme 110 000 $ > 100 000 $, alors la VAEI liée à l'amortissement pris en trop est de :

$$\frac{100\,000 \times 35\,\% \times 40\,\%}{(12\,\% + 35\%) \times (1 + 12\,\%)^4} = -18\,930{,}33\,\$$$

VAN du projet $= 11\,449{,}06 + 69\,906{,}99 - 1\,271{,}04 + 5\,719{,}66 - 18\,930{,}33 + 36\,448{,}19 + 28\,191{,}49 - 110\,200{,}00$

$= 21\,314{,}03$ $

La VAN du projet étant positive, on pourrait l'accepter.

En se basant sur les données de l'exemple 3.8 (*voir p. 103*), on peut calculer la VA des économies d'impôts liées à l'amortissement de la première et de la deuxième année.

Amortissement de la première année = $100\,000 \times 35\,\% \times (0{,}5) = 17\,500$ $

Amortissement de la deuxième année = $(100\,000 - 17\,500) \times 35\,\% = 28\,875$ $

La valeur actualisée des économies d'impôts liées à l'amortissement des années 1 et 2 est :

$17\,500\,\$ \times 40\,\% \times (1 + 12\,\%)^{-1} + 28\,875\,\$ \times 40\,\% \times (1 + 12\,\%)^{-2} = 15\,458\,\$$

Les différentes étapes nécessaires au calcul de la VAN sont résumées dans l'encadré 3.2.

ENCADRÉ 3.2 La marche à suivre pour le calcul de la VAN d'un projet d'investissement

Voici la marche à suivre. Notons que, selon les données propres à chaque projet d'investissement, d'autres éléments peuvent être pris en compte :

- En début de période :
  - Investissement initial (−)
  - Besoin en fonds de roulement FR (−)
- En cours de période :
  - Flux monétaires (FM) liés au projet = FM provenant de l'exploitation + FM provenant du fisc (+)
  - FM provenant de l'exploitation = (Revenus d'exploitation − Charges d'exploitation) × $(1 - T)$
  - FM provenant du fisc = Économies d'impôts liées à l'amortissement
- En fin de période :
  - Récupération du fonds de roulement (+)
  - Vente du bien (+)
  - Perte de l'économie d'impôts liée à la vente du bien (−)

3.3.6 La décision d'investissement et l'inflation

L'**inflation** correspond à une baisse du pouvoir d'achat de l'argent. Elle se traduit par une hausse soutenue du niveau général du prix des biens et des services. Pour se protéger contre ce phénomène, les investisseurs doivent prévoir l'inflation et intégrer leurs prévisions au taux d'actualisation. Pourquoi en est-il ainsi ?

Il faut noter qu'en période d'inflation, le taux de rendement réel diffère du taux de rendement nominal (taux de rendement normalement affiché). Prenons l'exemple suivant pour comprendre l'effet de l'inflation : supposons que l'on veut investir 1 000 $ au taux de 12 % (taux nominal) et que le **taux d'inflation** est de 3 %. On calcule ainsi le rendement que l'on réalisera : à la fin de l'année, on aura 1 000 $ de capital et 120 $ d'intérêts, soit 1 120 $. En valeur réelle, cela équivaut à 1 120 $ / 1,03, soit 1 087,37 $. Le taux de rendement réel n'est donc que de 8,73 %. Ainsi, à cause de l'inflation, chaque dollar investi perd de sa valeur.

Techniquement, on peut facilement montrer ceci : Taux de rendement nominal (12 %) = Taux de rendement réel (8,73 %) + Prime pour l'inflation (3 % + 3 % × 8,73 = 3,27 %). Autrement dit, le taux de rendement nominal est un taux qui n'est pas ajusté aux effets de l'inflation.

Pour tenir compte de l'inflation lors de l'évaluation des projets d'investissement, on peut utiliser les deux méthodes suivantes : 1) la méthode la plus simple consiste à actualiser les flux monétaires exprimés en valeur nominale à l'aide d'un taux nominal ; 2) l'autre méthode est l'actualisation de tous les flux monétaires exprimés en valeur réelle à l'aide d'un taux réel, à l'exception des flux monétaires provenant du fisc, tels que les économies d'impôts liées à l'ACC, qui sont toujours exprimées en valeur nominale et qui doivent donc être actualisées à l'aide d'un taux nominal.

Ces deux méthodes doivent évidemment donner le même résultat, le choix de l'une ou l'autre dépendant des données à actualiser. Si les données sont en dollars courants, on utilise la première méthode ; si elles sont en dollars constants, on utilise la seconde.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé le processus du choix des investissements selon les différentes catégories de projets et leurs caractéristiques particulières.

Les différents critères permettant d'évaluer les projets d'investissement peuvent être groupés en deux sous-ensembles :

1. Les critères dits « traditionnels », qui comprennent le délai de récupération, le délai de récupération actualisé et le rendement comptable moyen (RCM).
2. Les critères dits « de la finance moderne », qui comprennent la VAN, le TRI, l'IR et le TRII.

Le critère de la VAN est le critère dominant. Il offre de bonnes indications en matière d'investissement, surtout en cas de projets mutuellement exclusifs. Certains dirigeants trouvent cependant que les résultats obtenus à l'aide de la VAN sont difficiles à interpréter et préfèrent le TRI. Celui-ci leur permet une certaine assurance quant à la rentabilité de l'investissement. Ces dirigeants évaluent le TRI par rapport à d'autres facteurs tels que le taux d'inflation, le taux d'emprunt, le coût du capital, le rendement d'un portefeuille ou celui d'un indice. Même si le TRI est un concurrent potentiel de la VAN, il serait imprudent de l'utiliser sans connaître ses différentes lacunes, notamment en situation de changement de signe dans le cas des flux monétaires et des projets mutuellement exclusifs.

Enfin, il ne faut pas oublier que la qualité de l'analyse de rentabilité d'un projet dépend non seulement de la façon de calculer la VAN, mais également de la qualité des prévisions des flux monétaires. Il faut prendre son temps afin d'effectuer les bonnes prévisions. Dans ce contexte, notre conseil aux dirigeants d'entreprise est de ne pas hésiter à utiliser la VAN comme critère de décision. Le coût d'une mauvaise décision s'avère souvent plus élevé que les dépenses engagées pour utiliser ce critère primordial.

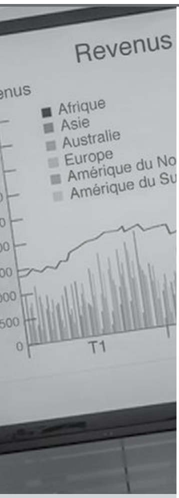
POINTS SAILLANTS

- Il faut toujours, et uniquement, investir dans des projets ayant une VAN positive.
- L'économie d'impôts découlant de la déduction fiscale de l'amortissement constitue un vrai flux monétaire pour les investisseurs.
- Il faut dissocier les décisions d'investissement des décisions de financement au moment de l'évaluation d'un projet d'investissement.
- Les charges financières doivent être exclues des calculs des flux monétaires.
- Le calcul des flux monétaires est différent de celui des bénéfices comptables.
- Il faut baser son raisonnement sur les flux marginaux et accorder une attention particulière aux effets secondaires, aux coûts irrécupérables de même qu'aux coûts d'opportunité.

- Le choix de projets d'investissement ne doit tenir compte que des éléments dépendants du projet, et non des éléments indépendants tels que le mode de financement.
- Il convient d'accorder un traitement spécial à l'inflation ; il faut se rappeler qu'elle est omniprésente et que le taux de rendement réel diffère du taux de rendement nominal.

LISTE DES PRINCIPALES ÉQUATIONS UTILISÉES DANS LE CHAPITRE 3

Description	Équation
3.1 La valeur actuelle (VA)	$\text{VA} = \sum_{t=1}^{n} \frac{\text{FM}_t}{(1+r)^t}$
3.2 La valeur actuelle nette (VAN)	$\text{VAN} = \sum_{t=1}^{n} \frac{\text{FM}_t}{(1+r)^t} - I_0$
3.3 Le flux monétaire total (FMT)	$\text{FMT} = (\text{RE}_t - \text{CE}_t) \times (1 - T) + \text{AF}_t \times T$ $= \text{BE}_t \times (1 - T) + \text{AF}_t \times T$ $= \text{Bénéfice net} + \text{Amortissement}$
3.4 La fraction non amortie du coût en capital (FNACC) au début de l'année t	$\text{FNACC}_t = A \times (1 - ½ \times d) \times (1 - d)^{t-2}$ (si $t \geq 2$)
3.5 La valeur actualisée des économies d'impôts liées à l'amortissement fiscal (VAEI)	$\frac{AdT}{(r+d)}\left(\frac{1+0,5r}{1+r}\right)$
3.6 Les économies d'impôts perdues à la suite de la revente d'actifs (fermeture de la classe d'amortissement)	$\frac{\text{FNACC}_n dT}{(r+d)(1+r)^n}$
3.7 Les économies d'impôts perdues à la suite de la revente d'actifs (non fermeture de la classe d'amortissement)	$\frac{\text{Minimum}(\text{VR}\,;A)dT}{(r+d)(1+r)^n}$
3.8 La sortie de fonds évitée	$\left[\text{SE} - \frac{\text{SE}dT}{(r+d)}\left(\frac{1+0,5r}{1+r}\right)\right](1+r)^{-ns}$
3.9 La valeur actualisée des augmentations du bénéfice d'exploitation après impôts et valeur actualisée des économies d'impôts	$\sum_{t=1}^{n} \frac{\text{BE}(1-T)}{(1+r)^t} + \frac{AdT}{(r+d)}\left(\frac{1+0,5r}{1+r}\right)$
3.10 Les impôts à payer sur le gain en capital (la classe d'actifs continue d'exister)	$\frac{(\text{VR} - A)kT}{(1+r)^n}$
3.11 La valeur actualisée de la récupération d'amortissement (la classe d'actifs cesse d'exister)	$\frac{[\text{Minimum}(\text{VR}\,;A) - \text{FNACC}_t] \times T}{(1+r)^n}$
3.12 La valeur actualisée de la perte d'amortissement (la classe d'actifs cesse d'exister)	$\frac{(\text{FNACC}_t - \text{VR})T}{(1+r)^n}$
3.13 La récupération du fonds de roulement	$\frac{\text{FR}}{(1+r)^n}$



L'essentiel pour réussir son cours de gestion financière

PROBLÈMES DE RÉVISION ET SOLUTIONS

Problème de révision 3.1

L'entreprise Lumi inc. possède une machine qui permet de fabriquer des luminaires et qui a une production hebdomadaire de 100 unités. Devant une production hebdomadaire si faible, l'entreprise se voit obligée de maintenir un volume moyen des stocks de 110 000 $, ce qui ne plaît pas aux dirigeants. Par conséquent, Lumi propose de faire l'acquisition d'une nouvelle machine ayant une meilleure capacité de production. Cette machine permettra, entre autres, de diminuer le volume des stocks à 30 000 $. Cet actif, dont le prix est fixé à 500 000 $, a une vie économique de sept ans et permettrait des économies d'exploitation de 60 000 $ par an avant impôts et amortissement. Sa valeur de revente se situera à environ 50 000 $ à la suite d'un reconditionnement au début de la sixième année, d'un montant de 20 000 $ capitalisé à des fins fiscales.

L'ancienne machine, qui a été acquise il y a cinq ans au coût de 200 000 $, possède une valeur marchande actuelle de 100 000 $. Sa valeur de revente dans sept ans est fixée à 20 000 $. Il y a deux semaines, l'entreprise Lumi a déboursé 3 000 $ afin d'effectuer des réparations à l'ancienne machine. Pour que celle-ci dure encore sept ans, il faudrait prévoir des réparations majeures d'un montant de 5 000 $ à la fin de la troisième année, une dépense qui serait capitalisée à des fins fiscales. On suppose également que :

- le taux d'imposition de l'entreprise est de 40 % ;
- l'amortissement est calculé selon la méthode de l'amortissement dégressif au taux de 20 % ;
- la catégorie du nouvel actif ne s'éteindra pas après sept ans ;
- le taux d'actualisation est de 10 %.

a) Calculez la VAN de ce projet.

b) Est-ce que le remplacement de l'ancienne machine est un projet rentable pour l'entreprise Lumi ?

SOLUTION

a) Début de période :

Achat de la nouvelle machine :	500 000 (–)
Vente de la vieille machine :	100 000 (+)
Diminution du fonds de roulement :	80 000 (+)
Total	= 320 000 (–)

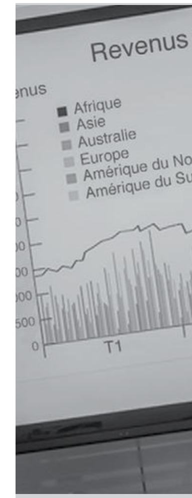
En cours de période :

VA des flux monétaires : 175 263 (+)

$$60000 \times (1 - 0,4) \times \left[\frac{1 - (1 + 0,10)^{-7}}{0,10}\right] = 175263$$

VA des économies d'impôts liées à l'amortissement VAEI : 101 818 (+)

$$\frac{(500000 - 100000) \times 0,2 \times 0,4}{0,10 + 0,20} \times \left[\frac{1 + 0,5 \times 0,10}{1 + 0,10}\right] = 101818$$



Sortie de fonds évitée la troisième année : 2 800 (+)

$$5000 \times (1+0{,}10)^{-3} - \frac{5000 \times 0{,}2 \times 0{,}4}{0{,}10+0{,}20} \times \left[\frac{1+0{,}5 \times 0{,}10}{1+0{,}10}\right] \times (1+0{,}10)^{-3} = 2\,800$$

Sortie de fonds à la cinquième année : 9 257 (–)

$$20\,000 \times (1+0{,}10)^{-5} - \frac{20\,000 \times 0{,}2 \times 0{,}4}{0{,}10+0{,}20} \times \left[\frac{1+0{,}5 \times 0{,}10}{1+0{,}10}\right] \times (1+0{,}10)^{-5} = 9\,257$$

Total = **270 624 (+)**

Fin de période :

VA de la vente des machines : 15 395 (+)

$$(50\,000 - 20\,000) \times (1+0{,}10)^{-7} = 15\,395$$

VA des économies d'impôts perdues : 4 105 (–)

$$\frac{(50\,000 - 20\,000) \times 0{,}20 \times 0{,}40}{0{,}10+0{,}20} \times (1+0{,}10)^{-7} = 4105$$

Récupération du fonds de roulement : 41 053 (–)

$80\,000 \times (1 + 0{,}10)^{-7} = 41\,053$

Total = **29 763 (–)**

VAN = **79 138 (–)**

b) La VAN du projet de remplacement est négative. Ce projet n'est donc pas rentable.

Problème de révision 3.2

Vous êtes le directeur financier d'Info inc., une entreprise qui fabrique du matériel informatique. Vous êtes chargé de l'analyse des trois projets d'investissement suivants :

Projet	Investissement (en milliers de dollars)	Flux – Année 1 (en milliers de dollars)	Flux – Année 2 (en milliers de dollars)	Flux – Année 3 (en milliers de dollars)
1	500	300	300	300
2	500	0	0	1 000
3	500	400	50	450

Ces trois projets sont mutuellement exclusifs. Le taux de rendement minimal exigé est de 11 %.

a) Selon le critère de la VAN, quel projet recommanderiez-vous ?

b) Selon le critère du TRI, quel projet recommanderiez-vous ?

c) Selon le critère du TRII, quel projet recommanderiez-vous ?

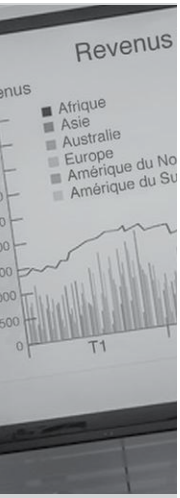
d) Déterminez le taux d'actualisation pour lequel les deux premiers projets auraient la même VAN.

e) Calculez l'indice de rentabilité des trois projets. Lequel recommanderiez-vous selon ce critère ?

SOLUTION

a) $VAN_1 = -500 + 300(1 + 11\,\%)^{-1} + 300(1 + 11\,\%)^{-2} + 300(1 + 11\,\%)^{-3} = 233{,}11\,\$$

$VAN_2 = -500 + 0(1 + 11\,\%)^{-1} + 0(1 + 11\,\%)^{-2} + 1\,000(1 + 11\,\%)^{-3} = 231{,}19\,\$$



$VAN_3 = -500 + 400(1 + 11\,\%)^{-1} + 50(1 + 11\,\%)^{-2} + 450(1 + 11\,\%)^{-3} = 229{,}98\,\$$

Selon la VAN, notre recommandation portera sur le projet 1.

b) $VAN_1 = -500 + 300(1 + TRI)^{-1} + 300(1 + TRI)^{-2} + 300(1 + TRI)^{-3} = 0$
$TRI_1 = 36{,}31\,\%$

$VAN_2 = -500 + 0(1 + TRI)^{-1} + 0(1 + TRI)^{-2} + 1\,000(1 + TRI)^{-3} = 0$
$TRI_2 = 25{,}99\,\%$

$VAN_3 = -500 + 400(1 + TRI)^{-1} + 50(1 + TRI)^{-2} + 450(1 + TRI)^{-3} = 0$
$TRI_3 = 36{,}01\,\%$

Selon le TRI, notre recommandation portera sur le projet 1.

c) $VF_1 = 300 \times (1 + 11\%)^2 + 300 \times (1 + 11\%)^1 + 300$

$VF_1 = 1\,002{,}63\,\$$

$500 = \dfrac{1002{,}63}{(1 + TRII_1)^3} \qquad TRII_1 = 26{,}10\,\%$

$VF_2 = 0 \times (1 + 11\%)^2 + 0 \times (1 + 11\%)^1 + 1\,000$

$VF_2 = 1\,000\,\$$

$500 = \dfrac{1000}{(1 + TRII_2)^3} \qquad TRII_2 = 25{,}99\,\%$

$VF_3 = 400 \times (1 + 11\%)^2 + 50 \times (1 + 11\%)^1 + 450$

$VF_3 = 998{,}34\,\$$

$500 = \dfrac{998{,}34}{(1 + TRII_3)^3} \qquad TRII_3 = 25{,}92\,\%$

Selon le TRII, notre recommandation portera sur le projet 1.

d) $VAN_1 = VAN_2$

$-500 + 300(1 + x\,\%)^{-1} + 300(1 + x\,\%)^{-2} + 300(1 + x\,\%)^{-3}$
$= -500 + 0(1 + x\,\%)^{-1} + 0(1 + x\,\%)^{-2} + 1\,000(1 + x\,\%)^{-3}$

$300(1 + x\,\%)^{-1} + 300(1 + x\,\%)^{-2} - 700(1 + x\,\%)^{-3} = 0\,;\ x\,\% = 10{,}728\,\%$

Ce taux donne une VAN de 236,60 $.

e) $IR_1 = 1{,}466\,;\ IR_2 = 1{,}462\,;\ IR_3 = 1{,}460$

Selon l'indice de rentabilité, notre recommandation portera sur le projet 1.

QUESTIONS

Vérifiez vos réponses.

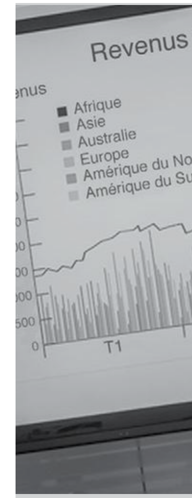
Q3.1 Selon le type de décision à prendre, quelles sont les différentes catégories de projets d'investissement qui s'offrent à l'entreprise ?

Q3.2 Quels sont les deux inconvénients majeurs du délai de récupération ?

Q3.3 Le délai de récupération actualisé est-il un critère de choix d'investissement suffisant ? Expliquez votre réponse.

Q3.4 La VAN est basée sur le principe selon lequel un dollar aujourd'hui vaut plus qu'un dollar demain. Expliquez cet énoncé.

Q3.5 Est-ce qu'on aboutit toujours à la même décision lorsqu'on utilise le TRI ou la VAN comme critère de choix d'investissement ?



Q3.6 Quels sont les inconvénients de l'indice de rentabilité ?

Q3.7 Dans quelle situation doit-on utiliser le TRII ?

Q3.8 Le critère de la VAN fournit en général de bonnes estimations. Toutefois, dans certains cas précis, il peut se révéler inefficace. Expliquez pourquoi il en est ainsi.

Q3.9 L'inflation affecte-t-elle le choix d'investissement ?

Q3.10 Comment faire dans le cas de projets ayant des durées de vie différentes ?

Q3.11 Indiquez si chacun des énoncés suivants est vrai ou faux.

a) Le critère du délai de récupération possède l'inconvénient de ne pas tenir compte de la valeur de l'argent dans le temps.

b) Lorsqu'on fait face à des projets mutuellement exclusifs de tailles différentes, il est bon de remplacer le TRI par le TRII.

c) Le critère du délai de récupération donne trop de poids aux flux monétaires prévus après ce délai.

d) Si les critères de choix d'investissement VAN et TRI donnent des conclusions différentes, c'est forcément le critère du TRI qu'il faut retenir.

e) Dans le calcul de la VAN, on fait l'hypothèse que les flux monétaires du projet sont réinvestis au coût du capital.

f) Comparativement à l'amortissement linéaire, l'amortissement fiscal augmente la VAN des projets d'investissement.

EXERCICES

Consultez les solutions détaillées.

E3.1 En achetant un bien de 70 000 $, une entreprise réaliserait des revenus annuels d'exploitation de 20 000 $ pendant cinq ans. L'entreprise est imposée à 30 %, et son taux d'actualisation se situe à 7 %. On prévoit une valeur résiduelle nulle pour le bien. Son taux d'amortissement dégressif est de 25 %. Calculez :

a) son délai de récupération ;

b) son délai de récupération actualisé.

E3.2 En achetant un bien de 10 000 $, une entreprise réaliserait des revenus annuels d'exploitation de 3 000 $ pendant cinq ans. Le taux d'imposition de l'entreprise est de 40 %, son taux d'actualisation est de 8 % et son taux d'amortissement dégressif est de 30 %. On prévoit aussi une valeur résiduelle nulle pour le bien. Calculez :

a) son délai de récupération ;

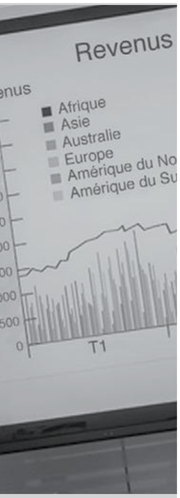
b) son délai de récupération actualisé.

PROBLÈMES

Consultez les solutions détaillées.

P3.1 Examinons le projet de croissance suivant : la société CBA inc. envisage d'investir dans de nouvelles installations de production afin d'élargir son marché. Les actifs qu'elle doit acquérir pour réaliser ce projet sont énumérés ci-dessous :

Actif	Coût net à l'acquisition (en dollars)	Taux d'ACC prescrit (en pourcentage)	Valeur de revente (en dollars)
Terrain	200000	s. o.	415000
Bâtiment	100000	5	210000
Machinerie	50000	20	1500



On estime que les bénéfices d'exploitation annuels (avant impôts et amortissement) seront de 73 660 $ pour chacune des 15 années que durera ce projet. Afin de soutenir la croissance prévue des ventes, la société devra accroître son fonds de roulement net de 15 000 $ au début du projet et de 10 000 $ l'année suivante. Par la suite, aucun autre investissement en fonds de roulement supplémentaire ne sera requis. Pour que la machinerie soit utilisable pendant toute la durée de ce projet, on estime qu'il faudra la réparer trois ans après le début des activités et tous les trois ans par la suite, au coût de 5 000 $ la réparation. Cette dépense sera déductible du revenu imposable. De plus, il faut noter que la dernière réparation aura lieu 12 ans après le début des activités. En effet, la machinerie n'aura pas à être réparée à la fin de la quinzième année, puisqu'elle sera revendue.

Selon vous, la société devrait-elle accepter ce projet de croissance sur la base des hypothèses suivantes ?

- La société CBA est imposée à 25 %.
- Le taux de rendement exigé pour ce type de projet est de 16 %.
- La revente du bâtiment n'entraînera pas la fermeture de sa classe d'amortissement.
- La machinerie était seule dans sa catégorie d'actif.

P 3.2 Étudions le cas de la revente avec fermeture de classe et récupération. Les camions et les remorques achetés aujourd'hui par la société CBA (classe d'amortissement 10, amortissement de 30 % sur le solde dégressif) pour la somme de 225 000 $ vont permettre une économie de coûts d'exploitation brute annuelle de 95 000 $ pendant quatre ans. C'est la première fois que la société CBA acquiert de tels équipements. Après ces quatre ans, un spécialiste affirme que la société pourra revendre le tout 85 000 $. Si l'on utilise un taux marginal d'imposition de 40 % et un coût des fonds de 16 %, ce projet permettra-t-il d'accroître la valeur de la société ?

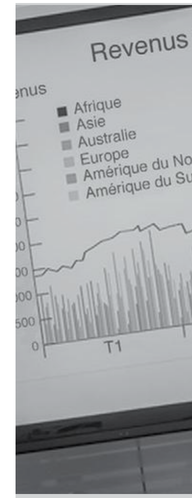
P 3.3 Étudions le cas de la revente avec fermeture de classe, gain en capital et récupération. L'entrepôt et le terrain sous-jacent ont été achetés 150 000 $ en janvier 2013 et vendus en décembre 2017 pour la somme de 250 000 $. Supposons que le bâtiment de classe fiscale 3, qui bénéficie donc d'un amortissement fiscal de 5 % sur le solde dégressif, représentait les deux tiers du prix d'achat, alors qu'il ne contribue qu'à la moitié de la valeur de revente. Cet entrepôt était nécessaire à l'exploitation de l'entreprise et a coûté, en coûts bruts d'exploitation, 10 000 $ par année au cours de cette période.

Ce projet d'acquisition d'espace d'entreposage a nécessité un investissement initial en stock de 200 000 $; ce montant a été récupéré entièrement au moment de la vente de l'immeuble. Sachant que le taux marginal d'imposition de la société s'est maintenu à 40 % au cours de cette période et que le taux de rendement exigé sur les investissements a été constant à 14 %, quelle aurait été la VAN de ce projet en janvier 2013 ?

P 3.4 Étudions le cas de la revente sans fermeture de classe avec gain en capital. L'installation d'un pipeline (catégorie fiscale 2, amortissement sur le solde dégressif de 6 %) par la société CBA à l'intérieur de bâtiments et de réseaux de distribution de même classe fiscale réduirait les frais d'exploitation bruts annuels de 275 000 $ pendant cinq ans. Cet investissement de 425 000 $ aurait une valeur marchande de 500 000 $ dans cinq ans. Si le taux marginal d'imposition est de 45 % et le coût moyen des fonds nécessaires à l'investissement est de 14 %, calculez la VAN de ce projet.

P 3.5 Supposons que la société CBA envisage de remplacer un vieil équipement. Le prix de la nouvelle machine est de 100 000 $. Avec cette nouvelle machine, l'entreprise compte augmenter ses ventes annuelles de 10 000 $, tandis que les coûts d'exploitation diminueraient de 2 000 $ par an. La nouvelle machine doit être utilisée pendant cinq ans, et sa valeur de revente prévue est de 10 000 $. Le vieil équipement peut être revendu 5 000 $, alors que sa valeur comptable est de 7 000 $.

En outre, le taux d'imposition de l'entreprise est de 40 % et le coût du financement de ce projet de remplacement, de 14 %. L'amortissement est calculé selon la méthode de l'amortissement dégressif au taux de 20 %. La valeur de revente prévue du vieil équipement dans cinq ans est nulle. L'entreprise doit-elle remplacer le vieil équipement ?



P3.6 Supposons qu'à la réunion du conseil d'administration tenue le 15 novembre 2016, la société CBA a donné le mandat à M. Rochon d'évaluer l'implantation d'une nouvelle usine dans la région du Lac-Saint-Jean. M. Rochon a estimé que ce projet nécessiterait l'achat d'un terrain pour la somme de 100 000 $, la construction d'un bâtiment évaluée à 300 000 $ et l'acquisition de 900 000 $ d'équipement. Le fonds de roulement net nécessaire serait de 50 000 $.

Sur la somme de 1,3 million de dollars que nécessiteraient les investissements en immobilisations, une tranche de 800 000 $ serait financée au moyen d'un emprunt à 13 % et une tranche de 500 000 $ serait fournie par la société CBA.

Ayant analysé le nouveau projet, M. Rochon lui a attribué une vie économique de 10 ans. Il a estimé qu'à la fin de cette période, il pourrait revendre le terrain 150 000 $ et le bâtiment, 200 000 $. Quant à l'équipement, il aurait une valeur résiduelle nulle. Ces ventes se concrétiseraient au tout début de 2027. L'investissement initial en fonds de roulement pourrait être récupéré à ce moment-là.

M. Rochon établit aussi un état des résultats prévisionnels pour chaque année de vie du projet de la nouvelle usine de bois de sciage, pour la durée de vie de 10 ans du projet :

	(en dollars)
Ventes	700 000
Achat	75 000
Salaires	230 000
Amortissement	100 000
Intérêts*	104 000
Répartition des frais fixes du siège social de CBA	40 000
Revenu imposable	151 000
Impôts**	60 400
Bénéfice net	90 600

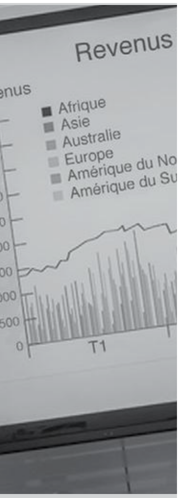
* Intérêt sur l'emprunt de 800 000 $ à 13 %.
** Taux d'imposition de CBA approximativement de 40 %.

La société CBA exige un taux de rendement minimal de 18 % sur ce genre d'opération.

M. Rochon devrait tenir compte de la règle de la demi-année pour ce qui est de l'amortissement fiscal. Les taux d'amortissement dégressif maximal étaient de 5 % pour le bâtiment et de 20 % pour l'équipement.

Pour évaluer de tels projets, M. Rochon avait jusqu'alors utilisé la méthode du délai de récupération. M. Plante, un jeune financier de la société, a déclaré à M. Rochon que sa méthode d'analyse de projet laissait à désirer. Il lui a suggéré d'utiliser soit la méthode de la VAN, soit la méthode du TRI.

a) Évaluez le projet de la nouvelle usine en utilisant la VAN comme critère de choix d'investissement.
b) Supposons que la société CBA obtient une subvention de 300 000 $ pour l'achat de l'équipement. Dans ce cas, quel serait l'effet de cette subvention sur l'analyse du projet ?



P3.7 Supposons que la société CBA a la possibilité d'entreprendre deux projets d'investissement différents : le projet CBA Alpha et le projet CBA Bêta. Ces projets ont les flux monétaires suivants :

Année	CBA Alpha (en dollars)	CBA Bêta (en dollars)
0	–9 000	–9 000
1	12 000	0
2	0	0
3	0	15 870

a) Calculez la VAN de chaque projet selon un taux d'actualisation de 14 %. Déterminez lequel des deux projets est préférable en vous basant sur ce critère.

b) Évaluez le TRI de chaque projet. Déterminez lequel des deux projets est préférable en vous basant sur ce critère.

c) Quel taux de réinvestissement générerait une VAN des flux monétaires identique pour les deux projets au bout de trois ans ?

P3.8 Un entrepreneur envisage de faire l'acquisition d'un nouveau camion d'une durée d'utilisation de cinq ans au prix de 45 000 $. Cet investissement lui permettrait d'obtenir un supplément de flux monétaire de 10 000 $ à la fin des deux premières années et de 15 000 $ à la fin des trois années suivantes. À la fin de la cinquième année, on prévoit notamment un flux monétaire de 11 000 $ provenant de la vente du camion. Le taux de rendement exigé par cet entrepreneur est de 10 %.

a) Quand cet entrepreneur sera-t-il en mesure de récupérer le coût de son camion ?

b) En prenant en considération la valeur de l'argent dans le temps, dites quand cet entrepreneur sera en mesure de récupérer le coût de son camion.

c) Déterminez le TRI de ce projet. Est-ce que le projet est intéressant selon ce critère ?

d) En supposant que les flux sont réinvestis au taux de 10 %, déterminez le TRII de ce projet.

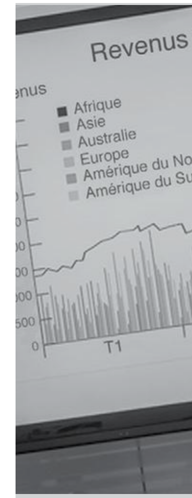
P3.9 L'entreprise Aflo inc. envisage d'investir dans un nouvel équipement plus moderne. Étant à la direction des finances, vous êtes responsable de l'analyse de rentabilité de ce projet de modernisation de l'équipement. Ce projet consiste à faire l'acquisition d'une nouvelle machine de production entièrement électronique au coût de 1 000 000 $. Cette machine remplacerait l'équipement actuel, dont la valeur comptable et la valeur marchande sont présentement de 100 000 $. On estime que l'équipement dont dispose actuellement l'entreprise pourrait durer encore 10 ans et pourrait être revendu pour environ 20 000 $ au début de l'année 11.

Les frais d'installation et de mise en marche du nouvel équipement sont évalués à 20 000 $. De plus, l'entreprise estime qu'elle devra, dès maintenant, accroître son fonds de roulement net de 60 000 $ si le projet est accepté (cette somme sera toutefois récupérable en entier à la fin du projet).

Les recettes prévues (avant amortissement et impôts) sont de 200 000 $ par année au cours de la durée de vie du projet, qui a été estimée à 10 ans.

Pour qu'il puisse durer 10 ans, le nouvel équipement devra faire l'objet d'une remise à neuf à la fin de l'année 3 au coût de 50 000 $. Selon le fiscaliste de l'entreprise, cette dépense devra vraisemblablement être capitalisée aux fins d'impôts. Compte tenu de cette remise à neuf, on estime que le nouvel équipement aura une valeur de revente approximative de 81 500 $ au début de l'année 11.

Pour ce genre de projet, l'entreprise exige un taux de rendement minimal de 12 %. Son taux d'imposition est de 40 %. À des fins fiscales, l'équipement est amortissable au taux dégressif annuel de 20 %.



En supposant que la classe d’actifs continuera d’exister à la fin du projet, quelle recommandation ferez-vous à la direction de l’entreprise ?

P3.10 L’entreprise Harrasse inc. se spécialise dans le domaine du textile. Elle songe à construire un nouveau bâtiment afin de pouvoir continuer ses activités de façon plus efficace et de mieux répondre aux besoins du marché.

Les coûts de construction et d’achat du terrain s’élèvent respectivement à 300 000 $ et 100 000 $. Après 20 ans, on prévoit que le bâtiment et le terrain vaudront respectivement 70 000 $ et 200 000 $. Le taux d’amortissement du bâtiment est de 5 %. À la suite d’une évaluation récente, on vous informe que le bâtiment actuel peut être vendu 75 000 $ et vaudra 10 000 $ dans 20 ans, tandis que le terrain vaut actuellement 100 000 $, mais vaudra 200 000 $ dans 20 ans. Pour que ce bâtiment dure encore 20 ans, il faudra effectuer des dépenses à la fin de la dixième année. Ces dépenses de réparations de 100 000 $ seraient capitalisées à des fins fiscales et versées à la même catégorie que les bâtiments.

La réorganisation de la production entraîne une économie avant amortissement et impôts de l’ordre de 60 000 $ par année pendant 10 ans et de 35 000 $ pendant les 10 années suivantes. Le besoin en fonds de roulement augmentera de 10 000 $. Le taux d’imposition est de 40 % et le taux d’actualisation, de 12 %. Est-ce que cet investissement est rentable ?

PROBLÈMES PRÉPARATOIRES AUX EXAMENS

Consultez la démarche et vérifiez vos réponses.

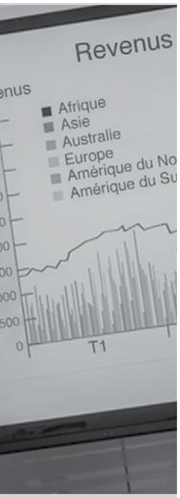
3.1 On vous demande d’évaluer un projet d’investissement pour le compte de Location SuperPlus inc. Il s’agit d’acheter une Rolls-Royce Silver Seraph, une voiture de luxe fabriquée par le constructeur anglais Rolls-Royce de 1998 à 2002, pour ensuite la louer au cours d’occasions spéciales (mariages, bals, remises des diplômes, etc.).

La voiture se vend actuellement 200 000 $ chez le concessionnaire et serait amortissable à un taux de 30 % sur le solde dégressif. Cet achat entraînerait également une dépense immédiate de 2 500 $ pour l’embellissement du véhicule chez un spécialiste. Cette dépense de 2 500 $ ne serait pas capitalisable et amortissable du point de vue fiscal. Elle serait plutôt traitée comme des frais d’exploitation immédiats et pleinement imposables. De plus, cet achat nécessiterait un ajout de 9 000 $ au fonds de roulement, lequel serait traité comme une sortie de fonds en début de projet.

Ce projet devrait augmenter les recettes nettes d’exploitation (avant impôts) de 20 000 $ à la fin de chacune des années pendant quatre ans.

L’horizon d’évaluation est de quatre ans au bout desquels on s’attend à ce que la voiture prenne de la valeur et se vende 290 000 $. Aussi, on s’attend à récupérer le fonds de roulement au bout de ces quatre années. L’entreprise exige un taux de rendement de 12 % sur ce type d’achat et a un taux d’imposition de 35 %.

a) Déterminez la valeur de l’investissement en début de projet.
b) Estimez la valeur actuelle des flux monétaires durant le projet.
c) Évaluez la valeur actuelle des flux monétaires à la fin du projet.
d) Calculez la VAN du projet et dites si le projet est intéressant.
e) Donnez la valeur actuelle des économies d’impôts liées à l’amortissement pour les années 1 et 2.
f) Donnez la valeur du flux monétaire à la fin de la troisième année.



PROBLÈMES PRÉPARATOIRES AUX EXAMENS (*suite*)

3.2 Considérez les deux projets mutuellement exclusifs A et B ayant les distributions de flux monétaires (FM) suivantes :

Projet	FM_0	FM_1	FM_2	FM_3
A	–500 $	400 $	200 $	100 $
B	–500 $	20 $	300 $	500 $

Le taux de rendement exigé pour cette catégorie de projet est de 12 %.

a) Quel projet devrait être accepté selon le critère du délai de récupération sachant que le délai de récupération maximal acceptable pour ce genre de projet est de un an ?

b) Quel projet devrait être accepté selon le critère de la VAN ?

c) Quel projet devrait être accepté selon le critère du TRI ?

d) Quel est le taux d'actualisation pour lequel la VAN des deux projets est identique ?

e) Indiquez si chacun des énoncés suivants est vrai ou faux.

i) À un taux d'actualisation de 8 %, il y a contradiction de choix entre les critères de la VAN et du TRI.

ii) À un taux d'actualisation de 20 %, il y a contradiction de choix entre les critères de la VAN et du TRI.

iii) Dans le but de maximiser la richesse de ses actionnaires, l'entreprise devrait retenir le projet A.

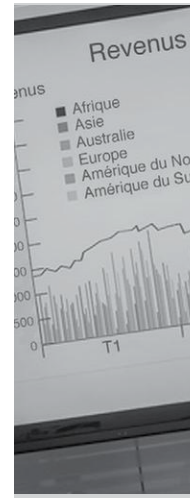
iv) Le calcul de l'indice de rentabilité de chacun de ces projets suppose que les flux monétaires sont réinvestis à 12 %.

v) Si le taux de rendement exigé passait de 12 % à 15 %, cela aurait pour conséquence de diminuer le taux de rendement interne des projets A et B.

3.3 L'entreprise ABC inc. possède une machine qui permet de fabriquer des jouets et qui a une production hebdomadaire de 500 unités. Comme cette production hebdomadaire est jugée faible, l'entreprise se voit obligée de maintenir un volume moyen des stocks de 100 000 $. Toutefois, ce niveau ne plaît pas aux dirigeants. C'est ainsi que le personnel de l'entreprise ABC propose l'acquisition d'une nouvelle machine ayant une production hebdomadaire supérieure. Cet actif permettra entre autres de diminuer le volume des stocks à 20 000 $. Cet actif, dont le prix est fixé à 500 000 $, a une vie économique de sept ans et permettrait des économies d'exploitation de 60 000 $ par an avant impôts. Sa valeur de revente se situera à environ 50 000 $ à la suite d'un reconditionnement capitalisable de 20 000 $ au début de la sixième année.

L'ancienne machine, qui a été acquise au coût de 200 000 $ voilà cinq ans, possède une valeur marchande actuelle de 100 000 $. Sa valeur de revente dans sept ans est fixée à 20 000 $. Il y a deux semaines, l'entreprise ABC a déboursé 2 000 $ afin d'effectuer des réparations à l'ancienne machine. Par ailleurs, pour que cette machine fonctionne encore sept ans, il faudrait effectuer des réparations majeures à la fin de la troisième année. Ces réparations, au coût de 5 000 $, seraient capitalisées à des fins fiscales et versées à la même catégorie que la machine. Nous supposons également les informations suivantes :

- Le taux d'amortissement de cette catégorie est fixé à 20 %.
- Le taux d'imposition de l'entreprise est de 40 %.



PROBLÈMES PRÉPARATOIRES AUX EXAMENS (*suite*)

- La catégorie du nouvel actif ne s'éteindra pas après sept ans.
- Le taux d'actualisation est de 10 %.

Est-ce que le nouvel actif constitue une acquisition intéressante pour l'entreprise ABC ?

3.4 Montfleurs inc., une entreprise montréalaise de distribution de fleurs séchées, désire croître en ouvrant un centre de distribution dans une région où elle n'est pas présente actuellement. Cette expansion exige l'achat d'un terrain, la construction d'un bâtiment au coût de 1 000 000 $ et l'achat d'équipements pour une somme de 400 000 $. Le coût d'acquisition du terrain est de 200 000 $. L'acquisition de cet entrepôt nécessiterait 300 000 $ de plus en fonds de roulement à partir de la deuxième année. Ce nouveau centre de distribution permettrait de mieux couvrir le territoire environnant. Le centre va générer 130 000 $ de bénéfice avant impôts et amortissement annuellement. Les équipements auraient besoin d'une petite réparation au début de l'année 6. Cette réparation coûterait 10 000 $.

Pour analyser ce type de projet, la direction de Montfleurs utilise habituellement un horizon d'investissement de 12 ans en supposant une revente des actifs à la fin de la durée de vie du projet. Les valeurs de revente pour ce projet sont les suivantes : 300 000 $ pour le terrain ; 600 000 $ pour le bâtiment et 100 000 $ pour les équipements.

Le bâtiment serait dans une catégorie d'amortissement à 10 % sur le solde dégressif et les équipements seraient dans la catégorie à 25 % sur le solde dégressif. L'entreprise exige un taux de rendement de 15 % et est imposée au taux de 40 %. Aucune classe d'amortissement ne sera fermée au bout des 12 ans. La règle de la demi-année s'applique pour le calcul de la valeur actuelle des économies d'impôts liées à l'amortissement, et non pour les pertes d'économies d'impôts. On suppose dans ce problème que le gain en capital sur le terrain est imposable à hauteur de $^2/_3$.

En se basant sur le critère de la VAN, ce projet d'investissement est-il rentable pour Montfleurs ?

3.5 On vous présente deux projets d'investissement, X et Y. Les deux projets ont des investissements initiaux égaux avec des durées égales et des flux monétaires versés en même temps. Cependant, les flux monétaires importants de l'un des projets se font plus tôt que ceux de l'autre. Considérez les valeurs actuelles nettes des projets X et Y calculées selon les quatre taux d'actualisation suivants :

Taux d'actualisation (en pourcentage)	VAN du projet X (en dollars)	VAN du projet Y (en dollars)
0	4 500	3 500
10	2 000	2 000
15	0	1 000
20	–1 500	0

a) Quel est le taux de rendement interne du projet X ? Expliquez votre réponse.

b) Quel est le taux d'actualisation qui rend les deux projets équivalents ? Expliquez votre réponse.

c) Quel est le projet dont la moyenne des flux monétaires est la plus faible ? Expliquez votre réponse.

Annexe du chapitre 3

L'investissement de la Caisse de dépôt et placement du Québec dans le projet du REM

La Caisse de dépôt et placement du Québec (CDPQ) se défend d'avoir laissé tomber Bombardier dans le projet du Réseau électrique métropolitain (REM). En marge du dévoilement de ses résultats annuels en février 2018, le président et chef de la direction de l'institution, Michael Sabia, a rappelé que la CDPQ avait «sauvé l'entreprise» grâce à son investissement de 1,5 milliard $ US dans la division de matériel roulant de l'entreprise en 2015 et qu'en agissant de la sorte, le bas de laine des Québécois avait démontré l'importance de son appui à l'endroit de Bombardier et de ses employés.

M. Sabia était interrogé sur le dossier du REM alors que la multinationale québécoise a été coiffée dans le cadre des appels d'offres par un consortium formé par Alstom et SNC-Lavalin pour la fourniture de matériel roulant. La Caisse avait acquis 30 % de Bombardier Transport en novembre 2015 quelques semaines après que le gouvernement Couillard eut injecté 1 milliard $ US dans le programme de la CSeries alors que Bombardier éprouvait de sérieuses difficultés financières.

Bien que la Caisse soit un investisseur de Bombardier, en tant que gestionnaire du projet du REM, la responsabilité du gestionnaire de régimes de retraite était d'avoir «le meilleur projet au meilleur prix» pour répondre aux besoins des usagers, des déposants et des citoyens, a affirmé M. Sabia. «Avec nos deux chapeaux, je pense que nous avons démontré un appui important à une société importante, et avec notre autre responsabilité, nous avons respecté toutes les règles du processus d'appel d'offres», a ajouté le dirigeant de la Caisse en précisant que l'une des meilleures décisions en 2017 a été d'avoir rejeté en novembre les soumissions reçues pour le projet du REM, ces dernières étant qualifiées de «très problématiques».

Source : Adapté de Arsenault, J. (2018, 21 février). La Caisse de dépôt et placement se défend d'avoir laissé tomber Bombardier dans le projet du REM. *La Presse canadienne*. Repéré à https://www.lesoleil.com/affaires/la-caisse-de-depot-et-placement-se-defend-davoir-laisse-tomber-bombardier-dans-le-projet-du-rem-23ad79f6f3bbd7a30040c56207351897

L'évaluation des actifs financiers et les modes de financement à long terme

Plan du chapitre

L'essentiel pour réussir son cours de gestion financière

Problèmes de révision et solutions
Questions
Exercices
Problèmes
Problèmes préparatoires aux examens

Consultez le solutionnaire en ligne.

La lecture de ce chapitre vous permettra de maîtriser les notions financières suivantes :

Introduction

Dans ce chapitre, nous aborderons les principaux modes de financement à long terme de l'entreprise et leur évaluation. Il s'agit particulièrement des emprunts obligataires, ou obligations, des actions ordinaires et, dans une moindre mesure, des actions privilégiées. L'évaluation de ces titres financiers est importante non seulement parce qu'elle permet de voir concrètement ce à quoi servent les mathématiques financières, mais également parce qu'elle permet de déterminer le coût du capital de l'entreprise. Nous verrons ainsi que la valeur d'un titre financier est égale à la valeur actualisée des flux financiers futurs que le détenteur espère en tirer. Ainsi, dans le cas des emprunts, il s'agit des intérêts payés par l'emprunteur et perçus par le prêteur, plus le remboursement du capital emprunté. De façon similaire, la valeur d'une action ordinaire ou privilégiée dépend des dividendes ou des autres flux monétaires à recevoir, et du prix de revente.

Notons que les titres financiers, comme les obligations et les actions ordinaires et privilégiées, sont émis pour la première fois sur le marché dit «primaire». On peut aussi le nommer le marché du «neuf», car il fait référence aux nouveaux titres émis et met en relation directe, ou par l'intermédiaire d'un courtier, les investisseurs qui achètent ces titres au prix d'émission et les émetteurs qui encaissent le produit de l'émission. Toutefois, une fois en circulation, les titres préalablement émis peuvent s'échanger librement entre investisseurs sur le marché dit «secondaire». Il s'agit du marché des titres existants, ou marché «d'occasion». Il offre aux investisseurs la possibilité de céder les titres préalablement acquis. Un investisseur peut donc revendre à n'importe quel moment, au prix courant, un titre financier préalablement acquis.

4.1 Les obligations, ou emprunts obligataires

Une **obligation**, ou **emprunt obligataire**, est un titre financier émis par des sociétés et par certaines autorités publiques comme les gouvernements ou les municipalités pour emprunter des fonds à long terme. En fait, les obligations sont des prêts que les investisseurs, appelés «obligataires», font à l'émetteur. En retour, au cours de la durée du prêt, l'émetteur promet de payer des intérêts, généralement à un taux fixe et à des dates spécifiées dans le contrat d'emprunt, et de rembourser la totalité du capital à l'échéance.

Prenons l'exemple de la société KPI inc. qui, le 15 août 2014, a emprunté sur le marché canadien une somme de 500 millions de dollars canadiens par émission d'obligations à un taux de 4 % échéant le 15 février 2055. Pour des raisons de simplicité, nous supposons que la société KPI a vendu 500 000 obligations valant chacune 1 000 $. Notons que dans les faits, KPI peut avoir vendu pour 100 000 $ d'obligations en coupures de 5 000 $ ou toute autre combinaison totalisant 500 000 000 $. En retour, KPI promet de payer les intérêts périodiques à un taux nominal annuel de 4 % (ou, dans ce cas, à un taux semestriel de 2 %) et de rembourser la totalité du capital emprunté à l'échéance.

Pour mieux saisir la mécanique et l'évaluation des obligations, il est important d'en comprendre les principales caractéristiques décrites dans la sous-section suivante.

4.1.1 Les principales caractéristiques des obligations

Les obligations sont des contrats d'emprunts. Voyons les termes communément présents dans les contrats d'obligations.

La valeur nominale, ou valeur faciale d'une obligation

La **valeur nominale d'une obligation**, appelée aussi **valeur faciale**, représente la valeur unitaire de l'obligation telle que spécifiée dans le contrat. Il s'agit, en général, du montant que l'entreprise a emprunté et qu'elle doit rembourser à l'échéance et sur lequel les paiements périodiques d'intérêts (encore appelés «coupons») sont calculés. Habituellement, on suppose une valeur nominale de 1 000 $. En référence à l'émission d'obligations de KPI du 15 août 2014 mentionnée précédemment, on peut dire que cette société a emprunté 500 millions de dollars en émettant 500 000 obligations ayant chacune une valeur nominale de 1 000 $.

Le coupon et le taux de coupon

Le **coupon (*C*)** représente le montant des intérêts que l'émetteur doit verser périodiquement aux détenteurs jusqu'à l'échéance des obligations. La périodicité du paiement (par exemple, semestrielle ou annuelle) des coupons est spécifiée dans le contrat d'émission des obligations.

Le montant du coupon est déterminé par le **taux de coupon (*c*)** de l'obligation. Inscrit dans le contrat d'émission des obligations, ce taux représente le taux d'intérêt nominal annuel sur les obligations et indique le pourcentage de la valeur nominale qui doit être payé comme coupon chaque année. Par exemple, une obligation ayant une valeur nominale de 1 000 $ et un taux de coupon de 10 % paiera au total des coupons de 100 $ (= 10 % × 1 000 $) par année. Le paiement des coupons étant habituellement semestriel, les coupons seront de 50 $ par semestre. De façon formelle, on peut écrire que le montant de chaque coupon est :

$$C = \frac{\text{Taux de coupon} \times \text{Valeur nominale}}{\text{Nombre de paiements de coupon par année}}$$

$$C = \frac{c \times \text{VN}}{\text{Nombre de paiements de coupon par année}}$$

Ainsi, dans le cas de coupons semestriels, on aura l'équation suivante :

$$C = \frac{\text{Taux de coupon} \times \text{Valeur nominale}}{2}$$

$$C = \frac{c \times \text{VN}}{2}$$

ÉQUATION 4.1

Inversement, le taux annuel de coupon sera égal à :

$$\text{Taux de coupon} = c = \frac{\text{Coupon} \times 2}{\text{Valeur nominale}} = \frac{C \times 2}{\text{VN}}$$

où

c représente le taux de coupon ;
C représente le montant du coupon ;
VN désigne la valeur nominale.

Dans cet ouvrage, nous considérerons que les taux de coupon sont fixes et que les coupons fixes sont versés semestriellement. Notons cependant qu'il existe des obligations à coupons variables (obligations à taux variables) et qu'il en existe d'autres qui ne paient aucun coupon. Elles sont nommées «obligations à coupon zéro». Elles sont vendues à escompte et procurent ainsi un gain en capital au lieu de revenus d'intérêts.

La date d'échéance

La **date d'échéance**, appelée à tort «date de maturité», est la date de remboursement du capital (valeur nominale) par l'émetteur. En conséquence, l'échéance représente la différence de temps qui sépare la date d'aujourd'hui et la date de remboursement des obligations, c'est-à-dire la durée restant à courir jusqu'à la date d'échéance. Par exemple, en ce qui concerne les obligations de KPI émises le 15 août 2014, la date d'échéance est le 15 février 2055. À l'émission, ces obligations avaient donc une échéance initiale de

40 ans et 6 mois, ou 40,5 années. Bien entendu, l'échéance diminue au fur et à mesure que les jours passent. Ainsi, le 15 février 2018, l'échéance des obligations de KPI n'était plus que de 37 années.

Le rendement à l'échéance

Le **rendement à l'échéance**, ou **taux de rendement à l'échéance**, est tout simplement le taux de rendement interne de l'obligation. C'est le rendement qu'obtiendrait le détenteur si les taux ne variaient pas, s'il réinvestissait les coupons et s'il gardait l'obligation jusqu'à l'échéance. En bref, c'est le taux d'actualisation qui rend le prix de l'obligation égal à la valeur actualisée des flux monétaires provenant de l'obligation, c'est-à-dire la valeur actualisée des coupons, plus la valeur actualisée du remboursement du capital à l'échéance.

La valeur, ou prix des obligations

La valeur, ou prix des obligations, est le prix d'échange de l'obligation sur le marché secondaire. En général, à l'émission, la plupart des émetteurs vont choisir un taux de coupon égal au taux de rendement à l'échéance de sorte que les obligations sont émises à un prix égal à la valeur nominale. Toutefois, une fois en circulation, le prix des obligations fluctuera en fonction des taux d'intérêt en vigueur sur le marché. En effet, étant donné que les obligations à taux de coupon fixe paient le même pourcentage de leur valeur nominale au fil du temps, leur prix fluctuera à mesure que ce coupon deviendra plus ou moins populaire, compte tenu des taux d'intérêt en vigueur à un moment donné.

Prenons l'exemple des obligations de l'entreprise ABC émises il y a cinq ans lorsque les taux d'intérêt en vigueur étaient de 4 %, avec une valeur nominale de 1 000 $ et un taux de coupon annuel de 4 %.

Si les taux d'intérêt baissent à 3 %, les obligations de l'entreprise ABC continueront de payer des coupons de 4 %, ce qui les rend plus attrayantes qu'une nouvelle émission d'obligations avec un taux de coupon de 3 % et une valeur nominale de 1 000 $. Les investisseurs seront donc prêts à acheter les obligations de l'entreprise ABC à un prix plus élevé, jusqu'à ce que leur taux de rendement baisse à 3 %. Les investisseurs seront ainsi indifférents entre l'achat des obligations d'ABC à un prix supérieur à 1 000 $, mais avec un taux de coupon de 4 %, ou l'achat à 1 000 $ de nouvelles obligations émises avec un taux de coupon correspondant au taux d'intérêt en vigueur de 3 %.

À l'inverse, si les taux d'intérêt augmentent à 5 %, le coupon de 4 % des obligations de l'entreprise ABC sera moins attrayant comparativement à une nouvelle émission payant un coupon de 5 %. Le prix des obligations d'ABC va donc baisser jusqu'à ce que leur taux de rendement augmente à 5 %. En conséquence, les investisseurs seront indifférents entre l'achat à 1 000 $ de nouvelles obligations émises avec un taux de coupon correspondant au taux d'intérêt en vigueur de 5 % et l'achat des obligations d'ABC versant un taux de coupon de 4 %, mais à un prix inférieur à 1 000 $.

En raison de ce mécanisme, le prix des obligations variera inversement selon les taux d'intérêt.

Les obligations à escompte, à prime et au pair

Compte tenu de la relation inverse entre le prix de l'obligation et l'évolution des taux d'intérêt, on peut établir les caractéristiques suivantes des obligations :

1. Le prix d'une obligation (P_0) est inférieur à sa valeur nominale (VN), et le taux de rendement à l'échéance est supérieur au taux de coupon. On parle alors d'**obligation à escompte**.

2. Le prix d'une obligation (P_0) est supérieur à sa valeur nominale (VN), et le taux de rendement à l'échéance est inférieur au taux nominal de coupon. On parle alors d'**obligation à prime**.
3. Le prix d'une obligation (P_0) est égal à sa valeur nominale (VN), et le taux de rendement à l'échéance est égal au taux nominal de coupon. On parle alors d'**obligation au pair**.

Le tableau 4.1 résume ces trois situations.

TABLEAU 4.1 Les caractéristiques des obligations à escompte, à prime et au pair

Variable	Prix par rapport à la valeur nominale	Taux de rendement par rapport au taux de coupon
L'obligation se vend à escompte.	Prix < Valeur nominale	Taux de rendement > Taux de coupon
L'obligation se vend à prime.	Prix > Valeur nominale	Taux de rendement < Taux de coupon
L'obligation se vend au pair.	Prix = Valeur nominale	Taux de rendement = Taux de coupon

Nous étudierons plus en détail l'évaluation des obligations dans la sous-section suivante.

4.1.2 Le calcul de la valeur des obligations

La valeur, ou prix de l'obligation, est égale à la valeur actualisée au taux de rendement à l'échéance des coupons à recevoir et du remboursement de la valeur nominale à l'échéance. Ainsi, comme cela a été mentionné précédemment, le prix de l'obligation fluctuera au jour le jour en fonction des taux d'intérêt en vigueur, mais également du temps restant avant l'échéance et, bien entendu, des coupons à recevoir. Dans cette sous-section, nous aborderons l'évaluation d'une obligation à différentes dates : 1) à l'émission ou à une date de paiement des coupons ; et 2) entre deux dates de paiement des coupons. Mais, auparavant, voyons comment se présentent les informations sur les prix des obligations dans la presse financière.

La lecture des cotations des obligations

Que ce soit dans les nombreux sites de presse financière (par exemple, www.candeal.ca) ou dans les journaux financiers (comme le *Financial Post*), on trouve habituellement la même information qui permet de lire les cotes des obligations afin de connaître leur prix selon le cours acheteur ou le cours vendeur. Le tableau 4.2 (*voir page suivante*) donne un exemple de renseignements que l'on trouve sur le site de CanDeal[1].

La colonne « Émetteur » indique le nom de l'emprunteur, c'est-à-dire l'entreprise qui a émis l'emprunt obligataire. Ici, il s'agit d'Hydro-Québec, de Rogers Communications inc., de la province de la Colombie-Britannique et de la société Enbridge inc.

La colonne « Description » précise les caractéristiques principales du contrat d'emprunt obligataire. Il s'agit essentiellement du taux de coupon et de la date d'échéance. Par exemple, dans le cas d'Hydro-Québec, nous avons, dans cette colonne, HQ 4,000 02/15/2055. HQ représente le symbole d'Hydro-Québec ; 4,000 est le taux de coupon (4 %) ; et 02/15/2055 (15 février 2055) est la date d'échéance. Pour Rogers Communications inc., le symbole est RCICN, et le taux de coupon de l'emprunt obligataire ainsi que la date d'échéance sont respectivement de 6,110 (6,11 %) et de 08/25/2040 (25 août 2040).

1. CanDeal est un marché électronique international de titres qui donne accès aux investisseurs à un important réseau de courtiers.

La colonne «Cours acheteur», ou prix offert (*bid price* en anglais), fournit l'information correspondant au prix qu'un acheteur offre pour acheter les obligations sur le marché. Par conséquent, si vous possédez déjà les obligations, vous allez les vendre au cours acheteur. Dans le cas des obligations d'Hydro-Québec, ce prix est de 122,618 $. Comme vous pouvez le constater, par convention, la cote des obligations s'exprime en pourcentage. Le prix affiché peut aussi s'interpréter comme étant égal à 122,618 % de la valeur nominale. Cette convention permet une plus grande lisibilité de la cote des obligations tout en facilitant la comparaison entre les titres obligataires des différentes sociétés, quelle que soit leur valeur nominale (100 $, 500 $, 1 000 $, etc.). On peut aussi dire que toutes les obligations sont cotées comme si elles avaient une valeur nominale de 100 $. Rappelons que, dans cet ouvrage, nous considérons que la valeur nominale des obligations est de 1 000 $. Il suffit alors de multiplier le prix coté par 10.

La colonne «Cours vendeur», ou prix demandé (*ask price* en anglais), indique le prix que le vendeur demande pour vendre les obligations qu'il possède. En conséquence, vous achetez les obligations au cours vendeur.

Les deux dernières colonnes du tableau spécifient les taux de rendement à l'échéance du cours acheteur (*bid yield* en anglais) et du cours vendeur (*ask yield* en anglais).

TABLEAU 4.2 Un exemple de cotations des obligations disponibles sur le site de l'entreprise CanDeal

Émetteur	Description	Cours acheteur	Cours vendeur	Rendement à l'échéance du cours acheteur	Rendement à l'échéance du cours vendeur
Hydro-Québec	HQ 4,000 02/15/2055	122,618	122,811	2,996	2,989
Rogers Communications inc.	RCICN 6,110 08/25/2040	128,079	129,126	4,209	4,150
Colombie-Britannique	BC 4,600 06/18/2045	100,000	100,050	4,600	4,596
Enbridge inc.	ENBCN 4,240 08/27/2042	98,499	99,646	4,338	4,263

Source : Données tirées de www.candeal.ca, page consultée le 18 avril 2017.

Avant de poursuivre avec l'évaluation des obligations, convenons des notations décrites dans l'encadré 4.1.

ENCADRÉ 4.1 Les notations relatives aux obligations

VN = Valeur nominale ou valeur faciale remboursable à l'échéance de l'obligation.

m = Fréquence de capitalisation ou nombre de coupons payables par an. La variable m correspond également au nombre de capitalisations par année. Par exemple, $m = 2$ dans le cas où les coupons sont payables semestriellement.

c = Taux de coupon. Taux d'intérêt nominal servant au calcul des coupons. Notez bien que le taux de coupon est toujours exprimé en taux nominal annuel, sans égard à la fréquence de capitalisation.

C = Coupons. Il s'agit du montant d'intérêts calculé sur la valeur nominale et payable périodiquement sur les obligations. Dans le cas d'une obligation avec des coupons payables semestriellement, on aura : $C = \frac{c \times \text{VN}}{2}$.

ENCADRÉ 4.1 Les notations relatives aux obligations (*suite*)

E = Nombre d'années avant la date d'échéance de l'obligation.

N = Nombre de périodes ou de coupons à recevoir avant la date d'échéance de l'obligation. Pour les obligations versant des coupons semestriellement, on aura : $N = 2 \times E$. Par exemple, pour une obligation qui échoira dans 10 ans et qui versera des coupons semestriellement, la variable N sera égale à 20 (= 2 × 10).

P_0 = Prix d'une obligation au temps 0.

r_a = Taux de rendement nominal annuel ou taux annuel de rendement à l'échéance.

r_s = Taux de rendement semestriel exigé par les obligataires ($r_a = r_s \times 2$). On notera r_t les rendements trimestriels ($r_a = r_t \times 4$) et r_m les rendements mensuels ($r_a = r_m \times 12$).

k_{OB} = Taux de rendement effectif annuel du point de vue de l'émetteur. C'est le coût de la dette obligataire. Par exemple, pour des obligations versant des coupons semestriels, $k_{OB} = (1 + r_s)^2 - 1$. Dans le cas d'obligations à coupons trimestriels, nous aurons $k_{OB} = (1 + r_s)^4 - 1$, etc.

r_{a_s} = Taux de rendement nominal annuel réalisé par les obligataires à l'échéance ou au moment de la revente de leurs obligations.

r_{s_r} = Taux de rendement semestriel réalisé par les obligataires à l'échéance ou au moment de la revente de leurs obligations ($r_{a\_r} = r_{s\_r} \times 2$). On utilisera la notation r_{t_r} pour les rendements trimestriels ($r_{a\_r} = r_{t\_r} \times 4$) et r_{m_r} pour les rendements mensuels ($r_{a\_r} = r_{m\_r} \times 12$).

$r_{a\_r\_e}$ = Taux de rendement effectif annuel réalisé par les obligataires à l'échéance ou au moment de la revente de leurs obligations.

Maintenant que nous avons établi les conventions de notation, voyons comment nous pouvons évaluer les obligations. Pour des raisons de simplicité, nous considérerons par la suite un seul prix dans nos calculs et nos exemples. Nous allons donc considérer que le cours acheteur est égal au cours vendeur, et que les rendements correspondants sont aussi égaux.

L'évaluation des obligations

Nous avons déjà mentionné que le prix (ou valeur) de tout actif est égal à la valeur actualisée de ses flux monétaires futurs. Les étapes nécessaires pour évaluer la valeur d'un actif sont donc les suivantes :

Étape 1 : Estimer la valeur des flux monétaires futurs.

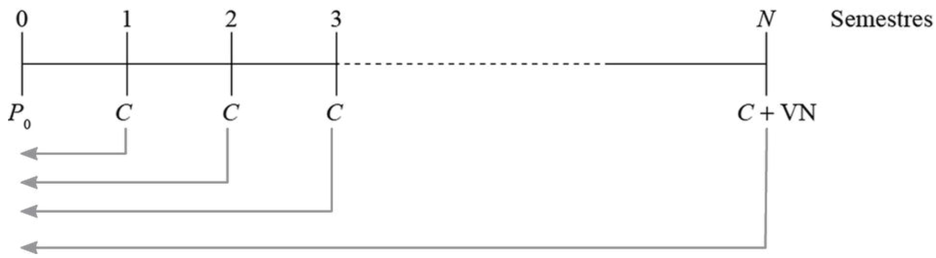
Étape 2 : Déterminer le taux de rendement exigé, ou taux d'actualisation. Ce taux dépend du degré de risque de la série de flux monétaires. En d'autres termes, il s'agit de l'incertitude quant à la réalisation ou non des flux monétaires futurs.

Étape 3 : Calculer la valeur actualisée des flux monétaires futurs. Cette valeur représente ce que vaut l'actif.

Ces étapes d'évaluation sont relativement simples dans le cas des obligations. Les flux monétaires (les coupons et la valeur nominale) sont inscrits dans le contrat d'obligations, et donc connus d'avance. En ce qui concerne le taux de rendement exigé, il s'agit du taux de rendement à l'échéance. Ce taux est déterminé en fonction de la variation des taux d'intérêt et en comparaison avec le rendement offert sur des obligations similaires disponibles sur le marché en ce qui a trait au risque, à l'échéance, etc.

Étant donné cette clarification, on peut calculer le prix d'une obligation (P_0) comme étant égal à la valeur actualisée (VA) des coupons (C) à recevoir pendant la durée de vie (N) exprimée selon la même périodicité que les coupons de l'obligation[2] et de la valeur actualisée de la valeur nominale (VN) à recevoir à l'échéance.

P_0 = VA (des coupons à recevoir) + VA (remboursement de la valeur nominale à l'échéance)



Sous forme algébrique, on peut écrire le prix comme étant égal à une série de valeurs actuelles en utilisant l'équation suivante :

$$P_0 = \underbrace{\frac{C}{1+r_s} + \frac{C}{(1+r_s)^2} + \frac{C}{(1+r_s)^3} + \cdots + \frac{C}{(1+r_s)^n}}_{} + \underbrace{\frac{\text{VN}}{(1+r_s)^N}}_{}$$

$$P_0 = \qquad C\left[\frac{1-(1+r_s)^{-N}}{r_s}\right] \qquad + \frac{\text{VN}}{(1+r_s)^N}$$

ÉQUATION 4.2 ▸
$$P_0 = \qquad C\left[\frac{1-(1+r_s)^{-N}}{r_s}\right] \qquad + \text{VN}(1+r_s)^{-N}$$

Comme on peut le constater, l'équation 4.2 comprend cinq variables inconnues :

1. P_0 = prix de l'obligation ;
2. C = coupon à recevoir ;
3. r_s = rendement semestriel à l'échéance ;
4. N = nombre de coupons à recevoir jusqu'à l'échéance ;
5. VN = valeur nominale.

Pour calculer le prix, il faut donc connaître les quatre autres variables inconnues de l'équation. En bref, si on connaît quatre inconnues de cette équation, on peut toujours en calculer la cinquième. Par exemple, on peut calculer le rendement à l'échéance si on connaît le prix et les autres inconnues. Dans ce qui suit, nous nous concentrerons sur le calcul du prix avant de voir comment déterminer le rendement.

2. Par exemple, N semestres pour des obligations payant des coupons semestriels ou N années pour des obligations payant des coupons annuels.

L'évaluation des obligations à l'émission ou à une date de paiement des coupons Comme nous le verrons dans l'exemple 4.1, il est plus facile d'évaluer une obligation à la date d'émission ou à une date de paiement de coupons. L'acheteur reçoit le prochain coupon en entier, et on peut faire les calculs d'évaluation en utilisant des semestres en entier, et non des fractions de semestre.

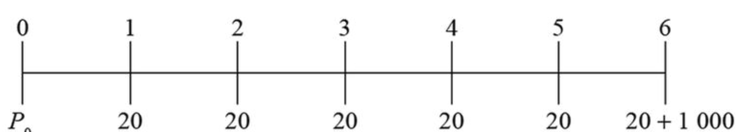
EXEMPLE 4.1

Supposons que l'entreprise FMG inc. vient d'émettre des obligations ayant une échéance de trois ans et offrant un taux de coupon de 4 %. Le taux de rendement exigé par les investisseurs sur des obligations comparables est actuellement de 5 %. Calculez le prix de mise en vente de ces obligations.

SOLUTION

Par défaut, on considère que les obligations ont une valeur nominale de 1 000 $ et que les coupons sont payables semestriellement. En conséquence, dans notre exemple, on nous demande de calculer le prix de l'obligation, P_0, sachant que :

VN = Valeur nominale = 1 000 $;
m = Fréquence ou nombre de capitalisations = 2 ;
c = Taux de coupon = 4 % ;
C = Coupons = $C = \dfrac{c \times \text{VN}}{2} = \dfrac{4\ \% \times 1\,000}{2} = 20\ \$$;
E = Échéance = 3 ans ;
N = Nombre de coupons à payer = $2 \times E = 6$;
r_s = Taux de rendement semestriel exigé par les obligataires = $\dfrac{r_a}{2} = \dfrac{5\ \%}{2} = 2{,}5\ \%$.



$20/(1{,}025)^1 = 19{,}51$
$20/(1{,}025)^2 = 19{,}04$
$20/(1{,}025)^3 = 18{,}57$
$20/(1{,}025)^4 = 18{,}12$
$20/(1{,}025)^5 = 17{,}68$
$20/(1{,}025)^6 = 17{,}25$
$1\,000/(1{,}025)^6 = 862{,}30$
972,46 $

Cette obligation serait donc mise en vente à 972,46 $.

En utilisant l'équation 4.2, nous obtenons :

$$P_0 = C\left[\frac{1-(1+r_s)^{-N}}{r_s}\right] + \text{VN}(1+r_s)^{-N}$$

SOLUTION (*suite*)

$$P_0 = 20\left[\frac{1-(1{,}025)^{-6}}{0{,}025}\right] + 1\,000(1{,}025)^{-6}$$

$$P_0 = 110{,}16 + 862{,}30 = 972{,}46\ \$$$

L'utilisation de la calculatrice financière, que ce soit le modèle Sharp EL-738C ou le modèle Texas Instruments BA II Plus[3], permet d'effectuer le calcul comme suit :

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus[4]	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Remettre la mémoire à zéro	2ndF CA	0.00	2ND CLR TVM	0.00
Entrer le montant des coupons	+/– 20 PMT	–20	20 +/– PMT	–20
Entrer la valeur nominale (valeur future)	+/– 1000 FV	−1000	1000 +/– FV	−1000
Entrer le nombre de périodes (nombre de coupons)	6 N	6	6 N	6
Entrer le taux de rendement	2.5 I/Y	2.5	2.5 I/Y	2.5
Calculer la valeur actuelle (prix)	COMP PV	972.46	CPT PV	972.46

Même si l'utilisation de la calculatrice financière est permise à l'examen, il est important de savoir comment faire les mêmes calculs dans un tableur de type Microsoft Excel. Dans le logiciel Excel, la fonction qui permet de faire ce calcul est VA.

Voici comment procéder :

=VA(Taux;Npm;Vpm;Vc;Type)

où

VA représente la valeur actuelle ;
Taux représente le taux de rendement périodique exigé par les investisseurs (taux de rendement périodique à l'échéance) ;
Npm représente le nombre de paiements ;
Vpm représente la valeur des paiements ;
Vc est la valeur future ;
Type est le type d'actualisation : 1 si début de période, ou 0 ou omis s'il s'agit d'un paiement de fin de période.

Dans ce cas, les paiements de coupons sont en fin de période, donc de type = 0. Par exemple, si vous achetez une obligation versant des coupons semestriels à l'émission ou à une date de coupons, vous recevrez vos premiers coupons seulement six mois plus tard.

3. Vous obtenez le même résultat avec les calculatrices financières Sharp EL-738C ou Texas Instruments BA II Plus.
4. Dans cet ouvrage, l'information contenue dans les tableaux de calculs effectués à l'aide des calculatrices financières Sharp EL-738C et Texas Instruments BA II Plus est présentée dans le format anglo-saxon afin de correspondre à celui des calculatrices. L'utilisation de ces deux modèles a été retenue en raison de leur usage répandu et de leur efficacité, mais l'emploi d'un autre modèle n'est pas un obstacle, car la plupart des calculatrices financières possèdent des touches identiques et des fonctions similaires.

SOLUTION ***(suite)***

Dans le cas du présent exemple, nous pouvons donc écrire dans Excel :

=VA(0,025;6;–20;–1000;0)

Résultat affiché : 972,46 $

Il est important de noter que, dans Excel, on utilise le taux en unité (= 0,025 dans notre exemple), alors qu’avec les calculatrices financières, on entre le taux en centaine (= 2,5).

Comme on peut le constater, cette obligation se vend donc à escompte, étant donné que son prix de 972,46 $ est inférieur à la valeur nominale de 1 000 $. On s’attendait intuitivement à ce résultat, puisque le taux de coupon de 4 % est inférieur au taux de rendement à l’échéance actuellement exigé par les investisseurs, qui est un taux d’intérêt nominal de 5 % par année. L’investisseur paie l’obligation à un prix moins élevé (972,46 $, ce qui représente un escompte de 27,54 $ par rapport à la valeur nominale de 1 000 $) et reçoit également des coupons moins élevés (20 $ par semestre, comparativement à 25 $ si le taux de coupon avait été identique au rendement à l’échéance, soit 2,5 % par semestre).

EXEMPLE 4.2

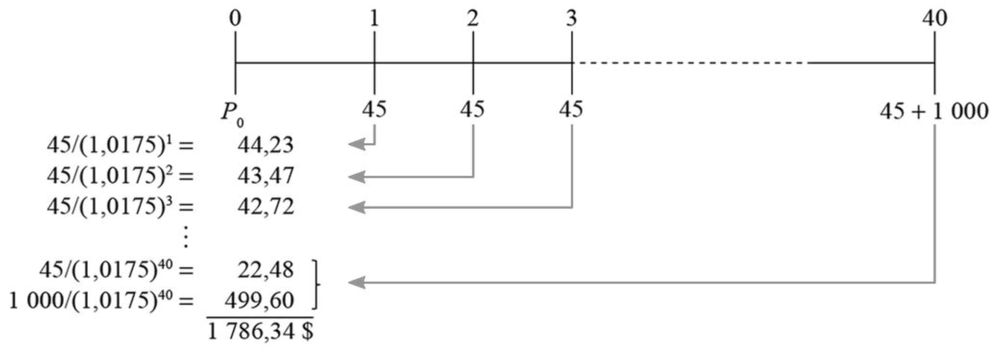
Il y a exactement 10 ans, l’entreprise Jacma inc. a émis des obligations pour une durée de 30 ans. La durée restante de ces obligations est donc maintenant de 20 ans. Le taux de coupon est de 9 %, mais le taux de rendement actuellement exigé par les investissements sur des obligations comparables n’est plus que de 3,5 %. Quel est le prix des obligations de Jacma ?

SOLUTION

Par défaut, on considère que les obligations ont une valeur nominale de 1 000 $ et que les coupons sont payables semestriellement. En conséquence, dans notre exemple, on nous demande de calculer le prix de l’obligation, P_0, sachant que :

VN = Valeur nominale = 1 000 $;
m = Fréquence ou nombre de capitalisations = 2 ;
c = Taux de coupon = 9 % ;
C = Coupons = $C = \dfrac{c \times \text{VN}}{2} = \dfrac{9\,\% \times 1\,000}{2} = 45\ \$$;
E = Échéance = 20 ans ;
N = Nombre de coupons à payer = $2 \times E = 40$;
r_s = Taux de rendement semestriel exigé par les obligataires $= \dfrac{r_a}{2} = \dfrac{3,5\,\%}{2} = 1,75\,\%$.

SOLUTION (*suite*)



Cette obligation vaut donc 1 786,34 $.

En utilisant l'équation 4.2 (*voir p. 128*), nous obtenons :

$$P_0 = C\left[\frac{1-(1+r_s)^{-N}}{r_s}\right] + \text{VN}(1+r_s)^{-N}$$

$$P_0 = 45\left[\frac{1-(1{,}0175)^{-40}}{0{,}0175}\right] + 1\,000(1{,}0175)^{-40}$$

$$P_0 = 1\,286{,}74 + 499{,}60 = 1\,786{,}34\ \$$$

L'utilisation de la calculatrice financière permet d'effectuer le calcul comme suit :

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Remettre la mémoire à zéro	$\boxed{\text{2ndF}}$ $\boxed{\text{CA}}$	0.00	$\boxed{\text{2ND}}$ $\boxed{\text{CLR}}$ $\boxed{\text{TVM}}$	0.00
Entrer le montant des coupons	$\boxed{+/-}$ 45 $\boxed{\text{PMT}}$	–45	45 $\boxed{+/-}$ $\boxed{\text{PMT}}$	–45
Entrer la valeur nominale (valeur future)	$\boxed{+/-}$ 1000 $\boxed{\text{FV}}$	–1000	1000 $\boxed{+/-}$ $\boxed{\text{FV}}$	–1000
Entrer le nombre de périodes (nombre de coupons)	40 $\boxed{\text{N}}$	40	40 $\boxed{\text{N}}$	40
Entrer le taux de rendement	1.75 $\boxed{\text{I/Y}}$	1.75	1.75 $\boxed{\text{I/Y}}$	1.75
Calculer la valeur actuelle (prix)	$\boxed{\text{COMP}}$ $\boxed{\text{PV}}$	1786.34	$\boxed{\text{CPT}}$ $\boxed{\text{PV}}$	1786.34

Dans le cas du présent exemple, nous pouvons donc écrire dans Excel :

=VA(Taux;Npm;Vpm;Vc;Type)

=VA(0,0175;40;–45;–1000;0)

Résultat affiché : 1 786,34 $

Cette obligation se vend donc à prime, puisque son prix de 1 786,34 $ est supérieur à la valeur nominale de 1 000 $. On constate aussi que le taux de rendement à l'échéance actuellement exigé par les investisseurs (3,5 %) est inférieur au taux de coupon (9 %). Le prix plus élevé

SOLUTION (*suite*)

que l'investisseur paie (786,34 $ de plus que la valeur nominale, pour un total de 1 786,34) est compensé par les coupons qu'il reçoit (45 $ par semestre, comparativement à 17,50 $ si le taux de coupon avait été identique au rendement à l'échéance, soit 1,75 % par semestre).

Comme cela a été mentionné précédemment, le prix des obligations est toujours fixé de sorte que les investisseurs soient indifférents entre une obligation déjà en circulation (dans l'exemple 4.2 ci-dessus, il s'agit de l'obligation Jacma avec un taux de coupon annuel de 9 % et une échéance de 20 ans) et une obligation nouvellement émise de même échéance au taux d'intérêt en vigueur, soit 3,5 % dans le cas de l'exemple 4.2.

Les exemples 4.1 (*voir p. 129*) et 4.2 (*voir p. 131*) présentent des obligations respectivement à escompte et à prime. Pour ce qui est des obligations au pair, le prix étant égal à la valeur nominale, le taux de rendement à l'échéance est égal au taux de coupon. L'exemple suivant illustre ce dernier cas.

QUESTION ÉCLAIR 4.1

Quel est le taux de rendement à l'échéance d'une obligation qui paie un taux de coupon de 5 % et dont la valeur nominale et le prix sont de 1 000 $?

EXEMPLE 4.3

On vous demande de calculer le prix des obligations de la Colombie-Britannique selon les informations suivantes : valeur nominale = 1 000 $; durée restante avant l'échéance = 35 ans ; taux de coupon = 4,6 % payable semestriellement ; taux de rendement actuellement exigé par les investisseurs sur des obligations comparables = 4,6 %.

SOLUTION

VN = Valeur nominale = 1 000 $;

m = Fréquence ou nombre de capitalisations = 2 ;

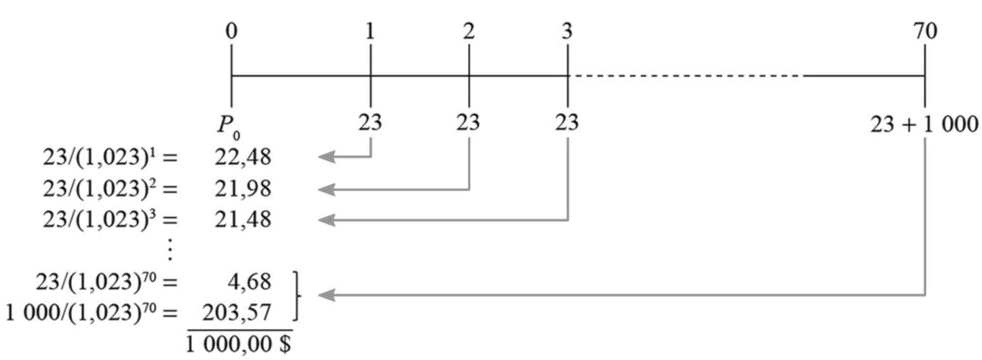
c = Taux de coupon = 4,6 % ;

C = Coupons = $C = \dfrac{c \times \text{VN}}{2} = \dfrac{4{,}6\ \% \times 1\,000}{2} = 23\ \$$;

E = Échéance = 35 ans ;

N = Nombre de coupons à payer = $2 \times E = 70$;

r_s = Taux de rendement semestriel exigé par les obligataires = $\dfrac{r_a}{2} = \dfrac{4{,}6\ \%}{2} = 2{,}3\ \%$.



Cette obligation vaut donc 1 000,00 $.

SOLUTION (*suite*)

En utilisant l'équation 4.2 (*voir p. 128*), nous obtenons :

$$P_0 = C\left[\frac{1-(1+r_s)^{-N}}{r_s}\right] + \text{VN}(1+r_s)^{-N}$$

$$P_0 = 23\left[\frac{1-(1{,}023)^{-70}}{0{,}023}\right] + 1\,000(1{,}023)^{-70}$$

$$P_0 = 796{,}43 + 203{,}57 = 1\,000\ \$$$

L'utilisation de la calculatrice financière permet d'effectuer le calcul comme suit :

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Remettre la mémoire à zéro	2ndF CA	0.00	2ND CLR TVM	0.00
Entrer le montant des coupons	+/– 23 PMT	–23	23 +/– PMT	–23
Entrer la valeur nominale (valeur future)	+/– 1000 FV	–1000	1000 +/– FV	–1000
Entrer le nombre de périodes (nombre de coupons)	70 N	70	70 N	70
Entrer le taux de rendement	2.3 I/Y	2.3	2.3 I/Y	2.3
Calculer la valeur actuelle (prix)	COMP PV	1000.00	CPT PV	1000.00

Dans le cas du présent exemple, nous pouvons écrire dans Excel :

=VA(Taux;Npm;Vpm;Vc;Type)

=VA(0,023;70;–23;–1000;0)

Résultat affiché : 1 000,00 $

Nous savons maintenant évaluer le prix d'une obligation à l'émission ou à une date de coupons. Les trois exemples précédents ont également permis d'illustrer la relation inverse entre le prix d'une obligation et son taux de rendement à l'échéance. Dans la sous-section suivante, nous verrons comment évaluer une obligation entre deux dates de paiement de coupons.

L'évaluation entre deux dates de paiement de coupons Dans le cas d'une évaluation à l'émission ou à une date de paiement de coupons, l'acheteur a droit au prochain coupon en entier. L'évaluation d'une obligation entre deux dates de paiement de coupons est un peu plus complexe, car chacune des deux parties à la transaction, le vendeur et l'acheteur, a droit à seulement une fraction du prochain coupon. Prenons l'exemple d'une obligation vendue à deux mois du paiement du prochain coupon. Vu autrement, le dernier paiement de coupons a eu lieu il y a quatre mois. Il paraît donc normal que le vendeur clame son droit sur les intérêts courus pendant les quatre mois de détention de l'obligation avant sa vente. Dans la réalité, l'acheteur recevra la totalité du prochain coupon. En effet, les coupons sont versés à ceux qui ont les obligations en main au moment du versement. Toutefois, au moment de l'achat, le vendeur s'assure de percevoir les intérêts courus (la fraction de coupon) sur l'obligation quand elle était en sa possession. Les trois étapes suivantes sont nécessaires pour calculer le prix affiché des obligations.

Étape 1 : Calculer le prix juste après le paiement du dernier coupon reçu par le vendeur.

Étape 2 : Capitaliser le montant obtenu à l'étape 1 jusqu'à la date d'évaluation. La valeur obtenue à cette étape est appelée « prix de règlement ». C'est le prix que l'acheteur va effectivement payer pour acquérir les obligations. En anglais, on parle de *dirty price*, car ce prix inclut les intérêts courus, donc on peut dire que la valeur est connue d'avance selon le nombre de jours écoulés depuis le dernier versement de coupon.

Étape 3 : Calculer les intérêts courus (IC) qu'il faut ensuite soustraire du prix de règlement pour obtenir le prix affiché dans le journal. En anglais, on parle de *clean price*, car ce prix exclut les intérêts courus qui ne présentent aucun élément d'incertitude.

EXEMPLE 4.4

Le 18 avril 2017, vous observez dans la presse financière les informations suivantes concernant les obligations de la société Zombie inc.

Nom de la société	Taux de coupon	Prix en pourcentage	Taux de rendement à l'échéance	Date d'échéance
Zombie	4,240 %	98,499	4,337 852 %	27 août 2042

On vous demande de montrer comment le prix des obligations de Zombie a été calculé.

SOLUTION

VN = Valeur nominale = 1 000 $;

m = Fréquence ou nombre de capitalisations = 2 ;

c = Taux de coupon = 4,24 % ;

C = Coupons = $C = \dfrac{c \times \text{VN}}{2} = \dfrac{4,24\ \% \times 1\,000}{2} = 21,20\ \$$;

E = Échéance = 25 ans et 131 jours ;

N = Nombre de coupons à payer = $2 \times E = 51$. L'acheteur reçoit la totalité du premier coupon, mais dans les faits, il n'y a droit qu'en partie ;

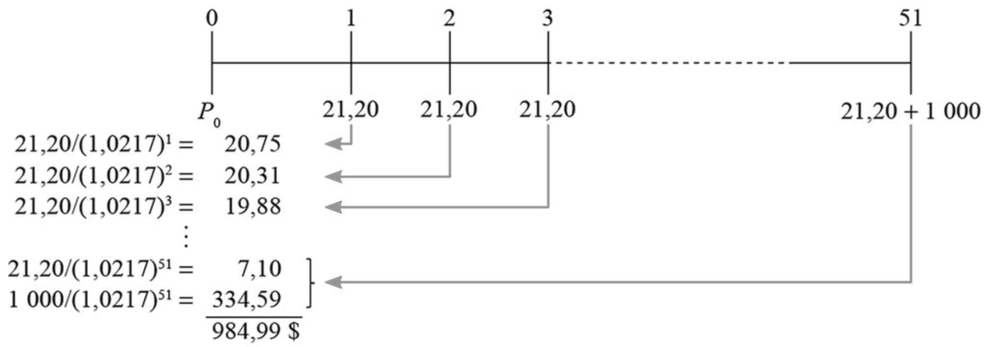
r_s = Taux de rendement semestriel = $\dfrac{r_a}{2} = \dfrac{4,337\,852\ \%}{2} = 2,168\,926\ \%$.

Nous faisons ici les calculs avec le plus de précision, mais deux chiffres après la virgule sont suffisants dans le cadre de ce cours.

Comme cela a été mentionné auparavant, on procède en trois étapes pour trouver le prix affiché des obligations.

Étape 1 : Calculer le prix juste après le paiement du dernier coupon reçu par le vendeur. Dans notre exemple, on calcule le prix au 27 février 2017, date de paiement du dernier coupon.

SOLUTION (*suite*)



En effet, en utilisant l'équation 4.2 (*voir p. 128*) ou une calculatrice financière, nous obtenons :

$$P_0 = 21{,}20\left[\frac{1-\left(1{,}0217\right)^{-51}}{0{,}0217}\right] + 1\,000\left(1{,}0217\right)^{-51} = 984{,}99\ \$$$

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Remettre la mémoire à zéro	$\boxed{\text{2ndF}}$ $\boxed{\text{CA}}$	0.00	$\boxed{\text{2ND}}$ $\boxed{\text{CLR}}$ $\boxed{\text{TVM}}$	0.00
Entrer le montant des coupons	$\boxed{+/-}$ 21.20 $\boxed{\text{PMT}}$	–21.20	21.20 $\boxed{+/-}$ $\boxed{\text{PMT}}$	–21.20
Entrer la valeur nominale (valeur future)	$\boxed{+/-}$ 1000 $\boxed{\text{FV}}$	–1000	1000 $\boxed{+/-}$ $\boxed{\text{FV}}$	–1000
Entrer le nombre de périodes (nombre de coupons)	51 $\boxed{\text{N}}$	51	51 $\boxed{\text{N}}$	51
Entrer le taux de rendement	2.168926	I/Y	2.168926	I/Y
Calculer la valeur actuelle (prix)	$\boxed{\text{COMP}}$ $\boxed{\text{PV}}$	984.99	$\boxed{\text{CPT}}$ $\boxed{\text{PV}}$	984.99

Dans le cas du présent exemple, nous pouvons écrire dans Excel :

=VA(Taux;Npm;Vpm;Vc;Type)

=VA(0,02168926;51;–21,20;–1000;0)

Résultat affiché : 984,99 $

Cette obligation aurait donc une valeur de 984,99 $ au 27 février 2017 si le taux de rendement à l'échéance à cette date avait été de 4,337 852 %. Toutefois, la question était d'évaluer l'obligation au 18 avril 2017.

Étape 2 : Capitaliser le montant obtenu à l'étape 1 jusqu'à la date d'évaluation. En d'autres mots, il faut capitaliser le montant obtenu pour le nombre de jours écoulés depuis le paiement du dernier coupon jusqu'à la date d'évaluation.

SOLUTION (*suite*)

Dans notre exemple, il faut capitaliser au taux annuel de 4,337 852 % le montant de 984,99 $ jusqu’au 18 avril 2017.

- Dans un premier temps, il faut compter le nombre de jours entre le 27 février et le 18 avril.

  Février = 2 jours
  Mars = 31 jours
  Avril = 17 jours
  Total = 50 jours = Nombre de jours écoulés (nj)

  Par convention, au Canada, on inclut le premier jour, mais on exclut le dernier jour. De plus, on considère que l’année comporte 365 jours, et donc que le semestre comporte 182,5 jours.

- Capitalisation :

$$V_{\text{au 18 avril 2017}} = P_0\,(1 + r_s)^{(nj/182{,}5)}$$
$$= 984{,}99\ \$\ (1{,}021\ 689\ 26)^{(50/182{,}5)}$$
$$V_{\text{au 18 avril 2017}} = 990{,}801\ 393\ \$$$

  Ce montant représente le prix de règlement, constitue le prix que l’acheteur va effectivement payer et inclut les intérêts courus depuis le dernier paiement de coupon. Dans notre exemple, l’acheteur va donc payer 990,80 $.

Notons que l’intérêt couru est fonction du taux de coupon qui est préalablement fixé dans le contrat d’obligations. Il ne varie pas en fonction de l’évolution des taux d’intérêt sur le marché, mais mécaniquement en fonction du nombre de jours écoulés depuis le paiement du dernier coupon. Comme l’intérêt couru ne présente aucun élément d’incertitude hormis une éventuelle faillite de l’émetteur, il n’est pas inclus dans le prix affiché.

Étape 3 : Calculer les intérêts courus (IC) que l’on soustrait du prix de règlement pour obtenir le prix affiché dans le journal.

- Calcul des intérêts courus (IC) :

$$\text{IC} = \text{Coupons semestriels} \times \text{nj} / 182{,}5$$
$$\text{IC} = 21{,}20 \times 50 / 182{,}5 = 5{,}808\ 219\ \$$$

- Calcul du prix affiché dans le journal :

$$\text{Prix}_{\text{journal}} = V_{\text{au 18 avril 2017}} - \text{IC}$$
$$= 990{,}801\ 393\ \$ - 5{,}808\ 219\ \$$$
$$\text{Prix}_{\text{journal}} = 984{,}993\ 174\ \$$$

On trouve donc le prix affiché dans le journal au 18 avril 2017 pour les obligations de Zombie, avec un taux de coupon de 4,240 % échéant le 27 août 2042. Ce prix est de 984,99 $, ou 98,499 en pourcentage.

Voyons maintenant comment déterminer le taux de rendement à l’échéance.

4.1.3 La détermination du taux de rendement à l'échéance

Comme vous avez pu le constater dans le tableau 4.2 (*voir p. 126*) relatif à la cotation des obligations, les journaux financiers ou les sites d'informations financières sur les obligations publient des informations non seulement sur le prix des obligations, la date d'échéance et le taux de coupon, mais également sur le taux de rendement à l'échéance (r_a). Contrairement au taux de coupon, qui est fixe, le taux de rendement à l'échéance varie au jour le jour selon les conditions actuelles du marché.

En tant qu'entreprise, ce taux nous révèle le rendement que nous devrions offrir aux investisseurs si nous voulons émettre aujourd'hui de nouvelles obligations. Comme investisseur, ce taux nous indique le taux de rendement que nous pouvons gagner en achetant ces obligations si les deux conditions ci-dessous sont respectées :

1. L'obligation est détenue jusqu'à l'échéance ;
2. Les coupons sont réinvestis et rapportent un rendement équivalent au taux de rendement à l'échéance.

L'équation 4.2 (*voir p. 128*), qui détermine le prix des obligations, permet également de calculer le taux de rendement à l'échéance.

$$P_0 = C\left[\frac{1-(1+r_s)^{-N}}{r_s}\right] + \text{VN}(1+r_s)^{-N}$$

Il nous suffit donc de trouver r_s dans cette équation sachant que le taux de rendement nominal annuel à l'échéance se calcule comme suit : $r_a = r_s \times 2$. Comme cela a été mentionné précédemment, l'équation 4.2 (*voir p. 128*) comporte cinq variables inconnues. Pour calculer une de ces cinq variables, il faut forcément connaître les quatre autres. Malheureusement, dans le cas présent, même en connaissant les quatre autres variables, il n'est pas facile d'extraire directement r_s autrement que par la calculatrice financière ou à l'aide du logiciel Excel. La façon de calculer r_s est d'y aller par des itérations successives (en essayant plusieurs taux), comme le fait la calculatrice, ce qui peut s'avérer fastidieux. Voici un exemple.

EXEMPLE 4.5

Quel est le taux de rendement à l'échéance des obligations de l'entreprise Marin International (MI) inc. ayant les caractéristiques suivantes : valeur nominale = 1 000 $; durée restante avant l'échéance = 22 ans ; taux de coupon = 3 % payable semestriellement ; prix de cette obligation = 980 $?

SOLUTION

VN = Valeur nominale = 1 000 $;
m = Fréquence ou nombre de capitalisations = 2 ;
c = Taux de coupon = 3 % ;
C = Coupons = $C = \dfrac{c \times \text{VN}}{2} = \dfrac{3\,\% \times 1\,000}{2} = 15\,\$$;
E = Échéance = 22 ans ;
N = Nombre de coupons à payer = $2 \times E = 44$;
P_0 = 980 $.

SOLUTION (*suite*)

On peut obtenir r_s en essayant plusieurs taux pour voir celui qui nous permet d'obtenir un prix de 980 $. Toutefois, il est bien plus facile d'utiliser une calculatrice financière. Pour cela, on procède comme suit :

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Remettre la mémoire à zéro	[2ndF] [CA]	0.00	[2ND] [CLR] [TVM]	0.00
Entrer le montant des coupons	[+/–] 15 [PMT]	–15	15 [+/–] [PMT]	–15
Entrer la valeur nominale (valeur future)	[+/–] 1000 [FV]	–1000	1000 [+/–] [FV]	–1000
Entrer le nombre de périodes (nombre de coupons)	44 [N]	44	44 [N]	44
Entrer le prix	980 [PV]	980	980 [PV]	980
Calculer le taux de rendement semestriel à l'échéance	[COMP] [I/Y]	1.563	[CPT] [I/Y]	1.563

Le taux de rendement semestriel à l'échéance est donc de 1,563 % (r_s = 1,563 %), ce qui correspond à un taux nominal annuel de rendement à l'échéance de 3,126 % (= 1,563 × 2).

Ce résultat peut également être obtenu avec la fonction TAUX du logiciel Excel.

= TAUX(Npm;Vpm;Va;[Vc];Type)

= TAUX(44;–15;980;–1000)

Résultat affiché : 1,563 %

où

Npm représente le nombre de coupons à recevoir ;
Vpm représente la valeur des coupons ;
Va représente le prix ou la valeur actuelle ;
Vc représente la valeur nominale ;
Type représente le type : 0 ou omis si les coupons sont reçus en fin de période ; 1 pour les paiements de début de période.

On peut aussi calculer le taux de rendement effectif annuel à partir du taux de rendement semestriel.

$$k_{OB} = (1 + r_s)^2 - 1 = (1{,}015\ 63)^2 - 1 = 3{,}15\ \%$$

Comme les coupons sont payés semestriellement, le taux de rendement effectif représente le coût réel des obligations pour l'émetteur.

Que ce soit avec la calculatrice financière ou le logiciel Excel, on peut calculer chacune des cinq variables si l'on connaît la valeur des quatre autres.

EXEMPLE 4.6

Il y a 10 ans, l'entreprise Fabi inc. a émis pour 20 millions de dollars d'obligations ayant une valeur nominale de 1 000 $ et se négociant actuellement sur les marchés à 1 100,789 $ chacune pour un rendement à l'échéance de 6 %. On vous demande de déterminer la durée à l'échéance de ces obligations sachant qu'elles offrent des coupons de 5 %.

SOLUTION

VN = Valeur nominale = 1 000 $;
m = Fréquence ou nombre de capitalisations = 2 ;
c = Taux de coupon = 5 % ;
C = Coupons = $C = \frac{c \times \text{VN}}{2} = \frac{5\ \% \times 1\,000}{2} = 25$ $;
r_s = Taux de rendement semestriel = $\frac{r_a}{2} = \frac{6\ \%}{2} = 3\ \%$;
E = Échéance = ? ;
N = Nombre de coupons à payer = $2 \times E$ = ? ;
P_0 = 1 100,789 $.

Encore une fois, on ne peut calculer directement N par une transformation de l'équation 4.2 (*voir p. 128*). On peut obtenir N par essais et erreurs jusqu'à ce que l'on arrive à une valeur correspondant au prix de 1 100,789 $. La calculatrice financière rend la tâche plus facile.

Instruction	Sharp EL-738C		Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	Affichage	Touche	Affichage
Remettre la mémoire à zéro	2ndF CA	0.00	2ND CLR TVM	0.00
Entrer le montant des coupons	+/– 25 PMT	–25	25 +/– PMT	–25
Entrer la valeur nominale (valeur future)	+/– 1000 FV	–1000	1000 +/– FV	–1000
Entrer le prix	1100.789 PV	1100.789	1100.789 PV	1100.789
Entrer le taux de rendement semestriel à l'échéance	3 I/Y	3	3 I/Y	3
Calculer le nombre de périodes	COMP N	16.00	CPT N	16.00

L'échéance des obligations Fabi est donc dans 16 semestres, c'est-à-dire dans 8 ans (= 16/2).

Ce résultat peut également être obtenu avec Excel avec la fonction NPM.

= NPM(Taux;Vpm;Va;[Vc];Type)

= NPM(0,03;–25;1100,789;–1000)

Résultat affiché : 16

où

Npm représente le nombre de coupons à recevoir ;
Vpm représente la valeur des coupons ;
Va représente le prix ou la valeur actuelle ;

SOLUTION (*suite*)

Vc représente la valeur nominale;
Type représente le type: 0 ou omis si les coupons sont reçus en fin de période; 1 pour les paiements de début de période.

Le taux de rendement à l'échéance représente le rendement que l'on réalisera si on détient l'obligation jusqu'à l'échéance et que l'on réinvestit les coupons reçus entre-temps à un taux égal au taux de rendement à l'échéance. Le taux de rendement effectif, k_{OB}, représente le coût effectif des obligations pour l'émetteur. La question est maintenant de savoir quel est le rendement réalisé par l'investisseur s'il garde ou s'il revend ses obligations avant l'échéance, s'il réinvestit ses coupons à un taux différent du taux de rendement à l'échéance ou s'il ne les réinvestit pas du tout. Ces différentes considérations feront l'objet de la prochaine sous-section.

4.1.4 L'évaluation du rendement du point de vue de l'investisseur

Dans la plupart des cas, les investisseurs revendent les obligations qu'ils détiennent avant l'échéance. Il s'agit maintenant de savoir comment calculer le rendement réalisé. Pour ce faire, il est important de comprendre les éléments de risque que comporte l'achat d'une obligation.

Les différents types de risques des obligations

L'achat de titres obligataires comporte trois principaux types de risques: 1) le risque de défaut; 2) le risque de prix; 3) le risque de réinvestissement.

Le risque de défaut Le **risque de défaut**, ou **risque de faillite**, est le risque que l'émetteur des obligations ne puisse pas, comme promis, honorer ses engagements envers les détenteurs en ce qui concerne le paiement des coupons ou encore le remboursement de la valeur nominale à l'échéance. Les taux d'intérêt qu'offrent les obligations sont d'ailleurs, en partie, déterminés en fonction du risque de défaut. En effet, pour des obligations ayant des caractéristiques identiques (par exemple, la même échéance), les émetteurs ayant une moins bonne cote de crédit devront offrir un rendement plus élevé afin de pouvoir attirer les investisseurs.

Par exemple, le 9 juin 2017, on pouvait voir, dans la presse financière, que le rendement à l'échéance des obligations du gouvernement du Québec échéant le 1er juin 2025 était de 2,132 %. Le même jour, les obligations du gouvernement du Canada échéant le 1er juin 2025 étaient affichées avec un rendement à l'échéance de 1,226 %. Cette différence de rendement de 0,906 % (= 2,132 % − 1,226 %) est considérée comme une prime pour risque de défaut et s'explique par le fait que les investisseurs estiment que le risque de défaut du gouvernement du Québec est plus élevé que le risque de défaut du gouvernement du Canada.

Le risque de prix Le **risque de prix** est l'un des principaux types de risques qui guettent le détenteur d'une obligation qui désire vendre son titre avant l'échéance. Bien entendu, si on détient une obligation jusqu'à son échéance, on perçoit de façon certaine la valeur nominale de l'obligation telle qu'inscrite dans le contrat. Dans la plupart des exemples de cet ouvrage, cette valeur est de 1 000 $, ce qui veut dire que si l'on détient l'obligation jusqu'à l'échéance, outre les coupons déjà encaissés, on percevra 1 000 $ en remboursement du capital. Par contre, si on désire vendre les obligations que l'on détient déjà avant l'échéance, on percevra le prix du marché, qui peut être supérieur ou inférieur à 1 000 $ selon la fluctuation des taux d'intérêt.

Comme expliqué précédemment, les taux d'intérêt fluctuent dans le temps, et une hausse des taux entraîne une baisse du prix des obligations. Le risque de prix correspond donc au risque de baisse du prix des obligations, comme c'est le cas à la suite d'une hausse des taux d'intérêt.

EXEMPLE 4.7

Supposons deux obligations A et B qui viennent d'être émises sur le marché pour une durée de vie de 3 ans et de 15 ans, respectivement. Les obligations A et B ont le même taux de coupon de 4 %, un taux de rendement à l'échéance identique de 4 % et une valeur nominale de 1 000 $. À l'émission, ces obligations sont vendues au pair, puisque le taux de coupon est égal au taux de rendement à l'échéance. Quel serait maintenant le prix de ces obligations si, juste après l'émission, le taux de rendement augmentait à 6 % ?

SOLUTION

Obligation A	Obligation B
VN = Valeur nominale = 1 000 \$ m = 2 c = 4 % $C = \frac{c \times \text{VN}}{2} = \frac{4\ \% \times 1\ 000}{2} = 20$ \$ E = Échéance = 3 ans $N = 2 \times E = 6$ r_s = Taux de rendement semestriel exigé par les obligataires $= \frac{r_a}{2} = \frac{6\ \%}{2} = 3\ \%$	VN = Valeur nominale = 1 000 \$ m = 2 c = 4 % $C = \frac{c \times \text{VN}}{2} = \frac{4\ \% \times 1\ 000}{2} = 20$ \$ E = Échéance = 15 ans $N = 2 \times E = 30$ r_s = Taux de rendement semestriel exigé par les obligataires $= \frac{r_a}{2} = \frac{6\ \%}{2} = 3\ \%$

Avec l'équation 4.2 (*voir p. 128*), nous obtenons :

Pour l'obligation A :

$$P_{0A} = 20\left[\frac{1-(1{,}03)^{-6}}{0{,}03}\right] + 1\ 000(1{,}03)^{-6}$$

$$= 945{,}83\ \$$$

L'obligation A aura donc perdu 54,17 \$ (= 1 000 \$ – 945,83 \$).

Pour l'obligation B :

$$P_{0B} = 20\left[\frac{1-(1{,}03)^{-30}}{0{,}03}\right] + 1\ 000(1{,}03)^{-30}$$

$$= 804{,}00\ \$$$

L'obligation B aura donc perdu 196 \$ (= 1 000 \$ – 804 \$).

Bien entendu, les mêmes résultats sont obtenus avec une calculatrice financière.

Dans l'exemple 4.7, on constate ainsi que la hausse des taux d'intérêt (taux de rendement) entraîne une baisse du prix des deux obligations. Par contre, cette baisse est plus prononcée pour l’obligation B, dont l’échéance est dans 30 ans, que pour l’obligation A, qui a une échéance de 6 ans. On peut donc conclure que le risque de prix est d’autant plus élevé lorsque l’échéance de l’obligation est longue.

Le risque de réinvestissement L’une des conditions pour qu’un détenteur d’obligations puisse réaliser le taux de rendement à l’échéance est de pouvoir réinvestir les coupons reçus à un taux correspondant au taux de rendement à l’échéance. Les taux d’intérêt changeant continuellement, le **risque de réinvestissement** correspond donc au risque que les taux d’intérêt baissent et que l’investisseur ne puisse réinvestir les coupons perçus au taux de rendement à l’échéance qui avait cours au moment de l’acquisition des obligations. Dans la sous-section suivante, nous montrerons comment calculer le **taux de rendement réalisé**, ce qui vous permettra de comprendre de façon concrète le risque de réinvestissement.

Le calcul du taux de rendement réalisé

Dans cette sous-section, nous verrons comment calculer le taux de rendement réalisé du point de vue de l’investisseur, et ce, selon que le taux de réinvestissement des coupons demeure identique ou non au taux de rendement à l’échéance et selon que l’obligation est détenue ou non jusqu’à l’échéance.

Le taux de réinvestissement des coupons identique au taux de rendement à l’échéance

Dans le but d’illustrer de nouveau le concept du taux de rendement à l’échéance, nous commençons par l’exemple 4.8 dans lequel l’investisseur, dans un premier cas, détient les obligations jusqu’à l’échéance et réinvestit les coupons au taux de rendement à l’échéance. Dans un deuxième cas, il revend les obligations avant l’échéance alors que les taux n’ont pas changé, de sorte qu’il réinvestit ses coupons au taux de rendement à l’échéance. Dans ces deux cas, le taux de rendement réalisé devrait être égal au taux de rendement à l’échéance.

EXEMPLE 4.8

Prenons l’exemple de la vente d’une obligation détenue jusqu’à l’échéance pour laquelle l’investisseur a pu réinvestir les coupons au taux de rendement à l’échéance. Les informations recueillies concernant cette transaction de vente figurent ci-dessous.

L’obligation a été achetée le 30 juin 2017 au prix de 972,914 $, sachant que la valeur nominale est de 1 000 $, que le taux de coupon est de 5 % payable semestriellement et que le taux de rendement à l’échéance est de 6 %. Quel est le rendement réalisé par notre investisseur s’il a réinvesti tous les coupons perçus au taux de rendement à l’échéance, soit un taux semestriel de 3 % ? On suppose que :

Hypothèse 1 : L’obligation est détenue jusqu’à son échéance, qui est le 30 juin 2020.

Hypothèse 2 : L’obligation est revendue le 30 juin 2019. Les taux n’ayant pas changé, le prix de revente est 990,443 $ (prix correspondant à celui d’une obligation dont l’échéance est de un an avec un taux de rendement semestriel à l’échéance inchangé de 3 %).

SOLUTION

VN = Valeur nominale = 1 000 $;
m = Fréquence ou nombre de capitalisations = 2 ;
c = Taux de coupon = 5 % ;

SOLUTION (*suite*)

$C =$ Coupons $= C = \dfrac{c \times \text{VN}}{2} = \dfrac{5\ \% \times 1\,000}{2} = 25\ \$;$

$r_s =$ Taux de rendement semestriel $= \dfrac{r_a}{2} = \dfrac{6\ \%}{2} = 3\ \%;$

$E =$ Échéance $= 3$ ans ;

$N =$ Nombre de coupons à payer $= 2 \times E = 6$;

$P_0 = 972{,}914\ \$;$

$P_2 = 990{,}443\ \$.$

Ce problème peut être résolu en trois étapes, et ce, aussi bien pour l'hypothèse 1 que pour l'hypothèse 2.

Hypothèse 1 : L'obligation est détenue jusqu'à son échéance, qui est le 30 juin 2020.

Étape 1 : Calculer la valeur accumulée ou la valeur future des coupons.

Notre investisseur a perçu six coupons semestriels de 25 \$. En utilisant l'équation 2.9 (*voir p. 30*), la valeur future (au 30 juin 2020) des six coupons réinvestis à un taux de 6 % serait de :

$$\text{VF} = C\left[\frac{(1+r_s)^N - 1}{r}\right]$$

$$= 25\left[\frac{(1{,}03)^6 - 1}{0{,}03}\right]$$

$$= 161{,}71\ \$$$

Vous obtenez le même résultat avec votre calculatrice financière :

(PV = 0 ; PMT = –25 ; N = 6 ; I/Y = 3 ; COMP FV).

Étape 2 : Calculer la valeur future totale $(\text{ST}_{\text{future}})$.

Non seulement notre investisseur aura accumulé les coupons, mais il recevra également la valeur nominale.

$\text{ST}_{\text{future}}$ = Valeur future des coupons + Valeur nominale (ou prix de revente)

$\text{ST}_{\text{future}} = 161{,}71 + 1\ 000 = 1\ 161{,}71\ \$$

Au total, notre investisseur aura dépensé un montant de 972,914 \$ qui lui aura permis de cumuler au bout de six semestres une somme totale $(\text{ST}_{\text{future}})$ de 1 161,71 \$.

Étape 3 : Calculer le taux de rendement réalisé : semestriel et annuel $(r_{s\_r}$ et $r_{a\_r})$.

$\text{ST}_{\text{future}}$ (1 161,71 \$) représente la valeur future d'une somme de P_0 (972,914 \$) capitalisée à un taux semestriel de r_{s_r}. Nous pouvons utiliser l'équation 2.8 (*voir p. 29*) pour calculer r_{s_r}.

$$P_0\left(1 + r_{s\_r}\right)^N = \text{ST}_{\text{future}}$$

$$972{,}914\left(1 + r_{s\_r}\right)^6 = 1\,161{,}71$$

SOLUTION (*suite*)

$$\left(1+r_{s\_r}\right)^6 = \frac{1\,161,71}{972,914}$$
$$\left(1+r_{s\_r}\right)^6 = 1,194$$
$$\left(1+r_{s\_r}\right) = (1,194)^{1/6}$$
$$r_{s\_r} = (1,194)^{1/6} - 1$$
$$r_{s\_r} = 3\ \%$$

Ce taux peut également être obtenu avec la calculatrice financière en procédant avec les valeurs suivantes : N = 6 ; PMT = 0 ; PV = –972.914 ; FV = 1161.71 ; COMP I/Y. On obtient donc 3 % comme taux semestriel réalisé, ce qui correspond à un taux nominal annuel de 6 % (= 3 % × 2).

On constate que quand les obligations sont conservées jusqu'à l'échéance et que les coupons sont réinvestis au taux de rendement à l'échéance, le taux de rendement réalisé par l'investisseur est exactement égal au taux de rendement à l'échéance $\left(r_{s\_r} = r_s \text{ et } r_{a\_r} = r_a\right)$.

Avec un taux semestriel de 3 %, nous obtenons un taux effectif annuel de 6,09 %. En effet, $r_{a\_r\_e} = \left(1 + r_{s\_r}\right)^2 - 1 = (1,03)^2 - 1 = 6,09\ \%$.

Hypothèse 2 : L'obligation est revendue le 30 juin 2019. Les taux n'ayant pas changé, le prix de revente est 990,443 $.

Étape 1 : Calculer la valeur accumulée ou la valeur future des coupons.

À partir de la date d'achat (30 juin 2017) jusqu'à la date de revente, soit deux ans plus tard (30 juin 2019), notre investisseur aura perçu quatre coupons semestriels de 25 $. En utilisant l'équation 2.9 (*voir p. 30*), la valeur future (au 30 juin 2019) des quatre coupons réinvestis à un taux de 3 % semestriel sera de :

$$\text{VF} = C\left[\frac{(1+r_s)^N - 1}{r}\right]$$
$$= 25\left[\frac{(1,03)^4 - 1}{0,03}\right]$$
$$= 104,591\ \$$$

Vous obtenez le même résultat avec votre calculatrice financière :

(PV = 0 ; PMT = –25 ; N = 4 ; I/Y = 3 ; COMP FV).

Étape 2 : Calculer la valeur future totale $\left(\text{ST}_{\text{future}}\right)$.

Non seulement notre investisseur aura accumulé les coupons, mais il recevra également le produit de la revente de l'obligation.

$\text{ST}_{\text{future}}$ = Valeur future des coupons + Prix de revente

$\text{ST}_{\text{future}}$ = 104,591 + 990,433 = 1 095,023 $

Au total, notre investisseur aura dépensé un montant de 972,914 $ qui lui aura permis de cumuler au bout de quatre semestres une somme totale $\left(\text{ST}_{\text{future}}\right)$ de 1 095,023 $.

SOLUTION (*suite*)

Étape 3 : Calculer le taux de rendement réalisé : semestriel et annuel $(r_{s\_r}$ et $r_{a\_r})$.

ST_{future} (1 095,023 \$) représente la valeur future d'une somme de P_0 (972,914 \$) capitalisée à un taux semestriel de r_{s_r}. Nous pouvons utiliser l'équation 2.8 (*voir p. 29*) pour calculer r_{s_r}.

$$
\begin{aligned}
P_0\left(1+r_{s\_r}\right)^N &= ST_{future}\\
972{,}914\left(1+r_{s\_r}\right)^4 &= 1\,095{,}023\\
\left(1+r_{s\_r}\right)^4 &= \frac{1\,095{,}023}{972{,}914}\\
\left(1+r_{s\_r}\right)^4 &= 1{,}126\\
\left(1+r_{s\_r}\right) &= (1{,}126)^{1/4}\\
r_{s\_r} &= (1{,}126)^{1/4} - 1\\
r_{s\_r} &= 3\ \%
\end{aligned}
$$

Ce taux peut également être obtenu avec la calculatrice financière en considérant les valeurs suivantes : N = 4 ; PMT = 0 ; PV = −972.914 ; FV = 1095.023 ; COMP I/Y. On obtient donc 3 % comme taux semestriel réalisé, ce qui correspond à un taux nominal annuel de 6 % (= 3 % × 2). Dans cet exemple, avec un taux semestriel de 3 %, nous obtenons le même taux effectif annuel de 6,09 % $= r_{a\_r\_e} = \left(1+r_{s\_r}\right)^2 - 1 = (1{,}03)^2 - 1 = 6{,}09\ \%$.

On constate, avec l'exemple 4.8, que lorsque les taux ne changent pas de sorte que les coupons sont réinvestis au taux de rendement à l'échéance, le taux de rendement réalisé par l'investisseur est exactement égal au taux promis au moment de l'achat des obligations, c'est-à-dire le taux de rendement à l'échéance $(r_{s\_r} = r_s$ et $r_{a\_r} = r_a)$.

Toutefois, les taux changent continuellement. Il est donc extrêmement rare que les investisseurs aient l'occasion de réinvestir les coupons au taux de rendement à l'échéance. Par ailleurs, certains investisseurs achètent les obligations pour s'assurer une rentrée constante de fonds à des fins de consommation. Ils ne réinvestissent donc pas les coupons perçus.

Le taux de réinvestissement des coupons différent du taux de rendement à l'échéance

L'exemple 4.9 permet d'illustrer différents cas dans lesquels le taux de réinvestissement des coupons n'est pas le même que le taux de rendement à l'échéance. On constatera ainsi que quand les obligations sont détenues jusqu'à l'échéance et si les coupons sont réinvestis à un taux inférieur au taux de rendement à l'échéance au moment de l'achat, le rendement réalisé sera toujours inférieur au taux de rendement à l'échéance, d'où le risque de réinvestissement abordé auparavant. Le risque a aussi un côté positif. Ainsi, dans le cas d'une hausse des taux, le rendement réalisé sera supérieur au taux de rendement à l'échéance.

Par contre, quand les obligations sont revendues avant l'échéance, le risque de réinvestissement est contrebalancé par le risque de prix. En effet, quand les taux baissent, les coupons réinvestis rapportent moins, mais on peut revendre les obligations à un prix plus élevé. Une baisse des taux entraîne une hausse du prix des obligations.

EXEMPLE 4.9

L'obligation a été achetée le 30 juin 2014 au prix de 804 $, le taux de coupon est de 4 % et le taux de rendement à l'échéance est de 6 %. La date d'échéance de l'obligation est le 30 juin 2029. À la date d'achat, l'obligation avait donc une échéance de 15 ans. Quel est le rendement réalisé par notre investisseur dans les trois hypothèses suivantes ?

Hypothèse 1 : L'obligation est détenue jusqu'à l'échéance, et les coupons ont été réinvestis à un taux nominal de 5 % à capitalisation semestrielle.

Hypothèse 2 : L'obligation est détenue jusqu'à l'échéance, et les coupons n'ont pas été réinvestis.

Hypothèse 3 : L'obligation est revendue trois ans plus tard, c'est-à-dire le 30 juin 2017, pour une valeur de 910,58 $, et les coupons ont été réinvestis à un taux nominal de 5 % à capitalisation semestrielle.

SOLUTION

VN = Valeur nominale = 1 000 $;
m = Fréquence ou nombre de capitalisations = 2 ;
c = Taux de coupon = 4 % ;
C = Coupons = $C = \dfrac{c \times \text{VN}}{2} = \dfrac{4\,\% \times 1\,000}{2} = 20$ $;
r_s = Taux de rendement semestriel au moment de l'achat = $\dfrac{r_a}{2} = \dfrac{6\,\%}{2} = 3\,\%$;
E = Échéance = 15 ans ;
N = Nombre de coupons à payer = $2 \times E = 30$;
P_0 = 804,00 $;
P_3 = 910,58 $.

Comme auparavant, on procède en trois étapes pour calculer le rendement réalisé, et ce, pour chacune des trois hypothèses.

Hypothèse 1 : L'obligation est détenue jusqu'à son échéance, qui est le 30 juin 2029, et les coupons ont été réinvestis à un taux nominal de 5 % à capitalisation semestrielle.

Étape 1 : Calculer la valeur accumulée ou la valeur future des coupons.

Notre investisseur a perçu 30 coupons semestriels de 20 $. En utilisant l'équation 2.9 (*voir p. 30*), la valeur future (au 30 juin 2029) des 30 coupons réinvestis à un taux de 5 % à capitalisation semestrielle serait de :

$$\text{VF} = C\left[\frac{(1+r_s)^N - 1}{r}\right]$$

$$= 20\left[\frac{(1{,}025)^{30} - 1}{0{,}025}\right]$$

$$= 878{,}054\ \$$$

SOLUTION (*suite*)

Vous obtenez le même résultat avec votre calculatrice financière :

(PV = 0 ; PMT = –20 ; N = 30 ; I/Y = 2.5 ; COMP FV).

Étape 2 : Calculer la valeur future totale $\left(\mathrm{ST}_{\text{future}}\right)$.

Non seulement notre investisseur aura accumulé les coupons, mais il recevra également la valeur nominale.

$\mathrm{ST}_{\text{future}}$ = Valeur future des coupons + Valeur nominale (ou prix de revente)

$\mathrm{ST}_{\text{future}} = 878{,}054 + 1\ 000 = 1\ 878{,}054$ $

Au total, notre investisseur aura dépensé un montant de 804 $ qui lui aura permis de cumuler au bout de 30 semestres une somme totale $\left(\mathrm{ST}_{\text{future}}\right)$ de 1 878,054 $.

Étape 3 : Calculer le taux de rendement réalisé : semestriel et annuel $\left(r_{\text{s\_r}} \text{ et } r_{\text{a\_r}}\right)$.

$\mathrm{ST}_{\text{future}}$ (1 878,054 $) représente la valeur future d'une somme de P_0 (804 $) capitalisée à un taux semestriel de $r_{\text{s\_r}}$. Nous pouvons utiliser l'équation 2.8 (*voir p. 29*) pour calculer $r_{\text{s\_r}}$.

$$
\begin{aligned}
P_0\left(1+r_{\text{s\_r}}\right)^N &= \mathrm{ST}_{\text{future}}\\
804\left(1+r_{\text{s\_r}}\right)^{30} &= 1\,878{,}054\\
\left(1+r_{\text{s\_r}}\right)^{30} &= \frac{1\,878{,}054}{804}\\
\left(1+r_{\text{s\_r}}\right)^{30} &= 2{,}336\\
\left(1+r_{\text{s\_r}}\right) &= (2{,}336)^{1/30}\\
r_{\text{s\_r}} &= (2{,}336)^{1/30}-1\\
r_{\text{s\_r}} &= 2{,}87\ \%
\end{aligned}
$$

Vous pouvez également obtenir ce taux avec votre calculatrice financière avec les valeurs suivantes : N = 30 ; PMT = 0 ; PV = –804 ; FV = 1878.054 ; COMP I/Y. On obtient donc 2,87 % comme taux semestriel réalisé, ce qui correspond à un taux nominal annuel de 5,74 % (= 2,87 % × 2).

On constate ainsi que lorsqu'une obligation est conservée jusqu'à son échéance et que les coupons sont réinvestis à un taux inférieur au taux de rendement à l'échéance qui avait cours au moment de l'achat de l'obligation, le taux de rendement réalisé par l'investisseur est inférieur au taux de rendement à l'échéance. C'est l'inverse qui se produit quand les conditions sont plus favorables et que les coupons sont réinvestis à un taux plus élevé.

Avec un taux semestriel de 2,87 %, nous obtenons un taux effectif annuel de 5,82 %. En effet, $r_{\text{a\_r\_e}} = \left(1+r_{\text{s\_r}}\right)^2 - 1 = (1{,}0287)^2 - 1 = 5{,}82\ \%$.

Hypothèse 2 : L'obligation est détenue jusqu'à l'échéance, et les coupons n'ont pas été réinvestis.

Étape 1 : Calculer la valeur accumulée ou la valeur future des coupons.

Notre investisseur a perçu 30 coupons semestriels de 20 $ qu'il n'a pas réinvestis. Au total, il aura donc encaissé 600 $ (= 30 × 20 $).

SOLUTION (*suite*)

Étape 2 : Calculer la valeur future totale $\left(\mathrm{ST}_{\text{future}}\right)$.

Notre investisseur aura encaissé les coupons, plus la valeur nominale à l'échéance.

$\mathrm{ST}_{\text{future}}$ = Valeur des coupons + Valeur nominale (ou prix de revente)

$\mathrm{ST}_{\text{future}} = 600 + 1\,000 = 1\,600$ $

Au total, notre investisseur aura dépensé une somme de 804 $ qui lui aura permis d'encaisser au bout de 30 semestres une somme totale $\left(\mathrm{ST}_{\text{future}}\right)$ de 1 600 $.

Étape 3 : Calculer le taux de rendement réalisé : semestriel et annuel $\left(r_{\text{s\_r}} \text{ et } r_{\text{a\_r}}\right)$.

$\mathrm{ST}_{\text{future}}$ (1 600 $) représente la valeur future d'une somme de P_0 (804 $) capitalisée à un taux semestriel de $r_{\text{s\_r}}$. Nous pouvons utiliser l'équation 2.8 (*voir p. 29*) pour calculer $r_{\text{s\_r}}$.

$$
\begin{aligned}
P_0\left(1+r_{\text{s\_r}}\right)^N &= \mathrm{ST}_{\text{future}} \\
804\left(1+r_{\text{s\_r}}\right)^{30} &= 1\,600 \\
\left(1+r_{\text{s\_r}}\right)^{30} &= \frac{1\,600}{804} \\
\left(1+r_{\text{s\_r}}\right)^{30} &= 1{,}990 \\
\left(1+r_{\text{s\_r}}\right) &= (1{,}990)^{1/30} \\
r_{\text{s\_r}} &= (1{,}990)^{1/30} - 1 \\
r_{\text{s\_r}} &= 2{,}32\ \%
\end{aligned}
$$

Avec une calculatrice financière, en considérant les valeurs N = 30 ; PMT = 0 ; PV = −804 ; FV = 1600 ; COMP I/Y, on obtient également 2,32 % comme taux semestriel réalisé, ce qui correspond à un taux nominal annuel de 4,64 % (= 2,32 % × 2). Ce taux est bien entendu inférieur au taux de 2,87 % obtenu dans le cas de l'hypothèse 1, puisque les coupons n'ont pas été réinvestis. Ce taux est également inférieur au taux de rendement semestriel à l'échéance de 3 % qui était en vigueur au moment de l'achat des obligations.

Hypothèse 3 : L'obligation est revendue trois ans plus tard, c'est-à-dire le 30 juin 2017, pour une valeur de 910,58 $, et les coupons ont été réinvestis à un taux nominal de 5 % à capitalisation semestrielle.

Étape 1 : Calculer la valeur accumulée ou la valeur future des coupons.

Notre investisseur a perçu six coupons semestriels de 20 $. En utilisant l'équation 2.9 (*voir p. 30*), la valeur future (au 30 juin 2017) des six coupons réinvestis à un taux de 5 % à capitalisation semestrielle serait de :

$$
\begin{aligned}
\mathrm{VF} &= C\left[\frac{(1+r_{\text{s}})^N - 1}{r}\right] \\
&= 20\left[\frac{(1{,}025)^6 - 1}{0{,}025}\right] \\
&= 127{,}755\ \$
\end{aligned}
$$

SOLUTION (*suite*)

Vous obtenez le même résultat avec votre calculatrice financière :

(PV = 0 ; PMT = –20 ; N = 6 ; I/Y = 2.5 ; COMP FV).

Étape 2 : Calculer la valeur future totale (ST_{future}).

Non seulement notre investisseur aura accumulé les coupons, mais il recevra également le prix de revente.

ST_{future} = Valeur future des coupons + Prix de revente

$ST_{future} = 127{,}75 + 910{,}58 = 1\ 038{,}33$ \$

Au total, notre investisseur aura dépensé un montant de 804 \$ qui lui aura permis de cumuler au bout de six semestres une somme totale (ST_{future}) de 1 038,33 \$.

Étape 3 : Calculer le taux de rendement réalisé : semestriel et annuel $(r_{s\_r}$ et $r_{a\_r})$.

ST_{future} (1 038,33 \$) représente la valeur future d'une somme de P_0 (804 \$) capitalisée à un taux semestriel de r_{s_r}. Nous pouvons utiliser l'équation 2.8 (*voir p. 29*) pour calculer r_{s_r}.

$$\begin{aligned}
P_0\left(1+r_{s_r}\right)^N &= ST_{future}\\
804\left(1+r_{s_r}\right)^6 &= 1\ 038{,}330\\
\left(1+r_{s_r}\right)^6 &= \frac{1\ 038{,}33}{804}\\
\left(1+r_{s_r}\right)^6 &= 1{,}291\\
\left(1+r_{s_r}\right) &= (1{,}291)^{1/6}\\
r_{s_r} &= (1{,}291)^{1/6} - 1\\
r_{s_r} &= 4{,}36\ \%
\end{aligned}$$

Avec la calculatrice financière et les valeurs N = 6 ; PMT = 0 ; PV = –804 ; FV = 1038.33 ; COMP I/Y, on obtient donc 4,36 % comme taux semestriel réalisé, ce qui correspond à un taux nominal annuel de 8,72 % (= 4,36 % × 2).

Ce taux est supérieur au taux de rendement semestriel à l'échéance de 3 % en vigueur au moment de l'achat, malgré le réinvestissement des coupons à un taux semestriel plus faible de 2,5 %. On constate ainsi que l'augmentation du prix liée à la baisse des taux a plus que compensé la baisse de revenu liée au réinvestissement des coupons à un taux plus faible.

Avec un taux semestriel de 4,32 %, nous obtenons un taux effectif annuel de 8,83 %. En effet, $r_{a\_r\_e} = (1 + r_{s\_r})^2 - 1 = (1{,}0432)^2 - 1 = 8{,}83\ \%$.

Le risque de prix par rapport au risque de réinvestissement

Le risque de prix est lié à la variation dans le prix des obligations, alors que le risque de réinvestissement réfère à la variation des revenus que génèrent les coupons des obligations. Les exemples 4.7 (*voir p. 142*), 4.8 (*voir p. 143*) et 4.9 démontrent que ces deux types de risques n'évoluent pas dans le même sens. Une baisse des taux entraînera une hausse du prix des obligations, mais aussi une baisse des revenus tirés du réinvestissement des obligations, et vice versa. Ces deux effets contradictoires peuvent s'annuler totalement ou partiellement.

L'effet qui dominera sur l'autre dépend essentiellement de l'échéance des obligations, mais également du taux de coupon. Par exemple, le risque de réinvestissement est plus élevé pour les obligations qui versent des coupons élevés, alors que le risque de prix est plus élevé pour les obligations de longue échéance. Dans l'exemple 4.9, nous avons vu que la baisse des taux a entraîné une plus forte variation de prix qui a plus que compensé la baisse des revenus tirés du réinvestissement des coupons.

EXEMPLE 4.10

Reprenons l'exemple 4.9. On sait que l'obligation a été achetée le 30 juin 2014 au prix de 804 $, que le taux de coupon est de 4 % et que le taux de rendement à l'échéance est de 6 %. La date d'échéance de l'obligation est le 30 juin 2029. L'obligation avait donc une échéance de 15 ans à la date d'achat. Par contre, cette obligation a été revendue trois ans plus tard, c'est-à-dire le 30 juin 2017, pour une valeur de 910,58 $ (quand le taux de rendement à l'échéance est passé de 6 % à capitalisation semestrielle à 5 % à capitalisation semestrielle). Les coupons sont réinvestis à un taux nominal de 5 % à capitalisation semestrielle. Quelle est l'incidence de cette variation de taux :

a) sur le prix de revente ?

b) sur les revenus tirés du réinvestissement des coupons ?

SOLUTION

VN = Valeur nominale = 1 000 $;
m = Fréquence ou nombre de capitalisations = 2 ;
c = Taux de coupon = 4 % ;

$$C = \text{Coupons} = C = \frac{c \times \text{VN}}{2} = \frac{4\,\% \times 1\,000}{2} = 20\ \$\ ;$$

$$r_s = \text{Taux de rendement semestriel au moment de l'achat} = \frac{r_a}{2} = \frac{6\,\%}{2} = 3\,\%\ ;$$

E = Échéance = 15 ans ;
N = Nombre de coupons à payer = $2 \times E = 30$;
P_0 = 804,00 $;
P_3 = 910,58 $.

a) Effet de la baisse de taux sur le prix de revente

Étape 1 : Calculer le prix à la revente si le taux de rendement à l'échéance était demeuré stable à 6 %.

Au bout de 3 ans, l'obligation aurait une échéance restante de 12 ans (E = 12), donc 24 semestres (N = 24). En utilisant l'équation 4.2 (*voir p. 128*), nous obtenons :

$$P_3 = 20\left[\frac{1-(1{,}03)^{-24}}{0{,}03}\right] + 1\,000(1{,}03)^{-24}$$

$$= 830{,}64\ \$$$

Avec la calculatrice financière, on aurait : N = 24 ; PMT = 20 ; FV = 1000 ; I/Y = 3 ; COMP PV.

SOLUTION (*suite*)

L'obligation ayant été revendue pour une valeur de 910,58, on a donc un gain de 79,93 $ (= 910,58 $ – 830,64 $).

Étape 2 : Calculer la valeur accumulée ou valeur future des coupons si les taux n'avaient pas changé.

Notre investisseur a perçu six coupons semestriels de 20 $. En utilisant l'équation 2.9 (*voir p. 30*), la valeur future (au 30 juin 2017) des six coupons réinvestis à un taux de 6 % à capitalisation semestrielle serait de :

$$\mathrm{VF} = C\left[\frac{(1+r_s)^N - 1}{r}\right]$$

$$= 20\left[\frac{(1{,}03)^6 - 1}{0{,}03}\right]$$

$$= 129{,}37\ \$$$

Vous obtenez le même résultat avec votre calculatrice financière :

(PV = 0 ; PMT = –20 ; N = 6 ; I/Y = 3 ; COMP FV).

b) Effet de la baisse de taux sur les revenus tirés du réinvestissement des coupons

Avec l'exemple 4.9 (*voir p. 147*), on sait que la valeur future des coupons réinvestis à 5 % à capitalisation semestrielle est de 127,75 $. La baisse des taux aura donc fait perdre à notre investisseur un montant de 1,61 $ (= 127,75 $ – 129,37 $).

Le résultat net de cette baisse de taux est un gain net de 78,32 $ (= 79,93 $ – 1,61 $). La perte de valeur liée au réinvestissement des coupons à un taux plus faible a été plus que largement compensée par le gain résultant de la hausse du prix de l'obligation.

Dans l'exemple 4.9 (*voir p. 147*), on a calculé que la valeur future totale dans le cas de la baisse était de ST_{future} = 127,75 + 910,58 = 1 038,33 $. Si les taux n'avaient pas baissé, la valeur future totale aurait été de :

Prix de revente dans le cas où il n'y aurait pas de baisse de taux + Valeur future des coupons

830,64 $ + 129,37 $ = 960,01 $

On retrouve donc notre différence de 78,32 $ (= 1 038,33 $ – 960,01 $).

Le taux de rendement réalisé compte tenu de l'impôt personnel sur les revenus d'intérêts et le gain en capital

Jusqu'à présent, nous avons calculé le rendement réalisé comme si nous étions dans un paradis fiscal où il n'y a aucun impôt à payer, ce qui, bien évidemment, n'est pas le cas. Au Canada, les revenus d'intérêts sont totalement imposables ; par contre, seulement 50 % du gain en capital l'est. En réalité, l'investisseur encaisse les coupons après impôts ainsi que la valeur finale, c'est-à-dire le prix de revente net ou la valeur nominale (si l'obligation est détenue jusqu'à l'échéance) nette de tout impôt sur le gain en capital ou de récupération d'impôt sur la perte en capital.

La procédure de calcul du rendement réalisé en tenant compte de l'impôt personnel est la même qu'en l'absence d'impôt, sauf que, maintenant, il faut remplacer :

1. les coupons (C) perçus par les coupons après impôts :

   $$C_{\text{tp}} = C(1 - t_{\text{p}})$$

   où

   C_{tp} représente les coupons après impôts personnels ;
   t_{p} correspond au taux d'impôt personnel.

2. la valeur nominale (VN) ou le prix de revente (PV) par la valeur finale nette d'impôt $(\text{VF}_{\text{nette}})$:

   $$\text{VF}_{\text{nette}} = \text{PV} - (\text{PV} - P) \times 0{,}5 \times t_{\text{p}}$$

   où

   VF_{nette} représente le prix de vente moins l'impôt sur le gain en capital ou la récupération d'impôt sur la perte en capital ;
   P représente le prix d'achat de l'obligation.

Rappelons que PV = VN si l'obligation est détenue jusqu'à l'échéance.

EXEMPLE 4.11

Adèle a acheté au prix de 1 100 $ une obligation offrant un taux de coupon de 4 % et venant à échéance dans huit ans. La valeur nominale des obligations est de 1 000 $ et le taux d'impôt personnel d'Adèle est de 40 %. Elle a pu réinvestir les coupons perçus à un taux nominal de 3 %. Elle vous demande de calculer le rendement réalisé en supposant que :

Hypothèse 1 : Elle a détenu l'obligation jusqu'à l'échéance.

Hypothèse 2 : Elle a revendu l'obligation trois ans plus tard au prix de 1 250 $.

Données :

VN = Valeur nominale = 1 000 $;
m = Fréquence ou nombre de capitalisations = 2 ;
t_{p} = 40 % ;
c = Taux de coupon = 4 % ;

$$C = \text{Coupons} = C = \frac{c \times \text{VN}}{2} = \frac{4\,\% \times 1\,000}{2} = 20\ \$;$$

$$C_{\text{tp}} = C(1 - t_{\text{p}}) = 20 \times (1 - 0{,}40) = 12\ \$;$$

E = Échéance = 8 ans ;
N = Nombre de coupons à payer = $2 \times E = 16$;
P = 1 100 $.

Quand l'obligation est détenue jusqu'à l'échéance :

$$\text{VF}_{\text{nette}} = \text{VN} - (\text{VN} - P) \times 0{,}5 \times t_{\text{p}} = 1\,000 - (1\,000 - 1\,100) \times 0{,}5 \times 0{,}4 = 1\,020\ \$$$

Quand l'obligation est revendue avant l'échéance pour 1 250 $:

$$\text{VF}_{\text{nette}} = \text{PV} - (\text{PV} - P) \times 0{,}5 \times t_{\text{p}} = 1\,250 - (1\,250 - 1\,100) \times 0{,}5 \times 0{,}4 = 1\,220\ \$$$

SOLUTION

Encore une fois, il est plus simple de procéder en trois étapes pour chacune des hypothèses.

Hypothèse 1 : Elle a détenu l'obligation jusqu'à l'échéance.

Étape 1 : Calculer la valeur accumulée ou la valeur future des coupons.

Notre investisseuse a perçu 16 coupons semestriels de 12 $ après impôts. Avec l'équation 2.9 (*voir p. 30*), la valeur à l'échéance des 16 coupons réinvestis à un taux de 3 % à capitalisation semestrielle serait de :

$$\text{VF} = C_{\text{tp}}\left[\frac{(1+r_{\text{s}})^{N}-1}{r}\right]$$

$$= 12\left[\frac{(1{,}015)^{16}-1}{0{,}015}\right]$$

$$= 215{,}19\ \$$$

Vous obtenez le même résultat avec votre calculatrice financière :

(PV = 0 ; PMT = −12 ; N = 16 ; I/Y = 1.5 ; COMP FV).

Étape 2 : Calculer la valeur future totale $\left(\text{ST}_{\text{future}}\right)$.

Non seulement notre investisseuse aura accumulé les coupons, mais elle recevra également la valeur nominale ajustée pour l'impôt sur le gain en capital ou la récupération d'impôt sur la perte en capital.

$\text{VF}_{\text{nette}} = \text{VN} - (\text{VN} - P) \times 0{,}5 \times t_{\text{p}} = 1\ 000 - (1\ 000 - 1\ 100) \times 0{,}5 \times 0{,}4 = 1\ 020\ \$$

$\text{ST}_{\text{future}}$ = Valeur future des coupons + VF_{nette}

$\text{ST}_{\text{future}} = 215{,}19 + 1\ 020 = 1\ 235{,}19\ \$$

Au total, Adèle aura dépensé un montant de 1 100 $ qui lui aura permis de cumuler au bout de 16 semestres une somme totale $\left(\text{ST}_{\text{future}}\right)$ de 1 235,19 $.

Étape 3 : Calculer le taux de rendement réalisé : semestriel et annuel $\left(r_{\text{s\_r}} \text{ et } r_{\text{a\_r}}\right)$.

$\text{ST}_{\text{future}}$ (1 235,19 $) représente la valeur future d'une somme de P_0 (1 100 $) capitalisée à un taux semestriel de $r_{\text{s\_r}}$. Nous pouvons utiliser l'équation 2.8 (*voir p. 29*) pour calculer $r_{\text{s\_r}}$.

$$\begin{aligned}
P_0\left(1+r_{\text{s_r}}\right)^{N} &= \text{ST}_{\text{future}} \\
1\,100\left(1+r_{\text{s_r}}\right)^{16} &= 1\,235{,}19 \\
\left(1+r_{\text{s_r}}\right)^{16} &= \frac{1\,235{,}19}{1\,100} \\
\left(1+r_{\text{s_r}}\right)^{16} &= 1{,}123 \\
\left(1+r_{\text{s_r}}\right) &= (1{,}123)^{1/16} \\
r_{\text{s_r}} &= (1{,}123)^{1/16} - 1 \\
r_{\text{s_r}} &= 0{,}73\ \%
\end{aligned}$$

SOLUTION ***(suite)***

Avec la calculatrice financière et les valeurs N = 16 ; PMT = 0 ; PV = −1100 ; FV = 1235.19 ; COMP I/Y, on obtient donc 0,73 % comme taux semestriel réalisé, ce qui correspond à un taux nominal annuel de 1,45 % (= 0,73 % × 2) ou à un taux effectif annuel de $r_{a\_r\_e} = \left(1 + r_{s\_r}\right)^2 - 1 = (1{,}0073)^2 - 1 = 1{,}46\ \%$.

Hypothèse 2 : Elle a revendu l'obligation trois ans plus tard au prix de 1 250 $.

Étape 1 : Calculer la valeur accumulée ou la valeur future des coupons.

Notre investisseuse a perçu six coupons semestriels de 12 $ après impôts. La valeur au moment de la revente des six coupons réinvestis à un taux de 3 % à capitalisation semestrielle serait de :

$$\begin{aligned} VF &= C_{tp}\left[\frac{(1+r_s)^N - 1}{r}\right] \\ &= 12\left[\frac{(1{,}015)^6 - 1}{0{,}015}\right] \\ &= 74{,}75\ \$ \end{aligned}$$

Vous obtenez le même résultat avec votre calculatrice financière :

(PV = 0 ; PMT = −12 ; N = 6 ; I/Y = 1.5 ; COMP FV).

Étape 2 : Calculer la valeur future totale $\left(ST_{future}\right)$.

Non seulement notre investisseuse aura accumulé les coupons, mais elle recevra également la valeur nominale ajustée pour l'impôt sur le gain en capital ou la récupération d'impôt sur la perte en capital.

$VF_{nette} = VF - (VF - P) \times 0{,}5 \times t_p = 1\ 250 - (1\ 250 - 1\ 100) \times 0{,}5 \times 0{,}4 = 1\ 220\ \$$

ST_{future} = Valeur future des coupons + VF_{nette}

$ST_{future} = 74{,}75 + 1\ 220 = 1\ 294{,}75\ \$$

Au total, Adèle aura dépensé un montant de 1 100 $ qui lui aura permis de cumuler au bout de six semestres une somme totale $\left(ST_{future}\right)$ de 1 294,75 $.

Étape 3 : Calculer le taux de rendement réalisé : semestriel et annuel $\left(r_{s\_r} \text{ et } r_{a\_r}\right)$.

ST_{future} (1 294,75 $) représente la valeur future d'une somme de P_0 (1 100 $) capitalisée à un taux semestriel de r_{s_r}. Nous pouvons utiliser l'équation 2.8 (*voir p. 29*) pour calculer r_{s_r}.

$$\begin{aligned} P_0\left(1+r_{s\_r}\right)^N &= ST_{future} \\ 1\,100\left(1+r_{s\_r}\right)^{16} &= 1\,294{,}75 \\ \left(1+r_{s\_r}\right)^6 &= \frac{1\,294{,}75}{1\,100} \\ \left(1+r_{s\_r}\right)^6 &= 1{,}177 \\ \left(1+r_{s\_r}\right) &= (1{,}177)^{1/6} \\ r_{s\_r} &= (1{,}177)^{1/6} - 1 \\ r_{s\_r} &= 2{,}75\ \% \end{aligned}$$

SOLUTION *(suite)*

Avec la calculatrice financière et les valeurs N = 6 ; PMT = 0 ; PV = –1100 ; FV = 1294.75 ; COMP I/Y, on obtient donc 2,75 % comme taux semestriel réalisé, ce qui correspond à un taux nominal annuel de 5,50 % (= 2,75 % × 2) ou à un taux effectif annuel de $r_{a\_r\_e} = \left(1 + r_{s\_r}\right)^2 - 1 = (1{,}0275)^2 - 1 = 5{,}58\ \%$.

4.1.5 Les autres types d'obligations

Jusqu'à présent, nous avons discuté essentiellement de ce que l'on peut considérer comme étant des obligations « classiques ». Cependant, il existe d'autres types d'obligations. Parmi celles-ci, nous décrirons brièvement les obligations à coupon zéro, les obligations convertibles, les obligations remboursables par anticipation et les obligations payables par anticipation.

Les obligations à coupon zéro

Comme le nom l'indique, ce sont des obligations qui ne versent aucun coupon. Le seul revenu perçu par l'acheteur est le remboursement de la valeur nominale à l'échéance. Ces obligations se vendent à escompte, car tous les revenus sont perçus à l'échéance plutôt que par versements semestriels. L'évaluation de ce type d'obligation peut également se faire avec l'équation 4.2 (*voir p. 128*) en supposant que le taux de coupon est égal à zéro, ce qui revient à :

ÉQUATION 4.3

$$P_0 = \text{VN}\left(1 + r_s\right)^{-N}$$

où

P_0 est le prix au temps 0 ;
r_s est le taux de rendement semestriel ;
N représente le nombre de semestres avant l'échéance.

Il faut ici être cohérent dans la définition de r_s et de N. On utilise r_s s'il s'agit d'une capitalisation semestrielle ; dans ce cas, N = nombre de semestres. Par contre, quand la capitalisation est annuelle, on utilisera r_a (taux de rendement annuel) avec N = nombre d'années.

EXEMPLE 4.12

On vous demande de calculer le prix d'une obligation à coupon zéro d'une valeur nominale de 1 000 $, qui a une échéance de huit ans et qui promet un rendement annuel de 6 % (capitalisation annuelle).

SOLUTION

$$\begin{aligned} P_0 &= \text{VN}\left(1 + r_a\right)^{-N} \\ &= 1\,000(1{,}06)^{-8} \\ &= 627{,}41\ \$ \end{aligned}$$

Parce qu'elle ne paie aucun coupon, cette obligation serait donc vendue à un prix de 627,41 $, largement à escompte par rapport à la valeur nominale de 1 000 $.

Les obligations convertibles

Ce sont des obligations qui peuvent être converties en actions de la société émettrice à un prix fixé d'avance. Le détenteur ne procédera à cette conversion que s'il en retire un bénéfice. Les obligations convertibles permettent ainsi à leur acquéreur de profiter de la hausse du prix des actions, mais, en retour, elles permettent à la société émettrice de bénéficier d'un taux de coupon plus faible comparativement à des obligations similaires non convertibles.

Les obligations remboursables par anticipation

Les obligations remboursables par anticipation, aussi appelées «obligations rachetables par anticipation», sont remboursables avant l'échéance au gré de l'émetteur à un prix fixé d'avance et sont accompagnées d'une prime de remboursement.

Les obligations payables par anticipation

À l'inverse des obligations remboursables par anticipation, dans le cas des obligations payables par anticipation, c'est le détenteur qui a le choix de demander le remboursement anticipé de ses obligations.

4.2 Les actions ordinaires

Dans la section 4.1 (*voir p. 122*), nous avons examiné les obligations et appris comment les évaluer. Nous avons également couvert le rendement des obligations, y compris le rendement réalisé par l'investisseur en tenant compte de son taux personnel d'imposition. La présente section porte sur les actions ordinaires. Nous verrons, dans un premier temps, les droits et les privilèges des actionnaires ordinaires. Dans un deuxième temps, nous examinerons les différents types d'actions ordinaires. Enfin, nous étudierons la façon de les évaluer.

4.2.1 Les droits et les privilèges des actionnaires ordinaires

Une **action ordinaire** est un titre financier qui représente un droit de propriété sur les actifs nets d'une entreprise. Les actionnaires d'une entreprise, c'est-à-dire ceux qui détiennent des actions, sont donc considérés comme les propriétaires de l'entreprise et, comme tels, ont certains droits et privilèges qui leur permettent de bénéficier des succès de l'entreprise. En retour, ils passent après tous les autres détenteurs de titres ou parties prenantes aussi bien dans le cours normal des activités de l'entreprise pour ce qui concerne leur rémunération qu'en cas de faillite pour ce qui est de la redistribution du produit de la liquidation de l'entreprise.

Le contrôle de l'entreprise

Les actionnaires sont considérés comme les propriétaires de l'entreprise. À ce titre, ils ont le droit d'élire les membres du conseil d'administration qui, à leur tour, élisent les gestionnaires de la société. En principe, chaque action ordinaire procure à son détenteur un droit de vote lors de l'assemblée des actionnaires. Ainsi, un actionnaire possédant 100 actions aura 100 droits de vote. Outre l'élection du conseil d'administration, les actionnaires peuvent exercer leur droit de vote sur toutes les questions soumises au vote lors des assemblées des actionnaires, comme le choix de l'auditeur externe de la société, les décisions à prendre lors des fusions ou des acquisitions, etc.

Le droit de préemption

Très souvent, les actionnaires ordinaires possèdent un droit de préemption lors des nouvelles émissions d'actions. Ce droit leur permet d'acquérir, au prorata du nombre d'actions qu'ils détiennent, toutes nouvelles actions émises par l'entreprise.

Les autres caractéristiques des actions ordinaires

Les actionnaires ordinaires ont également un droit d'accès à toutes les informations concernant l'entreprise. Cependant, ils sont considérés comme des **créanciers résiduels** en ce sens qu'ils sont les derniers sur la liste de tous ceux qui ont des créances sur les actifs et les revenus de l'entreprise.

Par exemple, les actionnaires ordinaires sont les derniers sur la liste des créanciers aussi bien dans les cas de faillite pour ce qui concerne la redistribution du produit de la liquidation des actifs que dans le cours normal des activités de l'entreprise. Dans ce dernier cas, proportionnellement au nombre d'actions détenues, ils participent aux bénéfices, mais seulement après paiement de tous les autres créanciers de l'entreprise, notamment l'État pour les impôts et les taxes, les employés, les obligataires, les fournisseurs, etc. Les dirigeants peuvent décider de verser les bénéfices sous forme de dividendes ou de les réinvestir dans l'entreprise, mais cette dernière ne peut verser de dividendes si elle n'a pas pu, en premier, satisfaire ses autres créanciers. De plus, les dividendes ne sont pas cumulables. Autrement dit, les dividendes que l'on n'a pas pu verser au cours d'une année ne sont pas reportés à l'année suivante.

Ainsi, comme créances résiduelles, et contrairement aux obligations, les actions ordinaires n'ont pas d'échéance prédéfinie. Vous devez donc trouver un acheteur si vous possédez des actions que vous désirez vendre.

4.2.2 Les différents types d'actions ordinaires

La plupart des entreprises n'ont qu'une seule catégorie d'actions et opèrent avec le principe de « une action, un vote ». Cependant, il arrive que certaines entreprises décident d'émettre deux ou plusieurs catégories d'actions avec certaines caractéristiques spécifiques. Dans ce cas, on parle d'actions de classe A, de classe B, et ainsi de suite, pour faire la distinction entre les différentes catégories d'actions. Prenons l'exemple de l'entreprise RST inc. qui possède deux catégories d'actions : les actions de classe A ont 10 droits de vote chacune, et les actions de classe B ont 1 droit de vote chacune.

Notons que les fondateurs émettent souvent les actions à droit de vote multiple dans le but de conserver une certaine emprise sur les activités de l'entreprise. Il n'y a toutefois aucune règle quant à la désignation des actions comme étant de classe A, B, C, etc. Les actions de classe A peuvent être à droit de vote multiple, tandis que les actions de classe B ne le sont pas, et vice versa. La classification peut aussi être relative à des caractéristiques autres que le droit de vote. Par exemple, une société pourrait décider d'émettre des actions de classe A versant des dividendes plus élevés que celles de classe B.

4.2.3 L'évaluation des actions ordinaires à l'aide du modèle d'actualisation des dividendes

Nous le savons déjà, le prix ou la valeur de tout actif est égal à la valeur actualisée de ses flux monétaires futurs. Dans le cas des actions, les flux monétaires se composent : 1) des dividendes que les investisseurs reçoivent aussi longtemps qu'ils détiennent les actions ; 2) du prix de vente quand les actions sont revendues. Pour évaluer les actions, il faut utiliser le **modèle d'actualisation des dividendes** comme suit :

1. Estimer la valeur des dividendes futurs.
2. Déterminer le taux de rendement exigé, ou taux d’actualisation. Ce taux dépend du degré de risque de la série de dividendes futurs.
3. Calculer la valeur actualisée des dividendes futurs.

Convenons des notations décrites dans l’encadré 4.2 avant d’aborder l’évaluation des actions.

ENCADRÉ 4.2 Les notations relatives aux actions ordinaires

P_t = Prix d’une action au temps t. P_0 représente donc le prix de l’action en date d’aujourd’hui.

D_t = Dividende que l’actionnaire espère recevoir à la fin du temps t. D_0 représente le dernier dividende payé par la société. D_0 ayant déjà été payé, le premier dividende que recevra le nouvel acquéreur d’une action est D_1. Le deuxième dividende est égal à D_2, et ainsi de suite.

g = Taux de croissance du dividende.

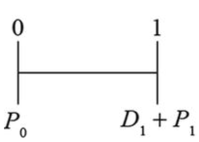
r_{AO} = Taux de rendement périodique exigé par les actionnaires.

$r_{\text{a\_r}}$ = Taux de rendement réalisé par les actionnaires.

Le modèle à une période

Nous supposons ici que l’action ordinaire est détenue seulement pour une période. Il s’agit ainsi de déterminer le prix de l’action au temps 0 (P_0). Les flux monétaires générés par l’action sont donc constitués à la fois du dividende à recevoir au temps 1 (D_1) et du prix futur de revente au temps 1 (P_1). Selon notre définition de l’évaluation d’un actif comme étant la valeur actualisée (VA) des flux monétaires futurs, on peut écrire que :

$$P_0 = \text{VA}(D_1) + \text{VA}(P_1)$$



Sous forme algébrique, nous aurons :

$$P_0 = \frac{D_1 + P_1}{(1 + r_{\text{AO}})}$$

◀ ÉQUATION 4.4

De cette équation, on peut déduire que le rendement d’une action sur une période est de :

$$r_{\text{AO}} = \frac{P_1 - P_0 + D_1}{P_0}$$

◀ ÉQUATION 4.5

EXEMPLE 4.13

Zoé se demande à quel prix acheter les actions de la société VeganPlus inc. Elle exige un rendement de 10 %, et son analyste financier prévoit que l’action de VeganPlus vaudra 20,50 $ dans un an. Zoé espère également recevoir un dividende de 1,50 $ sur les actions de VeganPlus.

SOLUTION

En utilisant l'équation 4.4 (*voir p. 159*), nous obtenons :

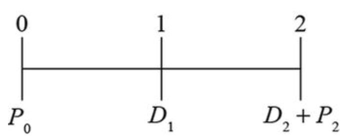
$$P_0 = \frac{D_1 + P_1}{\left(1 + r_{AO}\right)} = \frac{1{,}5 + 20{,}5}{(1{,}10)} = 20\ \$$$

Zoé réalisera donc un rendement de 10 % après un an si elle peut acheter l'action de VeganPlus à 20 $ et que ses prévisions de prix et de dividende se concrétisent.

Le modèle multipériodique et le modèle général d'actualisation des dividendes

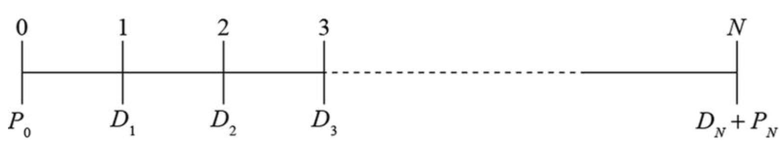
L'équation 4.4 (*voir p. 159*) s'applique pour déterminer le prix sur une période à n'importe quel temps t. Par exemple, on peut écrire $P_1 = \frac{D_2 + P_2}{\left(1 + r_{AO}\right)}$ pour estimer le prix à la période 1 (P_1) ou encore $P_2 = \frac{D_3 + P_3}{\left(1 + r_{AO}\right)}$ pour estimer le prix à la période 2, et ainsi de suite.

De ce raisonnement découlent le modèle multipériodique et même le modèle général d'actualisation des dividendes. Par exemple, si on achète une action que l'on détient sur deux périodes, on recevra en retour le dividende au temps 1, puis celui au temps 2, en plus du prix de revente au temps 2.



$$P_0 = \frac{D_1}{\left(1 + r_{AO}\right)} + \frac{D_2 + P_2}{\left(1 + r_{AO}\right)^2}$$

On peut facilement étendre ce raisonnement sur N périodes.



Sous forme algébrique, on écrira :

ÉQUATION 4.6

$$P_0 = \frac{D_1}{\left(1 + r_{AO}\right)} + \frac{D_2}{\left(1 + r_{AO}\right)^2} + \frac{D_3}{\left(1 + r_{AO}\right)^3} + \cdots + \frac{D_N + P_N}{\left(1 + r_{AO}\right)^N}$$

En fait, on obtient l'équation 4.6 en remplaçant P_1 par sa valeur obtenue à partir de l'équation 4.4 (*voir p. 159*), puis P_2 par sa valeur, et ainsi de suite. Voici un exemple pour illustrer cela.

EXEMPLE 4.14

Vous demandez à votre analyste de vous fournir des prévisions concernant les actions de la société BDD inc. que vous comptez détenir pendant trois années avant de les revendre. Selon ces prévisions, les actions de BDD se vendront dans trois ans à un prix de 30 $ chacune (= P_3). Entre-temps, la société versera des dividendes de 0,25 $ au temps 1, de 0,50 $ au temps 2 et de 0,75 $ au temps 3. Quel est le prix maximal que vous voudriez payer si vous exigez d'avoir un rendement de 8 % ?

SOLUTION

En utilisant l'équation 4.6, nous obtenons :

$$P_0 = \frac{D_1}{\left(1 + r_{AO}\right)} + \frac{D_2}{\left(1 + r_{AO}\right)^2} + \frac{D_3 + P_3}{\left(1 + r_{AO}\right)^3}$$

$$= \frac{0,25}{(1,08)} + \frac{0,5}{(1,08)^2} + \frac{30,75}{(1,08)^3} = 25,07\ \$$$

Pour avoir un rendement de 8 %, le prix maximum que vous accepteriez de payer serait de 25,07 $. Nous pourrions aussi obtenir ce prix en calculant successivement P_2, P_1, puis P_0.

$$P_2 = \frac{D_3 + P_3}{\left(1 + r_{AO}\right)} = \frac{0,75 + 30}{(1,08)} = 28,47\ \$$$

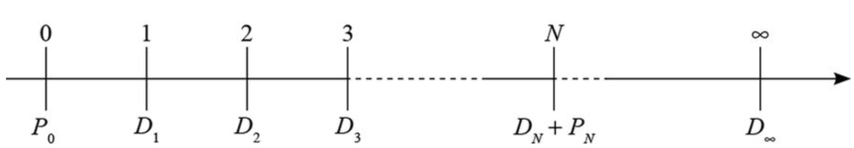
$$P_1 = \frac{D_2 + P_2}{\left(1 + r_{AO}\right)} = \frac{0,5 + 28,47}{(1,08)} = 26,83\ \$$$

$$P_0 = \frac{D_1 + P_1}{\left(1 + r_{AO}\right)} = \frac{0,25 + 26,83}{(1,08)} = 25,07\ \$$$

On retrouve donc le même prix que celui que nous avons obtenu avec l'équation 4.6.

Le raisonnement permettant d'obtenir le prix sur N périodes peut être poursuivi jusqu'à l'infini, puisque, contrairement aux obligations, les actions n'ont pas de durée de vie connue. Le prix de vente à la période N peut donc être remplacé dans l'équation 4.6 par la valeur actualisée des flux monétaires (les dividendes plus le prix de vente) des périodes qui suivent, et ce, jusqu'à l'infini.

Ce processus nous conduit à la formulation du modèle général d'actualisation des dividendes, que l'on peut schématiser comme suit :



Sous forme algébrique, on écrira :

ÉQUATION 4.7

$$P_0 = \frac{D_1}{\left(1+r_{AO}\right)} + \frac{D_2}{\left(1+r_{AO}\right)^2} + \frac{D_3}{\left(1+r_{AO}\right)^3} + \cdots + \frac{D_\infty}{\left(1+r_{AO}\right)^\infty} = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_t}{\left(1+r_{AO}\right)^t}$$

où

t représente le temps.

L'équation 4.7 permet donc d'exprimer le prix d'une action comme étant égal à la valeur actualisée des dividendes futurs jusqu'à l'infini.

En résumé, nous avons développé un modèle d'évaluation qui indique que le prix aujourd'hui d'une action est égal à la valeur actualisée des dividendes futurs, plus la valeur actualisée du prix de revente (*voir l'équation 4.6, p. 160*). En généralisant, nous avons pu exprimer le prix d'une action comme étant égal à la valeur actualisée des dividendes futurs jusqu'à l'infini (*voir l'équation 4.7*). Il s'agit d'un modèle très général, puisque l'on ne fait aucune hypothèse sur les dividendes qui peuvent suivre n'importe quelle tendance (constante, croissante, décroissante ou même aléatoire) et prendre n'importe quelle valeur positive ou même nulle. On peut facilement estimer le prix d'une action en utilisant l'équation 4.6, pourvu que l'on ait une estimation des dividendes futurs et du prix futur de revente. Toutefois, il est difficile d'obtenir des estimations fiables des dividendes futurs, surtout si on utilise la formulation générale de ce modèle (*voir l'équation 4.7*), qui requiert l'estimation de la série de dividendes sur une très longue période, voire jusqu'à l'infini.

Le modèle avec taux de croissance constant du dividende jusqu'à l'infini, ou modèle de Gordon

La difficulté de faire des prévisions sur une longue période amène à formuler des hypothèses sur l'évolution temporelle des dividendes. Il paraît ainsi raisonnable de prédire, du moins pour certaines entreprises, que les dividendes vont croître périodiquement à un taux constant. Si on dénote par g ce taux de croissance, nous obtenons :

$$D_1 = D_0(1+g)$$

$$D_2 = D_1(1+g) = D_0(1+g)(1+g) = D_0(1+g)^2$$

$$D_3 = D_2(1+g) = D_0(1+g)^2(1+g) = D_0(1+g)^3$$

$$\vdots$$

$$D_N = D_{N-1}(1+g) = D_0(1+g)^{N-1}(1+g) = D_0(1+g)^N$$

$$\vdots$$

$$D_\infty = D_0(1+g)^\infty$$

Considérant un taux de croissance constant (g) du dividende jusqu'à l'infini, on peut exprimer, de façon générale, la valeur du dividende à n'importe quelle période N dans le futur à partir de l'équation ci-dessous :

ÉQUATION 4.8

$$D_N = D_0(1+g)^N$$

En remplaçant la série de dividendes de l'équation 4.7 par leur valeur obtenue dans l'équation 4.8, nous obtenons :

$$P_0 = \frac{D_0(1+g)}{\left(1+r_{AO}\right)} + \frac{D_0(1+g)^2}{\left(1+r_{AO}\right)^2} + \frac{D_0(1+g)^3}{\left(1+r_{AO}\right)^3} + \cdots + \frac{D_0(1+g)^\infty}{\left(1+r_{AO}\right)^\infty}$$

Le prix se résume donc à la valeur actualisée d'une perpétuité croissante. Ainsi, dans le cas où le taux de croissance g est inférieur au **taux de rendement requis**, r_{AO}, on peut écrire :

$$P_0 = \frac{D_0(1+g)}{(r_{AO} - g)} = \frac{D_1}{(r_{AO} - g)}$$

ÉQUATION 4.9

L'équation 4.9 est connue sous l'appellation **modèle à taux de croissance constant du dividende**, ou **modèle de Gordon**. Ce modèle est plus pratique, car on a seulement besoin d'estimer le taux de croissance, contrairement à la formulation générale (*voir l'équation 4.6, p. 160*, *ou l'équation 4.7*), qui requiert l'estimation de toute une série de dividendes futurs. Sa validité repose cependant sur deux conditions fondamentales qui sont parfois contraignantes :

1. Un taux de croissance g constant jusqu'à l'infini ;
2. Un taux de croissance g inférieur au taux de rendement requis, r_{AO}.

À partir de l'équation 4.9, on peut aussi calculer le rendement requis, r_{AO}. Après quelques manipulations algébriques, nous obtenons :

$$r_{AO} = \frac{D_1}{P_0} + g$$

ÉQUATION 4.10

EXEMPLE 4.15

On vous demande d'estimer le prix des actions de la société MAZ inc. Selon vos recherches et vos analyses, vous estimez que le dividende de 2 $ par action que la société vient tout juste de verser va croître à un taux constant de 4 % par année jusqu'à l'infini. Vous savez aussi que les investisseurs exigent un rendement de 14 %.

SOLUTION

$D_0 = 2\ \$; g = 4\ \% ; r_{AO} = 14\ \%$

$D_1 = D_0(1 + g) = 2 \times 1{,}04 = 2{,}08$

$$P_0 = \frac{D_0(1+g)}{(r_{AO} - g)} = \frac{D_1}{(r_{AO} - g)} = \frac{2{,}08}{0{,}14 - 0{,}04} = \frac{2{,}08}{0{,}10} = 20{,}80\ \$$$

EXEMPLE 4.16

Les actions de Bonbiscuit inc. se vendent actuellement 20 $ sur le marché. La société prévoit verser un dividende de 1,50 $ l'année prochaine. Le taux de croissance des dividendes est de 4 % jusqu'à l'infini. Quel est le taux de rendement que les investisseurs requièrent sur les actions de Bonbiscuit?

SOLUTION

$D_1 = 1{,}50\ \$; g = 4\ \% ; P_0 = 20\ \$$

$$r_{AO} = \frac{D_1}{P_0} + g = \frac{1{,}5}{20} + 0{,}04 = 11{,}5\ \%$$

Le taux de rendement requis est donc égal à 11,5 %.

Comme nous l'avons souvent mentionné dans cet ouvrage, il est possible d'estimer n'importe quelle variable d'une équation si on connaît les autres variables. Ainsi, selon les informations dont on dispose, on peut facilement estimer g à partir de l'équation 4.10 (*voir p. 163*) ou de l'équation 4.8 (*voir p. 162*). Par exemple, à partir de l'équation 4.10, nous obtenons :

ÉQUATION 4.11

$$g = r_{AO} - \frac{D_1}{P_0}$$

Selon l'équation 4.8, nous avons $D_N = D_0(1 + g)^N$, ce qui donne :

ÉQUATION 4.12

$$g = \left(\frac{D_N}{D_0}\right)^{1/N} - 1$$

EXEMPLE 4.17

On vous demande d'estimer le taux de croissance g du dividende pour l'entreprise DivPlus inc. en vous basant sur l'évolution passée de son dividende. Pour ce faire, vous avez recueilli les informations suivantes pour les 10 dernières années.

Année	0 2007	1 2008	2 2009	3 2010	4 2011	5 2012	6 2013	7 2014	8 2015	9 2016	10 2017
Dividende par action	0,50	0,52	0,55	0,60	0,66	0,70	0,75	0,82	0,82	0,90	1,02

SOLUTION

Dans le cadre de cet exemple, on peut donc écrire que $D_{2017} = D_{2007}(1 + g)^{10}$ ou encore ceci :

$$g = \left(\frac{D_{2017}}{D_{2007}}\right)^{1/10} - 1 = \left(\frac{1,02}{0,5}\right)^{1/10} - 1 = (2,04)^{1/10} - 1 = 7,39\ \%$$

Le taux de croissance du dividende est donc de 7,39 %.

EXEMPLE 4.18

On vous demande d'estimer le taux de croissance de l'entreprise MontréalCell inc. à partir des informations suivantes.

Année	0 2012	1 2013	2 2014	3 2015	4 2016	5 2017
Dividende par action	0,75	0,90	1,00	0,40	0,42	0,45

Vous savez que cette société, jugeant le prix de ses actions trop élevé, a procédé à un fractionnement d'action de trois pour une en 2015. En d'autres mots, elle a remplacé chacune de ses anciennes actions valant 75 $ par trois nouvelles actions valant 25 $.

SOLUTION

Avant d'estimer g, il faut d'abord ajuster le dividende pour le fractionnement. S'il n'y avait pas eu de fractionnement, le dividende de 2017 aurait été de $0{,}45 \times 3 = 1{,}35$ \$.

$$\text{Donc}: g = \left(\frac{D_{2017\text{ ajusté}}}{D_{2012}}\right)^{1/5} - 1 = \left(\frac{1{,}35}{0{,}75}\right)^{1/5} - 1 = (1{,}8)^{1/5} - 1 = 12{,}47\ \%$$

QUESTION ÉCLAIR 4.2

Peut-on utiliser le modèle de Gordon pour évaluer le prix d'une action si le taux de croissance du dividende est supérieur au taux d'actualisation ?

Le modèle à taux de croissance non constant ou à deux phases de croissance

L'hypothèse de taux de croissance constant jusqu'à l'infini n'est pas toujours appropriée, du moins dans certaines circonstances. Par exemple, les petites entreprises peuvent connaître une forte croissance pendant la phase de démarrage avant de revenir à la normale à mesure qu'elles atteignent leur maturité. On peut aussi envisager des cas pour lesquels le taux de croissance est indéterminé pendant une période de temps, puis constant par la suite jusqu'à l'infini.

Il est possible d'utiliser l'équation ci-dessous dans les cas où on a deux taux de croissance, un pour chacune des deux phases de croissance. On parle alors d'un modèle à deux phases de croissance.

$$P_0 = \frac{D_1}{r_{AO} - g_1}\left[1 - \left(\frac{1+g_1}{1+r_{AO}}\right)^N\right] + \frac{D_{N+1}}{(r_{AO} - g_2)(1+r_{AO})^N}$$

ÉQUATION 4.13

où

N représente la durée de la première phase de croissance ;
g_1 représente le taux de croissance pendant les N périodes que dure la première phase ;
g_2 représente le taux de croissance jusqu'à l'infini après les N premières périodes de croissance ;
D_{N+1} représente le dividende de l'année $N + 1$.

Les autres variables sont définies comme précédemment.

EXEMPLE 4.19

La société Pavage-Plus inc. vient de verser un dividende de 1,50 \$ par action. Elle prévoit un taux de croissance de 20 % par année pendant les trois prochaines années. Après, le taux de croissance reviendra à un niveau plus soutenable de 5 % par année, et ce, jusqu'à l'infini. On vous demande d'estimer le prix des actions de Pavage-Plus si le taux de rendement exigé par les investisseurs est de 10 %.

SOLUTION

$r_{AO} = 10\ \%$; $g_1 = 20\ \%$; $g_2 = 5\ \%$

Ce problème peut être résolu de deux façons. La première, qui est plus générale, consiste à calculer, un par un, les dividendes pendant la première phase de croissance avant de procéder à l'évaluation du prix en utilisant l'équation 4.6 (*voir p. 160*). La deuxième façon requiert l'utilisation de l'équation 4.13.

SOLUTION (*suite*)

Avec la première façon, on calcule d'abord les dividendes pendant la première phase de croissance.

$D_0 = 1{,}50$

$D_1 = D_0(1 + g_1) = 1{,}50(1{,}20) = 1{,}80$

$D_2 = D_1(1 + g_1) = 1{,}80(1{,}20) = 2{,}16$

$D_3 = D_2(1 + g_1) = 2{,}16(1{,}20) = 2{,}59$

Pendant la deuxième phase, le taux de croissance du dividende est de 5 % jusqu'à l'infini.

$D_4 = D_3(1 + g_2) = 2{,}59(1{,}05) = 2{,}72$

On peut calculer P_3 connaissant D_4 et sachant que le taux croissance est constant jusqu'à l'infini à partir de la quatrième année.

$$P_3 = \frac{D_4}{(r_{AO} - g_2)} = \frac{2{,}72}{0{,}10 - 0{,}05} = \frac{2{,}72}{0{,}05} = 54{,}44\ \$$$

Connaissant P_3, on peut ensuite calculer P_0 en utilisant l'équation 4.6 (*voir p. 160*).

$$P_0 = \frac{D_1}{(1 + r_{AO})} + \frac{D_2}{(1 + r_{AO})^2} + \frac{D_3 + P_3}{(1 + r_{AO})^3}$$

$$= \frac{1{,}80}{(1{,}10)} + \frac{2{,}16}{(1{,}10)^2} + \frac{57{,}03}{(1{,}10)^3} = 46{,}27\ \$$$

On peut également obtenir le même résultat en utilisant la calculatrice Sharp EL-738C ou la calculatrice Texas Instruments BA II Plus.

Avec la calculatrice Sharp EL-738C, nous obtenons :

Instruction	Sharp EL-738C	
	Touche	**Affichage**
Remettre la mémoire à zéro	CFi 2ndF CA	0.00
Entrer les flux monétaires (les dividendes)[5]	0 ENT	DATA SET : CF 0.00
	1.80 ENT	DATA SET : CF 1.00
	2.16 ENT	DATA SET : CF 2.00
	57.03 ENT	DATA SET : CF 3.00
Revenir à l'affichage initial en mode normal	ON/C	0.00
Entrer le taux d'actualisation	2ndF CFi 2ndF CA	RATE (I/Y) = 0.00
	10 ENT	RATE (I/Y) = 10.00
	▼ COMP	NET_PV = 46.27

5. La calculatrice commence toujours par la période zéro. Nous entrons zéro, car nous n'avons pas à tenir compte du dividende de la période zéro.

SOLUTION (*suite*)

L'écran affiche 46.27, ce qui correspond au prix de l'action, soit 46,27 $. Avec la calculatrice Texas Instruments BA II Plus, nous obtenons :

Instruction	Texas Instruments BA II Plus	
	Touche	**Affichage**
Remettre la mémoire à zéro	CF 2ND CLR WORK CA	$CF_0 = 0.00$
Entrer les flux monétaires (les dividendes)[6]	0 ENTER	$CF_0 = 0.00$
	↓ 1.80 ENTER	CO1 = 1.80
	↓	F01 = 1.00
	↓ 2.16 ENTER	CO2 = 2.16
	↓	FO2 = 1.00
	↓ 57.03 ENTER	CO3 = 57.03
	↓	F03 = 1.00
Entrer le taux d'actualisation	NPV	I = 0.00
	10 ENTER	I = 10
	↓ CPT	NPV = 46.27

L'écran affiche 46.27, ce qui correspond au prix de l'action, soit 46,27 $.

La deuxième façon requiert l'utilisation de l'équation 4.13 (*voir p. 165*), comme suit :

$$P_0 = \frac{D_1}{r_{AO} - g_1}\left[1 - \left(\frac{1+g_1}{1+r_{AO}}\right)^N\right] + \frac{D_{N+1}}{(r_{AO} - g_2)(1+r_{AO})^N}$$

$$= \frac{D_1}{r_{AO} - g_1}\left[1 - \left(\frac{1+g_1}{1+r_{AO}}\right)^3\right] + \frac{D_4}{(r_{AO} - g_2)(1+r_{AO})^N}$$

$$= \frac{1,80}{0,1 - 0,20}\left[1 - \left(\frac{1,20}{1,10}\right)^3\right] + \frac{2,72}{(0,10 - 0,05)(1,10)^3}$$

$$= 5,37 + 40,90 = 46,27 \text{ \$}$$

4.3 Les actions privilégiées

Les **actions privilégiées** sont considérées comme des **titres hybrides**, puisqu'elles sont semblables aux actions ordinaires sur certains aspects et analogues aux obligations sur d'autres aspects.

Comme les actions ordinaires, les actions privilégiées représentent des titres de propriété de l'entreprise. Les dividendes privilégiés sont ainsi payés à partir du bénéfice après impôts. Toutefois, comme leur nom l'indique, les actions privilégiées bénéficient d'un traitement

6. La calculatrice commence toujours par la période zéro. Nous entrons zéro, car nous n'avons pas à tenir compte du dividende de la période zéro.

préférentiel par rapport aux actions ordinaires. En particulier, les actionnaires privilégiés ont une préséance sur les actionnaires ordinaires pour la distribution des dividendes ou des actifs de l'entreprise dans les cas de liquidation. Par exemple, une entreprise ne peut payer des dividendes ordinaires si elle n'a pas, au préalable, été capable de remplir ses engagements concernant le paiement de dividendes privilégiés.

Comme les obligations, les actions privilégiées ont une valeur nominale et un dividende fixe dont le paiement doit être honoré avant tout paiement de dividendes ordinaires. Cependant, contrairement aux paiements des coupons sur les obligations, lesquels sont des engagements contractuels, les dividendes privilégiés sont octroyés par le conseil d'administration, et le fait que l'entreprise ne puisse les payer n'est pas légalement considéré comme une faillite.

De plus, même si les actions privilégiées sont légalement considérées comme des titres de propriété, les détenteurs n'ont aucun droit de vote.

Le tableau 4.3 résume les caractéristiques des trois modes de financement des entreprises couverts dans ce chapitre. Les caractéristiques des actions privilégiées communes à l'un ou l'autre des deux autres titres financiers (actions ou obligations) sont indiquées en grisé.

TABLEAU 4.3 Les caractéristiques communes des actions ordinaires, des actions privilégiées et des obligations

Caractéristiques	Actions ordinaires	Actions privilégiées	Obligations
Nature du titre	Titre de propriété	Titre de propriété	Titre de créance
Échéance	Pas d'échéance fixe	Pas d'échéance fixe	Échéance fixe
Fiscalité de la rémunération du détenteur	Dividendes non déductibles d'impôts (dividendes payés sur le bénéfice après impôts)	Dividendes non déductibles d'impôts (dividendes payés sur le bénéfice après impôts)	Coupon déductible d'impôts
Conséquence probable en cas de non-paiement de la rémunération due au détenteur	Le non-paiement des dividendes n'entraîne pas la faillite.	Le non-paiement des dividendes n'entraîne pas la faillite.	Le non-paiement des coupons peut entraîner la faillite.
Nature de la rémunération du détenteur	Dividende variable	Dividende fixe	Coupon fixe
Droit de vote	Oui	Non	Non
Spécification ou non d'une valeur nominale	Oui	Le plus souvent non, mais parfois oui	Oui
Priorité en cas de liquidation	Aucune priorité. Occupe le dernier rang.	Préséance sur les actionnaires ordinaires pour la distribution des dividendes ou des actifs de la société dans les cas de liquidation	Préséance sur les actionnaires ordinaires et privilégiés pour la distribution des dividendes ou des actifs de la société dans les cas de liquidation

4.3.1 L'évaluation du prix d'une action privilégiée

Convenons des notations décrites dans l'encadré 4.3 avant d'aborder l'évaluation du prix des actions privilégiées.

ENCADRÉ 4.3 Les notations relatives aux actions privilégiées

P_t = Prix d'une action au temps t. P_0 représente donc le prix de l'action en date d'aujourd'hui.

D_{AP} = Dividende périodique sur l'action privilégiée.

r_{AP} = Taux de rendement périodique exigé par les actionnaires privilégiés.

VN = Valeur nominale.

Comme nous l'avons déjà mentionné, les actions privilégiées n'ont pas d'échéance et versent des dividendes fixes. Nous pouvons donc considérer que l'action privilégiée offre des promesses de paiement de dividendes fixes jusqu'à l'infini. L'action privilégiée peut donc être évaluée comme une action ordinaire en considérant que le taux de croissance *g* est égal à zéro. En conséquence, le prix des actions privilégiées peut être tiré de l'équation 4.9 (*voir p. 163*), laquelle permet d'évaluer le prix d'une action ordinaire, avec *g* égal à zéro. Nous obtenons donc :

$$P_0 = \frac{D_{AP}}{r_{AP}}$$

ÉQUATION 4.14

Le prix d'une action privilégiée n'est donc rien d'autre que la valeur actuelle d'une perpétuité constante.

EXEMPLE 4.20

La société DUN Canada inc. a actuellement des actions privilégiées en circulation qui paient un dividende privilégié de 6 $. Quel devrait être le prix des actions privilégiées de cette société si les investisseurs exigent un rendement de 15 % ?

SOLUTION

$D_{AP} = 5; r_{AP} = 15\ \%$

$$P_0 = \frac{D_{AP}}{r_{AP}} = \frac{6}{0{,}15} = 40\ \$$$

Les actions privilégiées de DUN Canada devraient donc se vendre à 40 $.

QUESTION ÉCLAIR 4.3

Quelle est la différence fondamentale entre le modèle d'évaluation des actions ordinaires et celui des actions privilégiées ?

4.3.2 Le calcul du rendement réalisé par l'investisseur

Jusqu'à présent, que ce soit dans la section 4.2 (*voir p. 157*) sur les actions ordinaires ou dans la section 4.3 sur les actions privilégiées, nous avons surtout évalué le prix des actions en tenant compte du rendement requis par les investisseurs au moment de l'achat. Or, le rendement requis n'est rien d'autre que le rendement espéré par les investisseurs sur une action donnée compte tenu de son risque. La réalité peut être tout autre en raison justement de ce risque. En conséquence, dans la très grande majorité des cas où l'on est en situation de risque, le rendement réalisé sera supérieur (cas de variation favorable des prix) ou inférieur (cas de variation défavorable des prix), et rarement égal (aucune variation) au rendement espéré.

L'exemple 4.21 montre comment calculer le rendement réalisé en présence ou non de l'impôt personnel avec différents taux de réinvestissement des dividendes. Notons que le calcul du rendement réalisé est le même pour les actions ordinaires et pour les actions privilégiées.

EXEMPLE 4.21

Clara vient de vendre au prix de 12 $ les actions de l'entreprise Les Peintures VLT inc. acquises il y a trois ans au prix de 10 $. Entre-temps, elle a encaissé des dividendes de 1 $ à la fin de la première année, 1,10 $ à la fin de la deuxième année et 1,25 $ à la fin de la troisième année, juste avant la revente des actions. On vous demande de calculer le rendement réalisé par Clara en supposant que :

EXEMPLE 4.21 (*suite*)

Hypothèse 1 : Les dividendes ont été réinvestis et ont rapporté un rendement de 5 %.

Hypothèse 2 : Les dividendes n'ont pas été réinvestis.

Hypothèse 3 : Les dividendes ont été réinvestis à 5 %, mais Clara veut que vous teniez compte, dans le calcul du rendement réalisé, de son taux d'imposition personnel sur les dividendes, qui est de 25 %, compte tenu du crédit d'impôt et du fait que 50 % du gain en capital est imposable à un taux de 30 %.

SOLUTION

$D_1 = 1$ \$; $D_2 = 1{,}10$ \$; $D_3 = 1{,}25$ \$; $P_0 = 10$ \$; prix de vente $= P_3 = 12$ \$; t_p = taux d'imposition ; t_{pd} = taux d'imposition tenant compte du crédit d'impôt sur les dividendes.

Comme pour les obligations, il est plus facile de calculer le rendement réalisé en trois étapes.

Étape 1 : Calculer la valeur future des dividendes.

Étape 2 : Calculer la valeur future totale des dividendes ainsi que le prix de revente.

Étape 3 : Calculer le rendement réalisé.

Hypothèse 1 : Les dividendes ont été réinvestis et ont rapporté un rendement de 5 %.

Étape 1 : Calculer la valeur future des dividendes.

Notre investisseuse a perçu trois dividendes qu'elle a réinvestis au taux de 5 %. La valeur finale de ces dividendes est de :

$$\begin{aligned}\text{VF} &= D_1(1+r)^2 + D_2(1+r) + D_3\\ &= 1 \times (1{,}05)^2 + 1{,}1 \times (1{,}05) + 1{,}25\\ &= 1{,}1025 + 1{,}155 + 1{,}25\\ &= 3{,}5075\end{aligned}$$

Étape 2 : Calculer la valeur future totale $(\text{ST}_{\text{future}})$.

Non seulement notre investisseuse aura accumulé les dividendes, mais elle percevra également le prix de revente.

$\text{ST}_{\text{future}}$ = Valeur future des dividendes + Prix de revente

$\text{ST}_{\text{future}} = 3{,}5075 + 12 = 15{,}5075$ \$

Au total, Clara aura dépensé un montant de 10 \$ qui lui aura permis de cumuler au bout de trois ans une somme totale $(\text{ST}_{\text{future}})$ de 15,5075 \$.

Étape 3 : Calculer le taux de rendement réalisé $(r_{\text{AO\_r}})$.

$\text{ST}_{\text{future}}$ (15,5075 \$) représente la valeur future d'une somme de P_0 (10 \$) capitalisée à un taux annuel de $r_{\text{AO\_r}}$. Nous pouvons utiliser l'équation 2.8 (*voir p. 29*) pour calculer $r_{\text{AO\_r}}$.

$$P_0\left(1 + r_{\text{AO\_r}}\right)^N = \text{ST}_{\text{future}}$$
$$10\left(1 + r_{\text{AO\_r}}\right)^3 = 15{,}5075$$

SOLUTION (*suite*)

$$\left(1+r_{\text{AO\_r}}\right)^3 = \frac{15{,}5075}{10}$$
$$\left(1+r_{\text{AO\_r}}\right)^3 = 1{,}550\ 75$$
$$\left(1+r_{\text{AO\_r}}\right) = (1{,}550\ 75)^{1/3}$$
$$r_{\text{AO\_r}} = (1{,}550\ 75)^{1/3} - 1$$
$$r_{\text{AO\_r}} = 15{,}75\ \%$$

Avec la calculatrice financière et les valeurs N = 3 ; PMT = 0 ; PV = −10 ; FV = 15.5075 ; COMP I/Y, on obtient donc 15,75 % comme taux annuel réalisé.

Hypothèse 2 : Les dividendes n'ont pas été réinvestis.

On procède de la même manière que pour l'hypothèse précédente. Après tout, cette hypothèse revient tout simplement à avoir un taux de réinvestissement nul.

Étape 1 : Calculer la valeur future des dividendes.

Notre investisseuse a perçu trois dividendes qu'elle n'a pas réinvestis.

$$\begin{aligned} \text{VF} &= D_1 + D_2 + D_3 \\ &= 1 + 1{,}1 + 1{,}25 \\ &= 3{,}35 \end{aligned}$$

Étape 2 : Calculer la valeur future totale $(\text{ST}_{\text{future}})$.

Non seulement notre investisseuse aura accumulé les dividendes, mais elle percevra également le prix de revente.

$\text{ST}_{\text{future}}$ = Valeur future des dividendes + Prix de revente

$\text{ST}_{\text{future}} = 3{,}35 + 12 = 15{,}35$ \$

Au total, Clara aura dépensé un montant de 10 \$ qui lui aura permis de cumuler au bout de trois ans une somme totale $(\text{ST}_{\text{future}})$ de 15,35 \$.

Étape 3 : Calculer le taux de rendement réalisé $(r_{\text{AO\_r}})$.

$\text{ST}_{\text{future}}$ (15,35 \$) représente la valeur future d'une somme de P_0 (10 \$) capitalisée à un taux annuel de $r_{\text{AO\_r}}$. Nous pouvons utiliser l'équation 2.8 (*voir p. 29*) pour calculer $r_{\text{AO\_r}}$.

$$P_0\left(1+r_{\text{AO\_r}}\right)^N = \text{ST}_{\text{future}}$$
$$10\left(1+r_{\text{AO\_r}}\right)^3 = 15{,}35$$
$$\left(1+r_{\text{AO\_r}}\right)^3 = \frac{15{,}35}{10}$$
$$\left(1+r_{\text{AO\_r}}\right)^3 = 1{,}535$$
$$\left(1+r_{\text{AO\_r}}\right) = (1{,}535)^{1/3}$$
$$r_{\text{AO\_r}} = (1{,}535)^{1/3} - 1$$
$$r_{\text{AO\_r}} = 15{,}35\ \%$$

Avec la calculatrice financière et les valeurs N = 3 ; PMT = 0 ; PV = −10 ; FV = 15.35 ; COMP I/Y, on obtient donc 15,35 % comme taux annuel réalisé.

SOLUTION (*suite*)

Hypothèse 3 : Les dividendes ont été réinvestis à 5 %, mais Clara veut que vous teniez compte, dans le calcul du rendement réalisé, de son taux d'imposition personnel sur les dividendes, qui est de 25 %, compte tenu du crédit d'impôt et du fait que 50 % du gain en capital est imposable à 30 %.

Étape 1 : Calculer la valeur future des dividendes.

Notre investisseuse a perçu trois dividendes qu'elle a réinvestis après impôts au taux de 5 %. La valeur finale de ces dividendes après impôts est de :

$$
\begin{aligned}
\mathrm{VF} &= D_1(1-t_{\mathrm{pd}})(1+r)^2 + D_2(1-t_{\mathrm{pd}})(1+r) + D_3(1-t_{\mathrm{pd}}) \\
&= 1\times(1-0,25)\times(1,05)^2 + 1,1\times(1-0,25)\times(1,05) + 1,25\times(1-0,25) \\
&= 0,8269 + 0,8663 + 0,9375 \\
&= 2,6307
\end{aligned}
$$

Étape 2 : Calculer la valeur future totale $(\mathrm{ST}_{\mathrm{future}})$.

Non seulement notre investisseuse aura accumulé les dividendes réinvestis après impôts, mais elle percevra également le prix de revente moins l'impôt sur le gain en capital ou une récupération d'impôt sur la perte en capital.

$\mathrm{ST}_{\mathrm{future}}$ = Valeur future des dividendes après impôts + Prix de revente − Impôt sur le gain en capital

Il est important de noter que seulement 50 % du gain en capital est imposable.

Prix de vente net d'impôt $= \mathrm{PV}_{\mathrm{net}} = \mathrm{PV} - (\mathrm{VF} - P_0)\times 0,5 \times t_{\mathrm{p}} = 12 - (12-10)\times 0,5\times 0,3$
$= 11,70$ \$

$\mathrm{ST}_{\mathrm{future}}$ = Valeur future des dividendes après impôts + $\mathrm{PV}_{\mathrm{net}}$

$\mathrm{ST}_{\mathrm{future}} = 2,6307 + 11,70 = 14,3307$ \$

Au total, Clara aura dépensé un montant de 10 \$ qui lui aura permis de cumuler au bout de trois ans une somme totale $(\mathrm{ST}_{\mathrm{future}})$ de 14,3307 \$.

Étape 3 : Calculer le taux de rendement réalisé $(r_{\mathrm{AO\_r}})$.

$\mathrm{ST}_{\mathrm{future}}$ (14,3307 \$) représente la valeur future d'une somme de P_0 (10 \$) capitalisée à un taux annuel de $r_{\mathrm{AO\_r}}$. Nous pouvons utiliser l'équation 2.8 (*voir p. 29*) pour calculer $r_{\mathrm{AO\_r}}$.

$$
\begin{aligned}
P_0\left(1+r_{\mathrm{AO\_r}}\right)^N &= \mathrm{ST}_{\mathrm{future}} \\
10\left(1+r_{\mathrm{AO\_r}}\right)^3 &= 14,3307 \\
\left(1+r_{\mathrm{AO\_r}}\right)^3 &= \frac{14,3307}{10} \\
\left(1+r_{\mathrm{AO\_r}}\right)^3 &= 1,433\,07 \\
\left(1+r_{\mathrm{AO\_r}}\right) &= (1,433\,07)^{1/3} \\
r_{\mathrm{AO\_r}} &= (1,433\,07)^{1/3} - 1 \\
r_{\mathrm{AO\_r}} &= 12,74\ \%
\end{aligned}
$$

Avec la calculatrice financière et les valeurs N = 3 ; PMT = 0 ; PV = −10 ; FV = 14.3307 ; COMP I/Y, on obtient donc 12,74 % comme taux annuel réalisé.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé les principaux titres financiers utilisés par les entreprises pour financer leurs activités à long terme, à savoir les obligations ainsi que les actions ordinaires et privilégiées. Nous avons ainsi montré que la valeur de chacun de ces titres financiers est égale à la valeur actualisée des flux monétaires que leurs détenteurs espèrent en tirer.

Sur cette base, nous avons appris à calculer la valeur des obligations. Celle-ci est égale à la valeur actualisée des flux monétaires futurs, c’est-à-dire les coupons perçus pendant la période de détention et la valeur nominale reçue à l’échéance, le tout actualisé au taux de rendement requis par les investisseurs sur des obligations avec des caractéristiques similaires. Nous avons vu que le prix des obligations est inversement lié au taux de rendement du marché en raison du fait que le taux de coupon et l’échéance des obligations sont fixés au moment de l’émission. En effet, quand les taux augmentent, les investisseurs vont chercher à investir dans de nouveaux titres offrant des rendements à la hauteur des taux d’intérêt en vigueur. Puisque le taux de coupon est fixe, la baisse du prix est la seule façon d’ajuster le rendement sur l’obligation au même niveau que les taux d’intérêt en vigueur. L’inverse est vrai dans le cas d’une baisse des taux d’intérêt.

Contrairement aux obligations, les actions n’ont pas d’échéance connue. Leur prix est donc égal à la valeur actualisée au taux de rendement requis par les investisseurs des dividendes futurs jusqu’à l’infini. La difficulté de faire des prévisions sur une longue période amène à formuler des hypothèses sur l’évolution temporelle des dividendes. En supposant un taux de croissance constant des dividendes jusqu’à l’infini, on a vu que le prix d’une action ordinaire est égal au dividende qu’elle promet au temps 1 divisé par la différence entre le taux de rendement requis et le taux de croissance du dividende. Ce modèle est valable si le taux de rendement est supérieur au taux de croissance du dividende. Ce modèle est aussi valable pour les actions privilégiées. Le dividende privilégié étant fixe, son taux de croissance est donc nul. Le prix de l’action privilégiée se résume donc au dividende privilégié divisé par le taux de rendement requis par les actionnaires.

L’évaluation du prix et du rendement que nous avons abordée dans ce chapitre est à la base du calcul du coût du capital de l’entreprise que nous verrons dans le chapitre 5. En finance, le rendement pour l’une des parties impliquées dans une transaction représente le coût pour l’autre partie.

POINTS SAILLANTS

- La valeur d’un titre financier est égale à la valeur des flux monétaires futurs que le détenteur espère en tirer, actualisée au taux de rendement requis par les investisseurs sur le marché.
- Pour évaluer la valeur d’un actif, il faut :
  - estimer la valeur des flux monétaires futurs ;
  - déterminer le taux de rendement exigé, ou taux d’actualisation. Ce taux dépend du degré de risque de la série de flux monétaires ;
  - calculer la valeur actualisée des flux monétaires futurs. Cette valeur représente ce que vaut l’actif.
- La valeur d’une obligation est égale à la valeur actualisée au taux de rendement à l’échéance des coupons et du remboursement de la valeur nominale à l’échéance.
- Le rendement à l’échéance correspond au rendement qu’obtient le détenteur s’il garde l’obligation jusqu’à l’échéance et que les taux d’intérêt ne fluctuent pas, c’est-à-dire que le détenteur réinvestit chaque fois les coupons reçus au taux de rendement à l’échéance.
- Une obligation se vend à escompte quand son prix est inférieur à sa valeur nominale. Son taux de rendement à l’échéance est alors supérieur au taux de coupon. Une obligation se vend à prime quand son taux est supérieur à sa valeur nominale. Par conséquent, son taux de rendement à l’échéance est inférieur au taux de coupon. Une obligation se vend au pair quand son prix est égal à sa valeur nominale et que, par conséquent, le taux de rendement à l’échéance est égal au taux de coupon.
- L’évaluation d’une obligation entre deux dates de paiement de coupons est plus complexe, car chacune des deux parties à la transaction, le vendeur et l’acheteur, a droit à seulement une fraction du prochain coupon. Pour calculer le prix des obligations affiché dans les journaux financiers, il faut :
  - calculer le prix juste après le paiement du dernier coupon reçu par le vendeur ;
  - capitaliser le montant obtenu à l’étape 1 jusqu’à la date d’évaluation. La valeur obtenue à cette étape est appelée « prix de règlement ». C’est le prix que l’acheteur va effectivement payer pour acquérir les obligations ;

– calculer les intérêts courus (IC) qu'il faut ensuite soustraire du prix de règlement pour obtenir le prix affiché dans le journal.

- L'investissement dans des titres obligataires comporte trois principaux types de risques :
  - le risque de prix, soit le risque que les taux d'intérêt augmentent et que les prix baissent au moment où l'on voudra revendre nos obligations ;
  - le risque de réinvestissement, soit le risque que les taux d'intérêt baissent et que l'investisseur ne puisse réinvestir les coupons perçus au taux de rendement à l'échéance qui était en vigueur au moment de l'acquisition des obligations ;
  - le risque de défaut, soit le risque que l'émetteur des obligations ne puisse pas, comme promis, honorer ses engagements envers les détenteurs en ce qui concerne le paiement des coupons ou encore le remboursement de la valeur nominale à l'échéance.
- Les actionnaires ordinaires sont les propriétaires de l'entreprise. Ils ont un droit de vote sur toutes les questions soumises lors des assemblées des actionnaires, comme l'élection des membres du conseil d'administration qui, à leur tour, élisent les gestionnaires de l'entreprise, le choix de l'auditeur externe de la société, les décisions à prendre lors des fusions ou des acquisitions, etc.
- Les actionnaires ordinaires sont considérés comme des créanciers résiduels. Ils sont les derniers sur la liste de tous ceux qui ont des créances sur les actifs et les revenus de l'entreprise aussi bien dans le cas de faillite et de liquidation des actifs que dans le cours normal des activités de l'entreprise.
- Selon le modèle général d'actualisation des dividendes, le prix d'une action est égal à la valeur actualisée des dividendes futurs jusqu'à l'infini. Ce modèle est très peu pratique, voire inutilisable, en raison de la difficulté à obtenir des prévisions fiables des dividendes futurs sur une très longue période.
- Le modèle de Gordon, ou modèle à taux de croissance constant du dividende, plus utilisé en pratique, suppose que :
  - le taux de croissance des dividendes est constant jusqu'à l'infini ;
  - le taux de croissance est inférieur au rendement exigé par les investisseurs.

  Ce modèle permet également d'évaluer les actions privilégiées. Dans ce cas, le taux de croissance est égal à zéro.
- Au moment de la revente d'un titre, le prix d'achat, le prix de revente et le taux de réinvestissement des flux monétaires (coupons ou dividendes) perçus pendant que l'on détenait le titre sont connus. Pour obtenir le rendement réalisé sur les obligations ou les actions, il faut :
  - calculer la valeur accumulée des coupons ou des dividendes perçus en fonction de leur taux de réinvestissement jusqu'à la date de revente ;
  - calculer la valeur future totale, qui est égale à la valeur accumulée des coupons ou des dividendes, plus la valeur de revente du titre ;
  - calculer le taux de rendement réalisé sur la période de détention comme étant égal au taux qui rend le prix d'achat égal à la valeur actualisée de la valeur future totale calculée à l'étape précédente.

LISTE DES PRINCIPALES ÉQUATIONS UTILISÉES DANS LE CHAPITRE 4

Description	Équation
4.1 Les coupons semestriels sur une obligation	$C = \frac{c \times \text{VN}}{2}$
4.2 Le prix d'une obligation	$P_0 = C\left[\frac{1-\left(1+r_s\right)^{-N}}{r_s}\right] + \text{VN}\left(1+r_s\right)^{-N}$
4.3 Le prix d'une obligation à coupon zéro	$P_0 = \text{VN}\left(1+r_s\right)^{-N}$
4.4 Le prix d'une action ordinaire sur une période	$P_0 = \frac{D_1 + P_1}{\left(1+r_{AO}\right)}$

Description	Équation
4.5 Le rendement d'une action ordinaire sur une période	$r_{AO} = \dfrac{P_1 - P_0 + D_1}{P_0}$
4.6 Le prix d'une action dans un contexte multipériodique	$P_0 = \dfrac{D_1}{(1+r_{AO})} + \dfrac{D_2}{(1+r_{AO})^2} + \dfrac{D_3}{(1+r_{AO})^3} + \cdots + \dfrac{D_N + P_N}{(1+r_{AO})^N}$
4.7 Le prix d'une action selon le modèle général d'actualisation des dividendes	$P_0 = \dfrac{D_1}{(1+r_{AO})} + \dfrac{D_2}{(1+r_{AO})^2} + \dfrac{D_3}{(1+r_{AO})^3} + \cdots + \dfrac{D_\infty}{(1+r_{AO})^\infty} = \sum_{t=1}^{\infty} \dfrac{D_t}{(1+r_{AO})^t}$
4.8 La valeur future du dividende	$D_N = D_0(1+g)^N$
4.9 Le modèle à taux de croissance constant du dividende, ou modèle de Gordon, d'évaluation du prix d'une action	$P_0 = \dfrac{D_0(1+g)}{(r_{AO} - g)} = \dfrac{D_1}{(r_{AO} - g)}$
4.10 Le rendement d'une action selon le modèle de Gordon	$r_{AO} = \dfrac{D_1}{P_0} + g$
4.11 Le taux de croissance du dividende (à partir du rendement d'une action)	$g = r_{AO} - \dfrac{D_1}{P_0}$
4.12 Le taux de croissance du dividende	$g = \left(\dfrac{D_N}{D_0}\right)^{1/N} - 1$
4.13 Le modèle à deux taux de croissance d'évaluation du prix des actions	$P_0 = \dfrac{D_1}{r_{AO} - g_1}\left[1 - \left(\dfrac{1+g_1}{1+r_{AO}}\right)^N\right] + \dfrac{D_{N+1}}{(r_{AO} - g_2)(1+r_{AO})^N}$
4.14 Le prix d'une action privilégiée	$P_0 = \dfrac{D_{AP}}{r_{AP}}$

L'essentiel pour réussir son cours de gestion financière

PROBLÈMES DE RÉVISION ET SOLUTIONS

Problème de révision 4.1

Tom, un investisseur prudent, hésite entre l'achat de l'une ou l'autre des deux obligations suivantes ayant des échéances différentes, mais les mêmes caractéristiques :

- Obligation A : taux de coupon = 10 % payable semestriellement ; valeur nominale = 1 000 $; échéance = 5 ans.
- Obligation B : taux de coupon = 10 % payable semestriellement ; valeur nominale = 1 000 $; échéance = 10 ans.

a) Remplissez le tableau ci-dessous après avoir calculé le prix des obligations A et B pour les trois taux de rendement à l'échéance suivants : 8 %, 10 % et 12 %.

Prix de l'obligation A	Prix de l'obligation B	Taux de rendement à l'échéance
?	?	8 %
?	?	10 %
?	?	12 %

b) Quelle obligation Tom devrait-il choisir s'il désire minimiser le risque de taux d'intérêt ?

SOLUTION

Données du problème

	A	B	Notation
Échéance	5	10	E
Nombre de capitalisations	2	2	m
Taux de coupon	10 %	10 %	c
Rendement à l'échéance	8 % ou 10 % ou 12 %	8 % ou 10 % ou 12 %	r_a
Nombre de coupons	10	20	N
Valeur nominale	1 000,00	1 000,00	VN
Prix	?	?	P_0
Coupon	50,00 $	50,00 $	C
Rendement semestriel à l'échéance	4 % ou 5 % ou 6 %	4 % ou 5 % ou 6 %	r_s

a) Avec les calculatrices financières Sharp EL-738C ou Texas Instruments BA II Plus :

	Touche					Affichage
	FV	N	PMT	I/Y	PV	P_0
A	−1000.00	10	−50.00	4.00	COMP	1081.11
A	−1000.00	10	−50.00	5.00	COMP	1000.00
A	−1000.00	10	−50.00	6.00	COMP	926.40
B	−1000.00	20	−50.00	4.00	COMP	1135.90
B	−1000.00	20	−50.00	5.00	COMP	1000.00
B	−1000.00	20	−50.00	6.00	COMP	885.30

Prix de l'obligation A	Prix de l'obligation B	Taux de rendement à l'échéance
1 081,11 $	1 135,90 $	8 %
1 000,00 $	1 000,00 $	10 %
926,40 $	885,30 $	12 %

b) Tom devrait choisir l'obligation A s'il désire minimiser le risque de taux d'intérêt. En effet, comme on peut le constater dans le tableau précédent, les variations du taux de rendement ont moins d'incidence sur le prix de l'obligation. En général, plus l'échéance d'une obligation est courte, moins elle est sujette aux variations de taux d'intérêt.

Problème de révision 4.2

La société Labroue inc. vient de verser un dividende de 1,50 \$ (D_0 = 1,50 \$). Le taux de rendement requis par les investisseurs est de 8 %.

a) Calculez le prix des actions de la société dans chacun des cas suivants :

i) Les dividendes vont croître à un taux constant de 3 % jusqu'à l'infini.

ii) Les dividendes vont croître à un taux de 10 % pendant cinq ans, puis à un taux constant de 2 % jusqu'à l'infini à partir de la sixième année.

b) Quel est le taux constant de croissance des dividendes jusqu'à l'infini permettant d'obtenir le même prix des actions que vous avez calculé à la question **a) ii)** ?

SOLUTION

a) i) $D_0 = 1{,}50\,\$\,;\ g = 3\,\%\,;\ r_{AO} = 8\,\%$

$$D_1 = D_0(1+g) = 1{,}50 \times 1{,}03 = 1{,}545$$

$$P_0 = \frac{D_0(1+g)}{(r_{AO} - g)} = \frac{D_1}{(r_{AO} - g)} = \frac{1{,}545}{0{,}08 - 0{,}03} = \frac{1{,}545}{0{,}05} = 30{,}90\ \$$$

ii) On calcule d'abord les dividendes pendant la première phase de croissance.

$D_0 = 1{,}50\,;\ g_1 = 10\,\%\,;\ g_2 = 2\,\%\,;\ N = 5$

$$D_1 = D_0(1+g_1) = 1{,}5(1{,}10) = 1{,}65$$

$$D_5 = D_0(1+g_1)^5 = 1{,}5(1{,}10)^5 = 2{,}416$$

$$D_6 = D_5(1+g_2) = 2{,}416(1{,}02) = 2{,}464$$

En utilisant l'équation 4.13 (*voir p. 165*) :

$$P_0 = \frac{D_1}{r_{AO} - g_1}\left[1 - \left(\frac{1+g_1}{1+r_{AO}}\right)^N\right] + \frac{D_{N+1}}{(r_{AO} - g_2)(1+r_{AO})^N}$$

$$= \frac{D_1}{r_{AO} - g_1}\left[1 - \left(\frac{1+g_1}{1+r_{AO}}\right)^5\right] + \frac{D_6}{(r_{AO} - g_2)(1+r_{AO})^N}$$

$$= \frac{1{,}65}{0{,}08 - 0{,}10}\left[1 - \left(\frac{1{,}10}{1{,}08}\right)^5\right] + \frac{2{,}464}{(0{,}08 - 0{,}02)(1{,}08)^5}$$

$$= 7{,}927 + 27{,}949 = 35{,}88\ \$$$

b) Avec l'équation 4.11 (*voir p. 164*), on sait que :

$$g = r_{AO} - \frac{D_1}{P_0}$$

Nous aurons donc : $g = 0{,}08 - \dfrac{1{,}65}{35{,}88} = 3{,}40\ \%$

Vérifiez vos réponses.

QUESTIONS

Q4.1 Expliquez la relation entre le prix et le rendement à l'échéance d'une obligation.

Q4.2 Comment le prix d'une obligation varie-t-il à la suite d'une augmentation des taux d'intérêt ? L'échéance de l'obligation a-t-elle une incidence sur la sensibilité du prix de l'obligation, comme à la suite d'une variation des taux d'intérêt ?

Q4.3 Pourquoi considère-t-on les actions privilégiées comme étant des titres hybrides entre les obligations et les actions ordinaires ?

Q4.4 Karine détient des obligations de la société GDE inc. ayant une échéance de 10 ans. Clara, plus jeune, possède des obligations de la société GDE ayant une échéance de 20 ans. Laquelle des deux est plus sujette à un risque de prix ? Expliquez votre réponse.

Q4.5 Pourquoi les actionnaires ordinaires sont-ils considérés comme des créanciers résiduels ?

Q4.6 Pourquoi considère-t-on que l'évaluation des actions est plus difficile que celle des obligations ?

Q4.7 Le prix des actions peut-il être négatif ? Expliquez votre réponse.

Consultez les solutions détaillées.

EXERCICES

E4.1 Les obligations de l'entreprise Coconut inc. ayant une échéance de 15 ans, une valeur nominale de 1 000 $ et un taux de coupon de 5 % payable semestriellement se vendent actuellement à 900 $.

a) Quel est le taux de rendement à l'échéance des obligations Coconut ?

b) Quel est le taux effectif annuel des obligations Coconut ?

c) Supposons que le taux de rendement à l'échéance ne change pas d'ici les cinq prochaines années. Quel sera le prix des obligations Coconut dans cinq ans ?

E4.2 La société Dupont et Dupont inc. a émis des obligations ayant une valeur nominale de 1 000 $, un taux de coupon de 5 % payable semestriellement, une échéance de 10 ans et un rendement à l'échéance de 4 %. À quel prix ces obligations vont-elles se vendre sur le marché ?

E4.3 Quel prix seriez-vous prêt à payer pour acquérir les obligations de l'entreprise de construction ferroviaire Tram inc. ? Tenez compte des informations suivantes : taux de coupon de 6 % payable semestriellement ; échéance de huit ans ; les investisseurs requièrent actuellement un taux de rendement effectif annuel de 10,25 %.

E4.4 Calculez le prix des obligations décrites dans le tableau ci-dessous. Les coupons sont payables semestriellement, et ces obligations ont toutes une valeur nominale de 1 000 $.

Obligation	Taux de coupon	Échéance	Taux de rendement à l'échéance
A	8 %	10 ans	3 %
B	10 %	5 ans	12 %
C	3 %	25 ans	5 %
D	5 %	10 ans	12 %

E4.5 Calculez le taux de rendement à l'échéance des obligations décrites dans le tableau ci-après. Les coupons sont payables semestriellement, et ces obligations ont toutes une valeur nominale de 1 000 $.

Obligation	Taux de coupon	Échéance	Prix
A	4 %	10 ans	950 $
B	12 %	5 ans	1 050 $
C	12 %	25 ans	960 $
D	5 %	25 ans	1 100 $

E4.6 Pour chacune des obligations ci-dessous, indiquez si elles se vendent à prime, à escompte ou au pair.

Obligation	Taux de coupon	Taux de rendement à l'échéance	À prime, à escompte ou au pair
A	6 %	4 %	
B	9 %	12 %	
C	3 %	3 %	
D	5 %	10 %	

E4.7 Nous sommes aujourd'hui le 18 avril 2017. On vous demande de calculer le prix affiché pour 100 $ de valeur nominale, les intérêts courus et la valeur des obligations présentées dans le tableau ci-dessous.

Obligation	Date d'échéance	Taux de coupon	Rendement à l'échéance	Prix affiché (*clean price*)	Intérêts courus	Prix de règlement (*dirty price*)
A	2055-02-15	4 %	2,996 %			
B	2040-08-25	6,11 %	4,209 %			
C	2045-06-18	4,6 %	4,600 %			
D	2042-08-27	4,24 %	4,338 %			

E4.8 Quel est le prix des obligations décrites ci-dessous, toutes émises par l'entreprise AAA inc., ayant une valeur nominale de 1 000 $ et sachant que le taux de rendement requis est actuellement de 6 % ? Cette entreprise vient d'émettre des obligations X ayant une échéance de 15 ans et un taux de coupon de 6 % payable semestriellement. L'entreprise a présentement deux autres séries d'obligations en circulation. La première, les obligations Y, avait été émise il y a 10 ans pour une durée de 25 ans (il reste donc 15 ans d'échéance), avec un taux de coupon de 12 % payable semestriellement. La deuxième, les obligations Z, a été émise il y a 5 ans pour une durée de 20 ans (il reste donc également 15 d'échéance), avec un taux de coupon de 4 % payable semestriellement.

a) Quel est le prix des obligations X, Y et Z ?

b) Dites laquelle ou lesquelles de ces obligations se vendent à prime, au pair ou à escompte.

c) Que pouvez-vous dire de la relation entre le taux de coupon et le prix des obligations ?

E4.9 L'entreprise Casanova inc. a des obligations en circulation ayant une valeur nominale de 1 000 $, un taux de coupon de 6 % payable semestriellement et une échéance de 15 ans.

a) Calculez la valeur de ces obligations si le taux de rendement à l'échéance est de 3 %, de 6 % et de 9 %.

b) Dites laquelle ou lesquelles de ces obligations se vendent à prime, au pair ou à escompte.

c) Que pouvez-vous dire de la relation entre le taux de rendement à l'échéance et le prix des obligations ?

E4.10 Les obligations actuellement en circulation de la société Brille inc., une entreprise aurifère de l'Ouest canadien, ont une valeur nominale de 1 000 $ et un taux de coupon de 5 % payable semestriellement. Supposons que le taux de rendement à l'échéance, qui est actuellement de 8 %, demeure constant jusqu'à l'échéance dans 15 ans.

a) Calculez la valeur des obligations de la société Brille pour une échéance : 1) de 15 ans ; 2) de 10 ans ; 3) de 5 ans ; 4) de 1 an.

b) Toutes choses étant égales par ailleurs et quand le taux de rendement à l'échéance est différent du taux de coupon, que pouvez-vous dire à propos de la valeur des obligations par rapport à leur échéance ?

E4.11 Les obligations actuellement en circulation de la société Lumineuse inc., une entreprise aurifère de l'Est canadien, ont une valeur nominale de 1 000 $ et un taux de coupon de 7 % payable semestriellement. Supposons que le taux de rendement à l'échéance, qui est actuellement de 4 %, demeure constant jusqu'à l'échéance dans 15 ans.

a) Calculez la valeur des obligations de la société Lumineuse pour une échéance : 1) de 15 ans ; 2) de 10 ans ; 3) de 5 ans ; 4) de 1 an.

b) Toutes choses étant égales par ailleurs et quand le taux de rendement à l'échéance est différent du taux de coupon, que pouvez-vous dire à propos de la valeur des obligations par rapport à leur échéance ?

E4.12 À quel prix peut-on espérer vendre les actions ABC dans un an (P_1) sachant que le prix actuel (P_0) est de 75 $, que le dividende de l'année prochaine (D_1) sera de 3 $ et que le taux de rendement requis (r_{AO}) est de 10 % ?

E4.13 Vous détenez actuellement les actions XYZ et espérez percevoir des dividendes de $D_1 = 5$ $ dans un an et de $D_2 = 7{,}50$ $ dans deux ans. Quel est le taux de rendement si le prix actuel P_0 est de 50 $ et que vous estimez que le prix dans deux ans sera de $P_2 = 75$ $?

E4.14 L'entreprise Papineau inc. vient tout juste de verser un dividende de 0,90 $. Vous estimez que les dividendes devraient maintenant croître à un taux constant jusqu'à l'infini. Ce taux serait égal au taux géométrique moyen des cinq dernières années. À quel prix les actions de Papineau devraient-elles se vendre si le taux de rendement requis par les investisseurs est actuellement de 12 % ?

Année	−5	−4	−3	−2	−1	0
Dividende par action	0,60	0,75	0,80	0,82	0,85	0,90

E4.15 Vous avez recueilli les informations ci-dessous sur l'évolution du dividende de l'entreprise Ballon inc. On vous demande de calculer le taux de croissance du dividende sachant que l'entreprise a procédé il y a trois ans à un fractionnement de dividende de trois pour un (trois nouvelles actions pour une ancienne).

Année	−5	−4	−3	−2	−1	0
Dividende par action	0,80	1,20	0,50	0,55	0,60	0,65

E4.16 Vous avez recueilli les informations ci-dessous sur l'évolution du dividende de l'entreprise Magiqua inc. On vous demande de calculer le taux de croissance du dividende sachant que l'entreprise a procédé il y a deux ans à un regroupement d'actions de une pour quatre (une nouvelle action pour quatre anciennes).

Année	−5	−4	−3	−2	−1	0
Dividende par action	0,15	0,16	0,17	0,80	0,85	0,90

E4.17 L’entreprise CTC inc. vient de verser un dividende trimestriel de 0,25 $ (D_0 = 0,25 $). Ce dividende est censé croître à un taux trimestriel de 1,5 % jusqu’à l’infini. Quel serait le prix actuel des actions de CTC si le taux de rendement annuel requis était de 8 % ?

E4.18 Les actions de la société Les Produits chimiques NACL inc. se vendent actuellement à 30 $. Cette société prévoit verser prochainement un dividende trimestriel de 0,50 $ (D_1 = 0,50 $). On vous demande de calculer le taux nominal annuel de rendement requis sachant que le taux de croissance trimestriel du dividende est de 1,25 % jusqu’à l’infini.

E4.19 La société CHP inc. prévoit verser l’année prochaine des dividendes de 0,75 $ (D_1 = 0,75 $). Ce dividende est censé croître à un taux constant de 5 % jusqu’à l’infini. Quel est le prix actuel des actions de CHP si le taux de rendement actuellement requis est de 8 % ?

E4.20 Senfil inc. est une entreprise de haute technologie qui, parce qu’elle est actuellement en pleine croissance, ne paie aucun dividende. Les investisseurs requièrent un taux de rendement de 15 % sur les actions de cette société et espèrent qu’elle commencera à verser des dividendes à partir de la quatrième année. Le dividende espéré de la quatrième année serait de 1,25 $ (D_4 = 1,25 $). Au cours des trois années suivantes (années 5, 6 et 7), le dividende devrait croître à un rythme annuel de 30 %. Mais après, la croissance du dividende devrait se stabiliser à un taux de 5 % jusqu’à l’infini. Quel serait le prix aujourd’hui des actions de Senfil ?

E4.21 Quel est le rendement requis sur les actions privilégiées de la société Go inc. sachant que ses actions se vendent actuellement 40 $ et paient un dividende privilégié de 4 $ par action ?

E4.22 Quel est le prix des actions privilégiées de la société BOBO inc. sachant qu’elles donnent droit à un dividende privilégié de 6 $ et que le taux de rendement requis est de 9 % ?

E4.23 Quel est le taux effectif annuel exigé sur une action privilégiée d’une valeur de 32 $ et qui paie un dividende trimestriel de 1 $?

PROBLÈMES

Consultez les solutions détaillées.

P4.1 Il y a cinq ans, Emma a acheté au prix de 823,90 $ des obligations BB ayant une valeur nominale de 1 000 $ et un taux de coupon de 10 % payable semestriellement. Emma vient de vendre ses obligations, qui offrent maintenant un rendement à l’échéance de 4 % et ont une échéance de 15 ans.

a) Quel était le taux de rendement à l’échéance au moment où Emma a acheté les obligations ?

b) À quel prix Emma a-t-elle pu vendre ses obligations ?

c) Quel est le rendement nominal et effectif réalisé par Emma si elle n’a pas réinvesti les coupons perçus sur ses obligations ?

d) Quel est le rendement nominal et effectif réalisé par Emma si elle a pu réinvestir les coupons perçus au taux de rendement à l’échéance, c’est-à-dire à 4 % (2 % semestriel) ?

e) Quel est le rendement nominal et effectif réalisé par Emma si elle a pu réinvestir les coupons perçus au taux de 9 % (4,5 % semestriel) ?

f) Quel est le rendement nominal et effectif après impôts réalisé par Emma si elle a pu réinvestir les coupons perçus au taux de 9 % (4,5 % semestriel) sachant que son taux d'impôt personnel est de 25 % et que seulement 50 % des gains en capital sont imposables ?

P 4.2 Il y a quatre ans, Césario a acheté au prix de 1 162,22 $ des obligations de la société Grandpas inc. ayant une valeur nominale de 1 000 $ et un taux de coupon de 12 % payable semestriellement. Césario vient de vendre ses obligations, qui offrent toujours un rendement à l'échéance de 8 % et viennent à échéance dans un an.

a) Quel était le taux de rendement à l'échéance au moment où Césario a acheté les obligations ?

b) À quel prix Césario a-t-il pu vendre ses obligations ?

c) Quel est le rendement nominal et effectif réalisé par Césario s'il n'a pas réinvesti les coupons perçus sur ses obligations ?

d) Quel est le rendement nominal et effectif réalisé par Césario s'il a pu réinvestir les coupons perçus au taux de rendement à l'échéance, c'est-à-dire à 8 % (4 % semestriel) ? Que pouvez-vous dire à propos de la définition du taux de rendement à l'échéance ?

e) Quel est le rendement nominal et effectif réalisé par Césario s'il a pu réinvestir les coupons perçus au taux de 4 % (2 % semestriel) ?

f) Quel est le rendement nominal et effectif après impôts réalisé par Césario s'il a pu réinvestir les coupons perçus au taux de 4 % (2 % semestriel) sachant que son taux d'impôt personnel est de 40 % et que seulement 50 % des gains en capital sont imposables ?

P 4.3 On vous demande de calculer le prix des actions de Legolas inc. selon chacun des scénarios suivants, sachant que le taux de rendement requis par les investisseurs sur ces actions est de 14 % et que la société Legolas vient de verser un dividende de 1,50 $.

a) Il y aura une croissance de 25 % du dividende pour chacune des trois prochaines années, suivie par une croissance constante de 6 % jusqu'à l'infini.

b) Il y aura une décroissance de 5 % du dividende pour chacune des trois prochaines années, suivie par une croissance constante de 8 % jusqu'à l'infini.

c) Il y aura une croissance de 40 % du dividende pour chacune des trois prochaines années, suivie par une croissance de 0 % jusqu'à l'infini.

d) La société versera l'année prochaine un dividende de 2 $ (D_1 = 2 $), puis de 2,75 $ la deuxième année (D_2 = 2,75 $) et de 3,75 la troisième année (D_3 = 3,75 $). Après, la croissance du dividende sera stabilisée à un taux constant de 2 % jusqu'à l'infini.

P 4.4 Théoden vient de vendre au prix de 80 $ les actions de la société Rohan inc. acquises il y a quatre ans au prix de 90 $. Entre-temps, Théoden a encaissé des dividendes de 2 $ à la fin de la première année et de 3 $ à la fin de la deuxième année. Après cela, la société a commencé à avoir des difficultés et a décidé de ne plus verser de dividendes. On vous demande de calculer le rendement réalisé par Théoden dans chacune des conditions décrites ci-dessous.

a) Les dividendes n'ont pas été réinvestis.

b) Les dividendes ont été réinvestis et ont rapporté un rendement annuel de 10 %.

c) Les dividendes ont été réinvestis et ont rapporté 10 % annuellement, mais Théoden veut que vous teniez compte de son taux d'imposition personnel sur les dividendes, qui est de 35 %, compte tenu du crédit d'impôt, et du fait que 50 % du gain en capital est imposable à un taux de 45 %.

PROBLÈMES PRÉPARATOIRES AUX EXAMENS

4.1 La société GG inc. vient tout juste de distribuer à ses actionnaires ordinaires un dividende annuel de 1,50 $ par action. La plupart des analystes financiers s'attendent à ce que cette société verse les dividendes suivants au cours des prochaines années :

$D_1 = 1{,}50 \times (1 + 10\ \%)$

$D_2 = D_1 \times (1 + 8\ \%)$

$D_3 = D_2 \times (1 + 6\ \%)$

$D_4 = D_3 \times (1 + 4\ \%)$

À partir de la cinquième année, le dividende de la fin d'année sera constant et égal à $D_4 \times (1 + 2\ \%)$, et ce, jusqu'à l'infini. Étant donné le risque présent, le rendement annuel exigé par les investisseurs sur ce genre de titre est de 14 %.

a) Compte tenu de ces informations, quel est le prix maximal que vous accepteriez de payer pour acquérir l'action ordinaire de GG sur le marché ?

b) Diriez-vous que l'action ordinaire de GG est surévaluée, sous-évaluée ou correctement évaluée par le marché si son prix est de 10 $?

Indice : Une action est : 1) surévaluée si son prix de vente est supérieur au prix calculé ; 2) sous-évaluée si le prix de vente est inférieur au prix calculé ; et 3) correctement évaluée si le prix de vente est égal au prix calculé.

4.2 Un investisseur se porte acquéreur simultanément de deux obligations d'une valeur nominale de 1 000 $ chacune, de même risque et de même échéance. Le taux de rendement exigé par le marché sur ce genre de titre est de 14 % capitalisé semestriellement. Le taux du coupon annuel de la première obligation est de 10 % (les intérêts sont versés semestriellement) et le prix payé pour le titre est de 788,12 $. Quant à la seconde obligation, son taux de coupon est de 12 % (les intérêts sont versés semestriellement). Déterminez le prix payé pour la seconde obligation.

4.3 Sur votre conseil de planificateur financier, Léa a fait l'acquisition des obligations de l'entreprise AHB inc. ayant les caractéristiques suivantes : valeur nominale = 1 000 $; taux de coupon payable semestriellement = 6 % ; échéance = 10 ans ; prix d'achat = 950,91 $.

a) On vous demande :

i) de dire, sans faire de calcul, si le taux actuellement exigé sur les obligations d'AHB (taux de rendement à l'échéance) au moment de l'achat est supérieur ou inférieur au taux de coupon, et d'expliquer votre réponse ;

ii) de calculer le taux de rendement à l'échéance au moment de l'achat des obligations ;

iii) de calculer le taux de rendement nominal et effectif annuel réalisé par Léa selon les deux hypothèses suivantes en supposant qu'elle a gardé les obligations jusqu'à l'échéance :

Hypothèse 1 : Elle a pu réinvestir les coupons au taux de rendement calculé à la sous-question **ii)**.

Hypothèse 2 : Elle a réinvesti les coupons perçus à un taux de rendement nominal de 4 % (2 % semestriel).

b) Comparez les taux calculés selon les deux hypothèses. Que remarque-t-on et pourquoi ?

Consultez la démarche et vérifiez vos réponses.

PROBLÈMES PRÉPARATOIRES AUX EXAMENS (*suite*)

4.4 Vous avez été embauché à titre de consultant pour évaluer la performance d'Enzo, qui est gestionnaire de portefeuille d'un important fonds de pension du Canada. Les dirigeants du fonds sont particulièrement inquiets à propos de l'évolution du prix des actions de l'entreprise Lumière inc. qu'Enzo a acquises il y a cinq ans au coût de 60 $ et qui viennent d'être revendues au prix de 55 $. Le poste d'Enzo est en jeu, mais il se défend en soutenant qu'il ne s'agit pas d'un mauvais investissement, puisque les actions de Lumière ont permis au fonds d'encaisser des dividendes annuels totalisant 35 $ au cours des cinq années :

- 5 $ à la fin de la première année ;
- 6 $ à la fin de la deuxième année ;
- 7 $ à la fin de la troisième année ;
- 8 $ à la fin de la quatrième année ;
- 9 $ à la fin de la cinquième année.

Il soutient également que le rendement réalisé est bien supérieur au taux de 10 % annuel qu'exige le fonds de la part de ses gestionnaires étant donné qu'il a pu réinvestir les dividendes. Il prétend même que l'on devrait lui accorder une prime. Les dirigeants du fonds soutiennent de leur côté qu'Enzo n'a réalisé, au mieux, qu'un rendement de 10 %. Leur raisonnement se base sur le fait que le fonds a engrangé, au cours des cinq années, un gain net de seulement 30 $ (35 $ de dividende et 5 $ de perte sur la vente), ce qui donne un rendement de 50 % (= 30/60) sur cinq ans, soit 10 % annuellement.

a) On vous demande de calculer le rendement réalisé sur l'achat des actions de Lumière en supposant que :
   i) les dividendes n'ont pas été réinvestis ;
   ii) les dividendes ont été réinvestis et ont rapporté un rendement annuel de 7 %.

b) Enzo a-t-il raison de soutenir que sa performance relative au rendement est meilleure que les 10 % exigés ?

CHAPITRE 5

Le coût du capital

Plan du chapitre

L’essentiel pour réussir son cours de gestion financière

- Problèmes de révision et solutions
- Questions
- Exercices
- Problèmes
- Problèmes préparatoires aux examens

Consultez le solutionnaire en ligne.

La lecture de ce chapitre vous permettra de maîtriser les notions financières suivantes :

Introduction

Dans le présent chapitre, nous présenterons les différentes approches utilisées pour calculer le coût du capital d'une société. Comme pour toutes les ressources exploitées par l'entreprise, le capital a un coût. Celui de la dette est relativement facile à calculer : l'institution financière se charge d'en fournir une estimation, qu'il faut toutefois ajuster en fonction de l'impôt et des coûts liés à l'obtention de prêts. La situation se complique dès qu'il est question du coût du financement des fonds propres (que nous appellerons « coût des fonds propres »). En effet, il n'existe pas d'approche consensuelle de ce coût, bien qu'il joue un rôle déterminant dans le processus de création de valeur ou dans le choix des projets d'investissement.

À tout moment, l'actionnaire d'une entreprise en bonne santé financière se trouve devant le choix suivant : investir dans son entreprise ou prélever des capitaux pour les investir ailleurs, dans un placement équivalent. Par exemple, s'il désire détenir des placements de même risque, il peut acheter des actions d'une entreprise du même secteur dont le taux de rendement normal (attendu) est de 20 %. S'il décide d'investir dans son entreprise, l'actionnaire renonce alors à un taux de rendement attendu de 20 %.

Il n'investira dans son entreprise que si celle-ci lui promet un taux de rendement équivalent (si nous négligeons les considérations liées à la fiscalité, au désir de détenir sa propre entreprise et aux possibilités de prélèvements). Le taux de rendement requis par l'actionnaire pour son entreprise sera donc de 20 %, et ce taux deviendra le coût des fonds propres de l'entreprise. On peut tirer les leçons suivantes de cet exemple : tout d'abord, le coût des fonds propres est un coût de renonciation (on utilise également la notion équivalente de coût d'option ou de coût d'opportunité) pour les actionnaires, puisque c'est le taux de rendement auquel ils renoncent pour investir dans leur entreprise. Ensuite, les notions de taux de rendement requis sur les fonds propres (taux de rendement exigé par le marché compte tenu du risque de l'entreprise) et de coût des fonds propres pour l'entreprise sont équivalentes, si l'on fait référence au réinvestissement total ou partiel des bénéfices réalisés par l'entreprise. Enfin, le coût des fonds propres est une fonction du risque de l'entreprise.

Pour évaluer le coût des fonds propres de l'entreprise, on doit donc disposer d'une estimation du risque et d'un modèle qui lie ce risque au taux de rendement requis par les actionnaires. Toutefois, il n'existe pas de modèle simple pour estimer sans erreur le coût des fonds propres. Nous consacrerons la première section du présent chapitre à l'estimation des fonds propres en utilisant un modèle connu sous le nom de « modèle d'évaluation des actifs financiers » (MEDAF) ou CAPM, en anglais, pour *capital asset pricing model*. Notons que, dans le chapitre 4, nous avons également étudié le taux de rendement requis, mais en utilisant une notation différente en présentant le modèle de Gordon. Nous élargirons ensuite, dans la seconde section, la notion de coût de financement au cas, plus général, où l'on prend en considération les diverses sources de fonds. Cet élargissement conduit à l'estimation du coût moyen pondéré du capital, utilisé dans l'évaluation des projets d'investissement lorsqu'on se place du point de vue de l'ensemble des bailleurs de fonds.

5.1 Le coût des fonds propres

Nous présentons dans cette section le calcul des fonds propres à l'aide du MEDAF, puis du modèle de Gordon.

5.1.1 Le calcul du coût des fonds propres à l'aide du modèle d'évaluation des actifs financiers

Le **modèle d'évaluation des actifs financiers (MEDAF)** décrit une relation d'équilibre entre le rendement exigé sur un titre et le risque encouru en le détenant. Ce modèle considère que seul le risque non diversifiable d'un actif financier (ou risque systématique), mesuré par le bêta, doit être rémunéré. Le risque systématique de chaque titre est mesuré par rapport au risque de l'ensemble des titres sur le marché. Le MEDAF établit une relation linéaire entre le taux de rendement requis sur un titre i et son risque systématique, ou risque non diversifiable, noté β_i. Le taux de rendement requis sur un titre se calcule avec l'équation suivante :

Taux de rendement requis = Taux sans risque + Bêta du titre × Prime de risque du marché

ou, plus formellement :

$$E(R_i) = R_F + \beta_i\,[E(R_M) - R_F]$$ ◂ ÉQUATION 5.1

Le taux de rendement requis par les investisseurs est noté $E(R_i)$ pour souligner qu'il s'agit d'une prévision. Cette espérance est égale au taux sans risque plus une prime de risque, égale à la prime par unité de risque $[E(R_M) - R_F]$ multipliée par la quantité de risque encouru β_i. Cette prime par unité de risque est égale à la différence entre le taux de rendement prévu pour le marché $[E(R_M)]$ et le taux de rendement sans risque (R_F). La quantité de risque systématique (seul pris en compte dans ce modèle) est égale au bêta de l'action de l'entreprise.

L'évaluation du coût des fonds propres

L'évaluation du **coût des fonds propres** nécessite que l'on estime successivement le taux sans risque, le bêta, puis la prime de risque.

Le taux sans risque Le taux de base, en dessous duquel les investisseurs n'accepteront pas de financer un projet, est le taux sans risque. Ce taux est égal à la rémunération exigée par un investisseur pour un placement dont le risque de marché serait nul, c'est-à-dire dont la rentabilité évoluerait indépendamment des fluctuations du marché. C'est le taux sur les bons du Trésor qui est généralement considéré comme le **taux sans risque**.

Le bêta Le risque systématique d'une entreprise inscrite en Bourse peut être mesuré en fonction de ses rendements boursiers passés. Dans le cas d'une entreprise de petite taille, on doit utiliser des bêta sectoriels ou, idéalement, ceux d'entreprises inscrites en Bourse, de même taille et évoluant dans le même secteur d'activité.

Le coefficient **bêta** mesure la sensibilité relative du titre par rapport au rendement du portefeuille de marché.

Un coefficient bêta égal à 2 signifie que, dans le cas d'une variation de 1 % du marché à la hausse (à la baisse), le rendement du titre variera de +2 % (−2 %). Un coefficient bêta égal à 0,5 signifie que, dans le cas d'une variation de 1 % du marché à la hausse (à la baisse), le rendement du titre variera de +0,5 % (−0,5 %). Le bêta du portefeuille de marché est égal à 1.

La prime de risque du marché La **prime de risque du marché** est l'écart que l'on prévoit entre le taux de l'ensemble du marché boursier et le taux sans risque attendu sur le marché des actions. À moins que l'on dispose d'une prévision de ces taux futurs, il est généralement commode d'évaluer cet écart à l'aide des données historiques.

Prenons comme exemple un titre ayant un $\beta_i = 0{,}6$. Sachant que $R_F = 6\,\%$ et $E(R_M) = 11\,\%$, nous aurons :

$$k_{AO} = 6\,\% + 0{,}6(11\,\% - 6\,\%) = 9\,\%$$

où

k_{AO} représente le coût des actions ordinaires.

Si nous avions supposé que le titre était plus risqué que la moyenne, c'est-à-dire que $\beta_i > 1$, soit, par exemple, $\beta_i = 1{,}3$, alors :

$$k_{AO} = 6\,\% + 1{,}3(11\,\% - 6\,\%) = 12{,}5\,\%$$

Les limites du modèle d'évaluation des actifs financiers

Le modèle du MEDAF est un point de départ commode pour estimer le coût des fonds propres, mais on ne peut passer sous silence le fait qu'il est souvent et fortement remis en cause. De nombreux arguments théoriques et pratiques ont été évoqués pour critiquer ce modèle. En effet, on estime que la prime du risque du marché est difficile à déterminer. De plus, l'estimation du β n'est pas chose facile, surtout dans le cas d'entreprises non cotées. Par ailleurs, plusieurs travaux, dont les plus connus sont ceux de Fama et French[1], ont mis en évidence le fait, d'une part, que le bêta et le rendement étaient faiblement liés et que, d'autre part, divers autres facteurs semblent liés de façon significative aux rendements attendus. En d'autres termes, le coût des fonds propres des entreprises ne serait pas seulement lié au risque systématique, mais également à différents facteurs non prévus par la théorie. Le MEDAF ne serait donc pas un modèle parfait, mais on ne lui connaît pas de concurrents sérieux.

Toutefois, lorsqu'on s'intéresse au cas particulier des entreprises de petite taille, il devient important de prendre en compte l'une des faiblesses majeures révélées par les travaux de différents chercheurs : il s'agit de l'effet de la taille. Alors que le modèle ne reconnaît aucun effet prévisible de cette caractéristique, les travaux empiriques ont montré que les entreprises de petite taille commandaient, toutes choses étant égales par ailleurs, un taux de rendement plus élevé que les entreprises de grande taille. Cet écart peut être évalué en établissant la différence entre le taux de rendement des titres de petite capitalisation et celui des grandes entreprises. Plusieurs auteurs recommandent de réajuster le coût des fonds propres des petites entreprises à l'aide de cette prime ; d'autres suggèrent plutôt de procéder au réajustement à cause du manque de liquidités de ces entreprises.

5.1.2 Le calcul du coût des fonds propres à l'aide du modèle de Gordon

Dans le cas où l'entreprise augmente son capital en effectuant une nouvelle émission d'actions, les investisseurs apportent le produit brut de l'émission. En contrepartie, ils espèrent encaisser une suite infinie de dividendes aléatoires pour lesquels ils auront à payer des impôts personnels. L'entreprise dispose, de son côté, du produit net de l'émission (produit brut diminué des frais d'émission après impôts). Elle devra, à l'avenir, assurer le paiement de dividendes non déductibles. Par ailleurs, en raison des frais d'émission, le coût des capitaux propres obtenus au moyen d'une émission d'actions ordinaires (AO) nouvelles (k_{AO}) est plus élevé que le taux de rentabilité exigé par le marché (k^*_{AO}).

En supposant une croissance stable et en appliquant le **modèle de Gordon** (*voir le chapitre 4, p. 163*), on obtient l'équation suivante :

ÉQUATION 5.2

$$k_{\mathrm{AO}} = \frac{D_1}{P_0 - \mathrm{FE}(1-T)} + g$$

où

D_1 est le dividende prévu dans un an ;
g est le taux de croissance annuel prévu des dividendes ;
P_0 est le prix de l'action ordinaire à la date $t = 0$;
FE sont les frais d'émission ;
T est le taux d'imposition de l'entreprise.

1. Fama, E. F et French, K. R. (1992). The Cross-Section of Expected Stock Returns. *Journal of Finance, 47*(2), 427-465.

Si l'on suppose que la croissance annuelle des dividendes n'est pas stable, le coût de financement se calcule à l'aide de l'équation suivante :

$$P_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_t}{(1+k_{AO})^t}$$

L'entreprise peut également s'autofinancer en utilisant ses bénéfices non répartis (BNR). Dans ce cas, elle ne supporte pas de frais d'émission. Par conséquent, le coût des fonds propres autofinancés (k_{BNR}) est égal au taux de rentabilité exigé par le marché (k^*_{AO}).

En supposant une croissance annuelle stable et en appliquant le modèle de Gordon, on obtient alors :

$$k^*_{AO} = k_{BNR} = \frac{D_1}{P_0} + g$$

où

k_{BNR} est le coût des bénéfices non répartis ;
D_1 est le dividende prévu dans un an ;
g est le taux de croissance annuel prévu des dividendes ;
P_0 est le prix de l'action ordinaire à la date $t = 0$.

EXEMPLE 5.1

Supposons que le prix des actions ordinaires d'une entreprise est de 15 $, que le prochain dividende espéré est de 0,50 $ et que le taux de croissance prévu est de 13 %. Les frais d'émission déductibles représentent 4 % du prix d'émission ; le taux d'imposition est de 40 %. Calculons : a) le coût de financement interne (en supposant que l'on recourt aux bénéfices non répartis) ; b) le coût de financement externe (en supposant qu'il y a une nouvelle émission d'actions).

SOLUTION

a) $k_{BNR} = \frac{0,50}{15} + 0,13 = 16,3\%$

b) $k_{AO} = \frac{0,50}{15 - [(15 \times 0,04)(1 - 0,4)]} + 0,13 = \frac{0,50}{14,64} + 0,13 = 16,4\%$

5.2 Le coût moyen pondéré du capital

Jusqu'ici, nous n'avons envisagé que le point de vue de l'actionnaire. Toutefois, il est également courant d'évaluer les projets du point de vue global de l'entreprise, ce qui requiert le calcul du coût moyen pondéré par l'importance de chaque source de fonds, soit le **coût moyen pondéré du capital (CMPC)**. Si l'on se place du point de vue global des bailleurs de fonds, le coût du financement est une moyenne pondérée des coûts des diverses sources de financement.

On exprime généralement ce coût moyen pondéré du capital de la façon suivante :

CMPC = Coût de la dette × Part de la dette + Coût des actions ordinaires × Part des actions ordinaires + Coût des actions privilégiées × Part des actions privilégiées

Il faut noter que le coût de la dette doit être mesuré après impôts, puisque les intérêts sont déductibles sur le plan fiscal. Par exemple, si le taux d'intérêt est de 6% et que le taux d'imposition est de 20%, alors le coût net de l'emprunt est de 6% (1 − 0,20) = 4,8%.

Les proportions de dettes et de fonds propres devraient en principe être estimées suivant la valeur marchande de ces deux éléments. En pratique, on utilise le plus souvent les valeurs comptables des éléments de financement à long terme, évaluées en fonction de l'entreprise, et non du projet. En effet, même si le niveau de risque peut être ajusté pour tenir compte du fait que le projet ne se situe pas parmi les activités habituelles de l'entreprise, les pondérations des modes de financement sont généralement celles de l'entreprise.

Si l'on suppose que l'entreprise a deux projets d'investissement en tous points similaires et qu'elle finance le premier en contractant une dette et le second, en recourant à des fonds propres, cela conduit à attribuer un coût de capital différent à deux projets pourtant identiques. On suppose donc que les projets d'investissement sont financés, en règle générale, de la même façon que l'entreprise.

Le CMPC est le coût global moyen des sources de fonds d'une entreprise. Il s'agit d'un coût marginal représentant le coût d'obtention d'un dollar de financement supplémentaire. Il représente le taux de rentabilité minimal que les actionnaires doivent exiger des projets d'investissement de sorte qu'au pire, la valeur sur le marché des actions reste inchangée (pour que le projet permette de payer les créanciers et procure aux actionnaires le taux de rendement qu'ils exigent en tenant compte du risque qu'ils supportent). Ainsi, un projet d'investissement est recommandé si son taux de rendement excède le CMPC. Les trois étapes du calcul du CMPC sont :

1. l'estimation du coût des différentes sources de financement ;
2. la détermination des pondérations de chaque source (dans le total des sources) ;
3. le calcul du coût moyen pondéré.

Formellement, le CMPC se calcule avec l'équation suivante :

ÉQUATION 5.3

$$\text{CMPC} = \sum_{i=1}^{N} W_i k_i$$

où

CMPC est le coût moyen pondéré du capital de la firme ;
k_i est le coût de la source de financement i ;
W_i est le poids de la source i ;
N est le nombre de sources de financement.

EXEMPLE 5.2

Supposons que l'entreprise FG Ressources inc. souhaite obtenir du financement à l'aide de trois sources de financement : des obligations, des actions privilégiées et des actions ordinaires. Ces trois sources représentent respectivement 36%, 16% et 48% du financement total. De plus, on sait que leurs coûts après impôts respectifs sont de 7,5%, de 9,1% et de 16,3%. Quel est le coût moyen pondéré du capital ?

SOLUTION

Source	Coût (en pourcentage)	Poids (en pourcentage)	Coût × Poids (en pourcentage)
Obligations	7,5	36	2,700
Actions privilégiées	9,1	16	1,456
Actions ordinaires	16,3	48	7,820
Coût moyen pondéré du capital			11,980

QUESTION ÉCLAIR 5.1

Supposons que l'entreprise PST inc. contracte un emprunt sur cinq ans au taux effectif annuel de 6,5 %. Le taux d'imposition de l'entreprise est de 20 %. Quel est le coût de la dette (k_D) ?

Examinons maintenant la façon d'estimer le coût de chacune des sources de financement.

5.2.1 Le coût de la dette (k_D)

Le coût de la dette d'une entreprise se calcule après impôts. Si les intérêts versés sur l'emprunt sont déductibles d'impôts, alors le **coût de la dette** (k_D) est égal au taux effectif sur la dette (k_D^*) multiplié par $(1 - T)$. T est le taux d'imposition de l'entreprise. Le coût de la dette se calcule avec l'équation suivante :

$$k_D = k_D^*(1 - T)$$

ÉQUATION 5.4

Le coût du financement par dette (k_D) est donc inférieur au taux de rendement requis par l'institution financière (k_D^*).

Il est important de préciser que le coût de la dette est calculé en fonction du taux d'intérêt appliqué aux nouvelles dettes, et non en fonction de celui relatif aux dettes déjà contractées.

5.2.2 Le coût des obligations (k_{OB})

Lorsqu'une entreprise obtient du financement par des obligations, les positions de l'investisseur et de l'émetteur sont les suivantes : l'investisseur débourse initialement le produit brut de l'émission (PBE) et encaisse les coupons semestriels après paiement de l'impôt personnel ainsi que le remboursement du principal (souvent égal à la valeur nominale) ; pour l'émetteur, la source de fonds initiale est égale au produit net de l'émission (PNE = Produit brut de l'émission − Frais d'émission [FE] $(1-T)$). Les décaissements ultérieurs sont égaux à la somme des intérêts, généralement semestriels, payés après l'impôt sur les sociétés, majorés, le cas échéant, des frais de service des coupons après impôts et du montant du remboursement du principal.

Il en découle que le taux de rendement exigé par le marché (k_{OB}^*) est supérieur au **coût du financement par obligations** (k_{OB}).

Il faut noter que les frais d'émission désignent essentiellement les frais de vérification et les frais juridiques liés à la préparation du prospectus, ainsi que les frais de souscription (services rendus et risques encourus par les courtiers).

On a donc l'équation suivante :

$$\text{PNE} = \text{Coupons nets} \times \left[\frac{1-(1+k_{\text{OB sem.}})^{-2N}}{k_{\text{OB sem.}}}\right] + \text{VN} \times (1+k_{\text{OB sem.}})^{-2N}$$

ÉQUATION 5.5

où

PNE est le produit net de l'émission, soit Produit brut de l'émission (PBE) − Frais d'émission FE$(1 - T)$ (représente ce que l'entreprise reçoit effectivement) ;
Coupons nets sont les coupons $x(1 - T)$;
T est le taux d'imposition de l'entreprise ;
VN est la valeur nominale ;
2 indique que les coupons sont versés semestriellement.

EXEMPLE 5.3

Supposons que FG Ressources désire émettre de nouvelles obligations ayant une échéance de 13 ans et versant des coupons annuels. On tient pour acquis ici que la valeur nominale d'une obligation est de 1 000 \$, que le taux d'imposition s'élève à 20 % et que les frais d'émission déductibles représentent 5 % de la valeur nominale. Quel est le coût de financement d'une nouvelle émission d'obligations sachant que, sur le marché, il existe des obligations de la même entreprise (ou d'une entreprise comparable) qui ont encore 13 ans à courir jusqu'à leur échéance, une valeur nominale et de remboursement de 1 000 \$, dont le taux des coupons annuels est égal à 8 % et dont le cours en Bourse s'élève à 1 177,05 \$?

SOLUTION

Dans un premier temps, on estime, en fonction du cours coté de l'obligation, le taux de rendement exigé (TRE) par les investisseurs. Le cours de 1 177,05 \$ suppose un taux de 6 %.

$$1\,177{,}05\,\$ = \frac{80 \times [1 - (1 + k^*_{OB})^{-13}]}{k^*_{OB}} + 1\,000(1 + k^*_{OB})^{-13}$$

$$k^*_{OB} = 6\,\%$$

Dans un deuxième temps, on détermine le coupon à payer afin que la nouvelle obligation rapporte autant aux investisseurs, soit 6 %. Si l'émission se fait au pair, la valeur de vente de l'obligation (encore égale au produit brut de l'émission) est de 1 000 \$. Si le remboursement se fait aussi au pair, le coupon annuel doit être égal à 60 \$ pour que le taux de rendement s'établisse à 6 %.

On peut alors, dans un troisième temps, estimer le coût pour l'émetteur. Il faut d'abord prendre en compte le montant des frais d'émission après impôts, soit :

$$\text{FE}\,(1 - T) = \text{Prix d'émission} \times 5\,\%\,(1 - 20\,\%) = 1\,000 \times 5\,\% \times 80\,\% = 40\,\$$$

Le produit net de l'émission s'élève donc à 1 000 \$ − 40 \$ = 960 \$ par obligation, et le montant net du coupon par titre est de :

$$\text{Coupon net} = 60 \times (1 - 20\,\%) = 60 \times 80\,\% = 48\,\$$$

Le coût pour l'émetteur peut alors être estimé à l'aide de l'équation suivante :

$$\text{PNE} = \frac{C(1 - T) \times [1 - (1 + k_{OB})^{-13}]}{k_{OB}} + 1\,000(1 + k_{OB})^{-13}$$

$$960 = \frac{48 \times [1 - (1 + k_{OB})^{-13}]}{k_{OB}} + 1000(1 + k_{OB})^{-13}$$

On obtient donc $k_{OB} = 5{,}2\,\%$ (à l'aide de la calculatrice financière).

5.2.3 Le coût des actions privilégiées (k_{AP})

Si une entreprise acquiert du financement par des actions privilégiées (AP), les positions de l'investisseur et de l'émetteur sont les suivantes : l'investisseur débourse initialement le produit brut de l'émission pour recevoir des dividendes fixes après impôt personnel, jusqu'à l'infini. Quant à l'émetteur, il reçoit le produit net de l'émission (produit brut de l'émission, moins les frais d'émission, plus l'économie d'impôts) et doit débourser les dividendes fixes périodiquement, jusqu'à l'infini ou jusqu'à la date de rachat, le cas échéant.

Comme les dividendes ne sont pas déductibles, seuls les frais d'émission amènent une différence entre le taux de rendement exigé par le marché (k^*_{AP}) et le **coût du financement par actions privilégiées** (k_{AP}). Donc, on a $k^*_{AP} < k_{AP}$.

Calculons k^*_{AP} à l'aide de l'équation 4.14 (*voir p. 169*) :

$$P_{AP} = \frac{D_P}{k_{AP}}$$

$$k_{AP} = \frac{D_P}{P_{AP}}$$

où

P_{AP} est le prix d'émission de l'action privilégiée ;
D_P est le dividende privilégié.

On doit noter que si l'entreprise doit assumer des frais d'émission (FE), on a alors l'équation :

$$k_{AP} = \frac{D_P}{P_{AP} - \text{FE}(1 - T)}$$

ÉQUATION 5.6

où

T est le taux d'imposition de l'entreprise.

QUESTION ÉCLAIR 5.2

Supposons que le prix des actions privilégiées de l'entreprise PST est de 25 $ et que le dividende annuel est égal à 10 % de la valeur nominale (22,50 $). Les frais d'émission sont de 0,40 $ par nouvelle action et sont déductibles ; le taux d'imposition est de 40 %. Quel est le coût de financement par action privilégiée ?

5.2.4 La détermination des pondérations de chaque source

Pour déterminer les pondérations de chaque source de financement, on peut se baser sur la valeur comptable ou sur la valeur marchande. Nous examinons ci-après chacune de ces possibilités.

Les pondérations selon la valeur comptable

Ces pondérations sont calculées en fonction des états financiers de l'entreprise. Elles sont fondées, essentiellement, sur des montants historiques. Dans le cas des actions ordinaires, le résultat peut être très différent de celui obtenu en se basant sur la valeur marchande.

EXEMPLE 5.4

Supposons que le total d'un investissement dans FG Ressources est de 20 000 $ et que le financement se fait par émission d'actions ordinaires et d'obligations selon les valeurs suivantes :

Actions ordinaires :	14 000 $
Obligations :	6 000 $

Calculons les pondérations des actions ordinaires et des obligations selon la valeur comptable.

SOLUTION

Actions ordinaires : $\dfrac{14\,000\,\$}{20\,000\,\$} = 70\,\%$

Obligations : $\dfrac{6\,000\,\$}{20\,000\,\$} = 30\,\%$

Les pondérations selon la valeur marchande

Ces pondérations sont plus intéressantes, car elles sont liées à la véritable valeur de l'entreprise. Cependant, elles sont sujettes aux fluctuations temporaires du marché financier.

EXEMPLE 5.5

Supposons qu'il y a sur le marché 1 000 actions en circulation, valant chacune 10 $. La valeur marchande de ces actions est alors de 1 000 × 10 = 10 000 $. Si les obligations en circulation sont au nombre de 500 et que leur prix est de 60 $, alors leur valeur marchande est de 500 × 60 $ = 30 000 $. Calculons les pondérations des actions ordinaires et des obligations selon la valeur marchande.

SOLUTION

Actions ordinaires : $\dfrac{10\,000\,\$}{(10\,000\,\$ + 30\,000\,\$)} = 25\%$

Obligations : $\dfrac{30\,000\,\$}{(10\,000\,\$ + 30\,000\,\$)} = 75\%$

En règle générale, il est préférable d'utiliser les valeurs marchandes si elles sont disponibles, car elles reflètent mieux les prévisions des investisseurs.

5.2.5 Les conditions d'utilisation du coût moyen pondéré du capital

Premièrement, le risque d'exploitation du projet doit être identique à celui de l'entreprise. Si le risque d'exploitation du projet est plus faible que celui de l'entreprise, on risque de refuser le projet si on l'actualise au CMPC. Il faut donc l'actualiser à un taux plus faible. À l'inverse, si le risque d'exploitation du projet est plus élevé que celui de l'entreprise, on risque d'accepter le projet si on l'actualise au CMPC. Il faut donc l'actualiser à un taux plus élevé. C'est souvent le cas d'entreprises qui ont plusieurs types d'activités dans différentes filiales. Si elles utilisent aveuglément le CMPC, elles favorisent les activités les plus risquées au détriment des activités les moins risquées. Deuxièmement, le rapport des composantes de la structure du capital évaluées à leur valeur marchande doit demeurer constant.

EXEMPLE 5.6

Supposons que vous avez le mandat de calculer le CMPC de FG Ressources. Pour cela, on vous demande d'abord de déterminer le coût des fonds propres en faisant la moyenne des valeurs du taux de rendement requis calculées à l'aide des deux modèles vus précédemment.

SOLUTION

Le premier modèle est le MEDAF, qui permet de mesurer le rapport entre le risque d'un placement en actions et le rendement qu'offre ce placement en raison de ce risque. Nous présentons ci-dessous les calculs pertinents pour trouver le coût des fonds propres de FG Ressources.

Supposons que $R_F = 3{,}50\,\%$, $\beta_{\text{FG Ressources}} = 1{,}45$, $E(R_M) = 9{,}92\,\%$. Nous avons alors :

$k_{AO} = 0{,}0350 + 1{,}45 \times (0{,}0992 - 0{,}0350) = 0{,}0350 + 0{,}0931 = 0{,}1281$

$k_{AO} = 12{,}81\,\%$

On peut aussi calculer le taux de rendement requis des fonds propres à l'aide du modèle de Gordon. Selon ce modèle, le taux de rendement est fonction de la croissance des rentrées nettes de fonds attribuables aux dividendes à l'avenir. On calcule le taux de rendement requis suivant le modèle de Gordon à l'aide de l'équation suivante :

$$k_{AO} = \frac{D_1}{P_0} + g = \frac{D_0(1+g)}{P_0} + g$$

où

D_0 est le dividende versé dans l'année courante ;
P_0 est le prix courant de l'action ;
g est le taux de croissance annuel attendu des dividendes.

Appliquons maintenant l'équation ci-dessus au cas de FG Ressources.

Si $D_0 = 1{,}96\,\$$, $P_0 = 29{,}75\,\$$ et $g = 3{,}00\,\%$, alors :

$k_{AO} = (1{,}96/29{,}75) \times (1 + 0{,}0300) + 0{,}0300 = 0{,}0979 = 9{,}79\,\%$

En faisant la moyenne arithmétique des taux de rendement requis calculés à l'aide de chacun des modèles, on obtient 11,30 % comme coût des fonds propres.

Supposons maintenant que FG Ressources contracte un emprunt sur cinq ans au taux nominal annuel de 6,5 %. Le taux d'imposition de l'entreprise est de 20 %.

Le coût de la dette (k_D) équivaut à 6,5 %(1 − 20 %) = 5,2 %.

À l'étape précédente, nous avons déterminé le coût de chacune des composantes de la structure du capital de FG Ressources. À cette étape-ci, nous pondérons ces coûts selon les proportions respectives de chaque moyen de financement dans le financement global de l'entreprise pour trouver le coût moyen pondéré du capital :

Coût	Poids (en pourcentage)	Taux (en pourcentage)	Poids × Taux (en pourcentage)
Dette	20	5,2	1,04
Fonds propres	80	11,3	9,04
CMPC	100		10,08

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les méthodes de calcul du coût des fonds propres en utilisant le MEDAF. Ce calcul nécessite que l'on détermine le taux sans risque et que l'on estime le bêta de même que le rendement espéré du marché pour calculer la prime de risque.

Nous avons ensuite présenté les méthodes de calcul du coût moyen pondéré des sources de fonds de l'entreprise. Les étapes du calcul du coût moyen pondéré du capital sont les suivantes : 1) l'estimation du coût de chacune des sources de financement ; 2) la détermination des pondérations de chaque source par rapport au total des sources ; 3) le calcul du coût moyen pondéré du capital.

Il est important toutefois de noter que l'équation du coût moyen pondéré du capital donne le taux d'actualisation pour les seuls projets semblables au profil de l'entreprise. Autrement dit, le coût moyen pondéré du capital calculé ne s'applique ni aux projets plus risqués ni aux projets moins risqués que la moyenne des projets actuels de l'entreprise. Il peut être utilisé comme taux de référence et être ajusté pour tenir compte des risques de chaque projet. Notons également que dans l'équation du coût moyen pondéré du capital, le rapport des composantes de la structure du capital évaluées à leur valeur marchande doit demeurer constant.

POINTS SAILLANTS

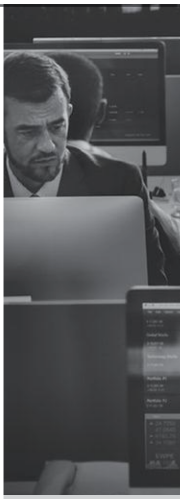
- Idéalement, tout projet doit être financé de façon à préserver la structure de capital optimale de l'entreprise (le risque financier étant le même, les taux exigés par le marché ne changeront pas à cause de la structure financière).
- Les pondérations des sources de financement dans une structure de capital donnée peuvent être évaluées en fonction d'une base comptable ou financière. Il est préférable, toutefois, d'utiliser les valeurs marchandes si elles sont disponibles.
- Les pondérations sont multipliées par les différents coûts de financement de façon à obtenir le CMPC.
- Les coûts de chaque source de financement peuvent être difficiles à déterminer et ne sont, dans bien des cas, que des approximations.

LISTE DES PRINCIPALES ÉQUATIONS UTILISÉES DANS LE CHAPITRE 5

Description	Équation
5.1 Le taux de rendement requis sur un titre	$E(R_i) = R_F + \beta_i\,[E(R_M) - R_F]$
5.2 Le coût du financement par actions ordinaires avec frais d'émission	$k_{AO} = \dfrac{D_1}{P_0 - FE(1-T)} + g$
5.3 Le coût moyen pondéré du capital (CMPC)	$CMPC = \sum_{i=1}^{N} W_i k_i$
5.4 Le coût de la dette (k_D)	$k_D = k_D^*(1-T)$

Description	Équation
5.5 Le coût du financement par obligations (k_{OB})	$\text{PNE} = \text{Coupons nets} \times \left[\dfrac{1-(1+k_{\text{OB sem.}})^{-2N}}{k_{\text{OB sem.}}} \right] + \text{VN} \times (1+k_{\text{OB sem.}})^{-2N}$
5.6 Le coût du financement par actions privilégiées (k_{AP})	$k_{AP} = \dfrac{D_P}{P_{AP} - \text{FE}(1-T)}$

L'essentiel pour réussir son cours de gestion financière



PROBLÈMES DE RÉVISION ET SOLUTIONS

Problème de révision 5.1

L'entreprise XYZ inc., qui a une structure de capital optimale, dispose des sources de financement suivantes :

	Valeur comptable (en dollars)
Dette à long terme	35 000 000
Actions privilégiées (250 000 actions)	10 000 000
Actions ordinaires (3 500 000 actions)	38 000 000
BNR	17 000 000

La dette à long terme est constituée d'obligations émises au pair il y a 5 ans et échéant dans 15 ans. Le taux de coupon de ces obligations est de 12 %, payable semestriellement. Les obligations se négocient actuellement à 950 $. Une émission semblable coûterait 5 % de la valeur nominale en frais d'émission totalement déductibles à l'émission.

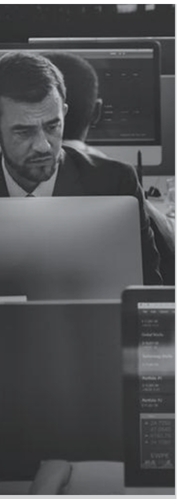
Les actions privilégiées sont actuellement cotées 44 $ l'action. Le dividende privilégié annuel prochain est de 3,50 $ l'action. Une nouvelle émission d'actions privilégiées amènerait des frais d'émission de l'ordre de 1,50 $ par action après impôts.

Les actions ordinaires sont actuellement cotées 20 $ l'action. Le dernier dividende ordinaire annuel était de 1,15 $ l'action. Les frais d'émission des nouvelles actions représentent 2 % du prix avant impôts.

Le coût d'imposition marginal de XYZ est de 40 %.

L'entreprise a toujours versé 40 % du bénéfice en dividendes. Son bénéfice par action (BPA) au cours des cinq dernières années se présente comme suit :

Année	2012	2013	2014	2015	2016
BPA	1,5871	1,7022	1,9852	2,5569	2,8954
Dividende	1,0000	1,0356	1,0725	1,1106	1,1500



Les investisseurs prévoient que le taux de croissance du dividende continuera au même rythme que dans le passé.

a) Calculez le montant du dividende prévu en 2017.

b) Calculez le coût du capital (avant et après le point de rupture) de XYZ.

c) En 2017, XYZ tient à garder la même structure de capital, laquelle est optimale. Sachant que le BNR représentera 60 % du montant du bénéfice prévu en 2017, calculez le montant de financement additionnel maximal que l'entreprise pourra trouver sans avoir recours à l'émission de nouvelles actions ordinaires.

d) Calculez la valeur marchande de XYZ si le rendement du marché sur les obligations de même risque et d'une échéance de 15 ans changeait à 14 % sans affecter le cours des actions ordinaires et privilégiées.

SOLUTION

a) Le taux de croissance du dividende :

$$g = \left(\frac{1,15}{1}\right)^{\frac{1}{4}} - 1 = 0,0356$$

$$D_{2017} = D_{2016}\left(1+g\right) = 1,15\left(1+0,0356\right) = 1,1909$$

b) Le coût moyen pondéré du capital :

Le coût des obligations :

$$1000 - 5\,\%\left(1-0,4\right)\times 1000 = 60\left(1-0,4\right)\left[\frac{1-\left(1+i\right)^{-30}}{i}\right] + 1000\left(1-i\right)^{-30}$$

$i = 3,7687\,\%$ (semestriel)

$$k_{\text{OB}} = \left(1+i\right)^{2} - 1 = \left(1+3,7687\,\%\right)^{2} - 1 = 7,6794\,\%$$

Le coût des actions privilégiées :

$$44 - 1,5 = \frac{3,5}{k_{\text{AP}}}, \text{ donc } k_{\text{AP}} = \frac{3,5}{42,5} = 8,2353\,\%$$

Le coût des actions ordinaires :

$$20 - 2\,\% \times 20\left(1-0,4\right) = \frac{1,1909}{k_{\text{AO}} - 3,56\,\%}$$

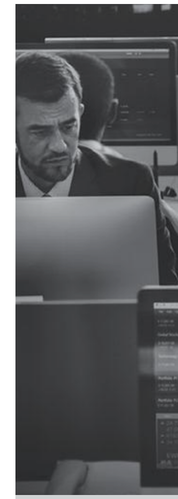
$$k_{\text{AO}} = 9,59\,\%$$

Le coût des BNR :

$$20 = \frac{1,1909}{k_{\text{BNR}} - 3,56\,\%} = k_{\text{BNR}} = 9,51\,\%$$

Les valeurs marchandes :

des obligations : $950 \times \dfrac{35\,000\,000}{1000} = 33\,250\,000$



des actions privilégiées : $44 \times 250\,000 = 11\,000\,000$

des actions ordinaires : $20 \times 3\,500\,000 = 70\,000\,000$

Les poids (W) :

$$W_{OB} = \frac{33\,250\,000}{33\,250\,000 + 11\,000\,000 + 70\,000\,000} = 29{,}10\ \%$$

$$W_{AO} = \frac{70\,000\,000}{33\,250\,000 + 11\,000\,000 + 70\,000\,000} = 61{,}27\ \%$$

$$W_{AP} = \frac{11\,000\,000}{33\,250\,000 + 11\,000\,000 + 70\,000\,000} = 9{,}63\ \%$$

CMPC avant rupture avec la structure financière actuelle (en utilisant les BNR) :

29,10 % × 7,6794 % + 9,63 % × 8,2353 % + 61,27 % × 9,51 % = 8,86 %

CMPC après rupture en considérant l'émission d'actions ordinaires :

29,10 % × 7,6794 % + 9,63 % × 8,2353 % + 61,27 % × 9,59 % = 8,91 %

c) Le point de rupture $= \dfrac{\text{BNR prévu}}{W_{AO}}$

$$\text{BNR prévu} = \frac{\text{Dividende par action}_{2017}}{0{,}40} \times 0{,}6 \times \text{Nombre d'actions ordinaires}$$

$$\text{BNR prévu} = \frac{1{,}1909}{0{,}4} \times 0{,}6 \times 3\,500\,000 = 6\ 252\ 225$$

$$\text{Point de rupture} = \frac{6\ 252\ 225}{61{,}27\ \%} = 10\ 204\ 382{,}24$$

d) Le prix des obligations :

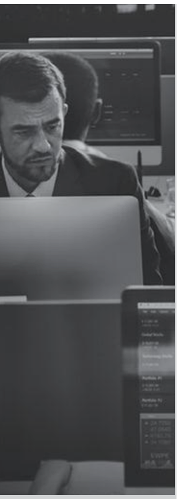
$$P = C\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] + 1\,000\,(1+i)^{-n}$$

$$P = 60\left[\frac{1-\left(1+\dfrac{14\ \%}{2}\right)^{-30}}{\dfrac{14\ \%}{2}}\right] + 1\,000\left(1+\frac{14\ \%}{2}\right)^{-30}$$

$P = 875{,}91$

Valeur marchande totale = Valeur marchande des obligations
+ Valeur marchande des actions ordinaires
+ Valeur marchande des actions privilégiées

$$= 875{,}91 \times \frac{35\ 000\ 000}{1000} + 11\ 000\ 000 + 70\ 000\ 000$$
$$= 111\ 635\ 500$$



Problème de révision 5.2

Au début de l'année 1, on trouve notamment les informations suivantes au bilan de la société Omega inc. :

	(en dollars)
Obligations	40 000 000
Actions privilégiées	20 000 000
Actions ordinaires (3 000 000 d'actions)	15 000 000
Bénéfices non répartis	30 000 000

Les obligations en circulation ont été émises à leur valeur nominale (1 000 $) il y a cinq ans. Elles se négocient présentement au pair sur le marché hors Bourse et offrent aux investisseurs un taux de coupon annuel de 10 % (les intérêts sont payés semestriellement). De nouvelles obligations comportant une échéance identique (10 ans) pourraient être vendues à leur valeur nominale à des investisseurs institutionnels. Les frais d'émission et de souscription peuvent être considérés comme négligeables.

La société a 200 000 actions privilégiées en circulation. Le dividende annuel versé aux actionnaires privilégiés est de 7,4997 $. Ces actions se négocient actuellement à 80,875 $ sur le marché. Une nouvelle émission entraînerait des frais d'émission de souscription après impôts correspondant à 3 % du prix de l'action.

Les actions se négocient à 20 $ à la Bourse, et une nouvelle émission rapporterait 18 $ nets à la société. Le plus récent dividende ordinaire versé s'est élevé à 0,54 $ l'action. Pour l'avenir prévisible, la direction de l'entreprise pense que le taux de croissance annuel du dividende et du bénéfice par action se situera autour de 10 %. Par ailleurs, le dividende par action ordinaire de la société correspond normalement à 40 % de son bénéfice par action.

L'an dernier, la société a réalisé un bénéfice par action de 1,35 $. Les bénéfices non répartis de cette année (année 1) pourront financer, en partie, les investissements envisagés par l'entreprise.

La société considère que sa structure de capital actuelle est optimale. Son taux d'imposition marginal est de 40 %.

En utilisant les pondérations basées sur les valeurs marchandes des titres, déterminez, au début de l'année 1, le coût moyen pondéré du capital d'Omega si :

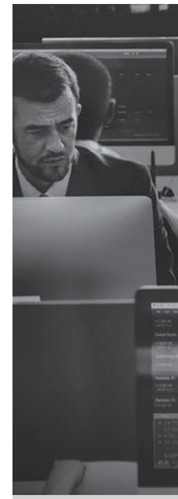
a) les besoins de financement requis s'élèvent à 2 000 000 $;

b) les besoins de financement requis s'élèvent à 10 000 000 $.

SOLUTION

a) Le calcul des pondérations :

	Nombre		Valeur du marché		Total partiel (en dollars)
Obligations	40 000	×	1 000 $	=	40 000 000
Actions privilégiées	200 000	×	80,875 $	=	16 175 000
Actions ordinaires	3 000 000	×	20 $	=	60 000 000
Total				=	116 175 000



d'où

$$W_{\text{OB}} = \frac{40\ 000\ 000}{116\ 175\ 000} = 34,43\ \%$$

$$W_{\text{AP}} = \frac{16\ 175\ 000}{116\ 175\ 000} = 13,92\ \%$$

$$W_{\text{AO}} = \frac{60\ 000\ 000}{116\ 175\ 000} = 51,65\ \%$$

Il faut maintenant déterminer si les bénéfices par action (BPA) de l'année 1 suffiront à combler les besoins de financement en capitaux propres, en supposant que les fonds nécessaires s'élèvent à 2 000 000 $.

$$\begin{array}{c}\text{Bénéfices de l'année 1}\\ \text{disponibles à des fins}\\ \text{de réinvestissement (BNR)}\end{array} = (1,35) \times (1 + 10\ \%) \times (3\ 000\ 000) \times (1 - 0,40) = 2\ 673\ 000\ \$$$

Le montant maximal que peut investir la société, compte tenu de sa structure de capital, sans avoir à émettre de nouvelles actions ordinaires est donc de :

$$\frac{2\ 673\ 000}{0,5165} = 5\ 175\ 218\ \$$$

Par conséquent, si les fonds requis s'élèvent à 2 000 000 $, on utilise le k_{BNR} dans le calcul du coût du capital.

Le coût des obligations (k_{OB}) :

$$1\ 000 = 50\left(1 - 0,40\right)\frac{1 - (1 + i)^{-20}}{i} + 1\ 000\left(1 + i\right)^{-20}$$

d'où

$$i = 3\ \%\ \text{et}\ k_{\text{OB}} = \left(1 - 0,03\right)^{2} - 1 = 6,09\ \%$$

Le coût des actions privilégiées (k_{AP}) :

$$k_{\text{AP}} = \frac{D_p}{P\left(1 - FE\right)} = \frac{7,499\,70}{80,875(1 - 3\ \%)} = 9,56\ \%$$

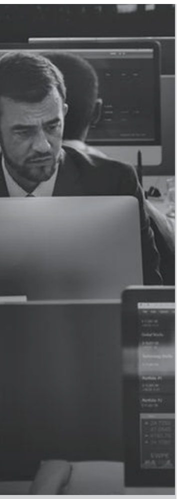
Le coût des BNR (k_{BNR}) :

$$k_{\text{BNR}} = \frac{D_1}{P_0} + g$$

$$k_{\text{BNR}} = \frac{0,54\left(1 + 10\ \%\right)}{20} + 0,10 = 12,97\ \%$$

Le CMPC est alors de :

$$\text{CMPC} = (0,3443)(6,09\ \%) + (0,1392)(9,56\ \%) + (0,5165)(12,97\ \%) = 10,13\ \%$$



b) Si les fonds requis s'élèvent à 10 000 000 $, la société devra émettre de nouvelles actions ordinaires. On utilise alors k_{AO} pour calculer le coût du capital.

$$k_{AO} = \frac{0{,}54(1 + 0{,}10)}{18} + 0{,}10 = 13{,}30\ \%$$

$$\text{CMPC} = (0{,}3443)(6{,}09\ \%) + (0{,}1392)(9{,}56\ \%) + (0{,}5165)(13{,}30\ \%) = 10{,}30\ \%$$

Vérifiez vos réponses.

QUESTIONS

Q5.1 Comment calcule-t-on le coût des fonds propres ?

Q5.2 Que signifie un coût du capital d'une société de 15 % ?

Q5.3 Peut-on utiliser le MEDAF pour calculer le CMPC ?

Q5.4 Comment calcule-t-on le coût de la dette ?

Q5.5 Comment calcule-t-on le CMPC ?

Q5.6 Quelle est la différence entre le coût des fonds propres et le CMPC ?

Q5.7 Dans quel cas le coût des fonds propres est-il égal au CMPC ?

Q5.8 Doit-on prendre en considération les dettes à court terme dans le calcul du CMPC ?

Q5.9 Comment calcule-t-on le coût des actions privilégiées ?

Q5.10 Expliquez l'affirmation suivante : l'équation permettant de calculer le CMPC ne fonctionne que pour des projets qui sont semblables au profil de l'entreprise.

Consultez les solutions détaillées.

EXERCICES

E5.1 Supposons que la société JPM inc. vient tout juste de verser un dividende de 3 $ par action sur ses actions ordinaires. L'entreprise s'attend à maintenir un taux de croissance constant de 5 % de ses dividendes, et ce, indéfiniment. Si les actions se négocient à 60 $ chacune, quel est le coût des fonds propres de la société JPM ?

E5.2 Supposons que le ratio dette-fonds propres visé par la société JPM est de 1,50. Le CMPC est de 10,52 % et le taux d'imposition est de 35 %.

a) Si le coût des fonds propres de la société JPM est de 18 %, quel est le coût de la dette avant impôts ?

b) Si le coût de la dette après impôts est de 7,5 %, quel est alors le coût des fonds propres ?

E5.3 Supposons que la société JPM utilise les trois sources de financement à long terme suivantes : les actions ordinaires à concurrence de 10 %, les actions privilégiées à concurrence de 35 % et la dette à concurrence de 55 %. Le tableau suivant donne le coût de financement de chacune de ces sources de financement :

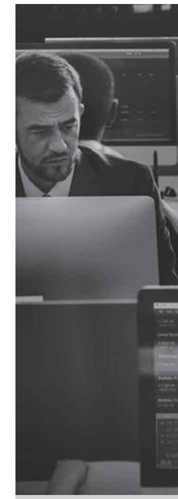
Source de financement	Poids (en pourcentage)	Coût (en pourcentage)
Actions ordinaires	10	15
Actions privilégiées	35	8
Dette	55	6

Quel est alors le CMPC de la société JPM ?

E5.4 Supposons que la société JPM veut émettre des obligations dont la valeur nominale est de 1 000 $ chacune. Le prix des obligations sur le marché est aussi de 1 000 $, donc l'obligation se vend au pair. Si l'on suppose que l'échéance est de 20 ans, que le coupon est semestriel et que le taux de coupon est de 10 %, quel est le coût effectif annuel de financement par obligation ? (Le taux d'imposition est de 30 %.)

E5.5 Supposons que le prix de l'action privilégiée de la société JPM, qui paie un dividende de 10 $ par action privilégiée, est de 80 $. L'entreprise envisage d'émettre de nouvelles actions privilégiées, ce qui lui coûterait 2 % du prix actuel (après impôts). Quel est, dans ce cas, le coût des actions privilégiées ?

E5.6 Supposons que la société JPM contracte un emprunt sur cinq ans au taux nominal annuel de 12 %. Son taux d'imposition est de 37,5 %. Quel est le coût effectif de la dette (k_D) ?



PROBLÈMES

Consultez les solutions détaillées.

P5.1 Supposons que le prix actuel de l'action de l'entreprise MNO inc. est de 25 $, que le dividende annuel prévu dans un an est nul et qu'il sera dans deux ans de 0,50 $, dans trois ans, de 0,75 $ et, dans quatre ans, de 1,00 $. On prévoit que, par la suite, le taux de croissance des dividendes sera stable à 10 %. Les frais d'émission sont de 10 % avant impôts. Compte tenu du fait que le taux d'imposition de l'entreprise est de 10 %, quel est le coût du financement interne (on a recours aux bénéfices non répartis) et du financement externe (il y a une nouvelle émission d'actions) de l'entreprise MNO ?

P5.2 Supposons que l'entreprise MNO est actuellement financée par des obligations émises au pair et par des actions ordinaires, les deux ayant la même proportion dans la structure de capital. Les obligations, dont l'échéance est de sept ans et qui offrent un coupon de 8 % versé semestriellement, se vendent actuellement 800 $. Les actions ordinaires sont cotées 30 $ sur le marché. Le dividende sur les actions ordinaires est versé annuellement. Le dernier dividende versé était de 0,13 $, et le taux de croissance futur devrait être le même que celui observé par le passé. Les dividendes passés sont présentés dans le tableau suivant :

Année	2018	2017	2016	2015	2014
Dividende (en dollars)	0,13	0,09	0,09	0,08	0,07

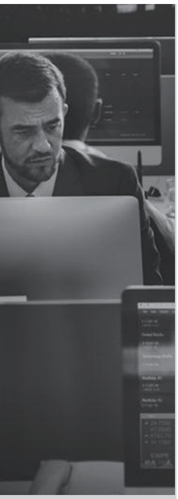
Le taux d'imposition de l'entreprise MNO est de 38 %.

Si des frais d'émission (après impôts) de 3 % pour les obligations et de 4 % pour les actions ordinaires sont exigés, quel est le coût moyen pondéré du capital de l'entreprise MNO ?

P5.3 Supposons que l'entreprise MNO a déjà des obligations de série A à son bilan, émises il y a deux ans au pair. Le taux du coupon est de 11,5 % (coupon semestriel), le prix de l'obligation (P_0) est de 936,54 $, l'échéance restante est de 13 ans et le taux d'imposition de l'entreprise est de 40 %. La société désire émettre une nouvelle série d'obligations (série B) dont l'échéance est de 15 ans. Le taux de rendement à l'échéance (TRE_B) égalera le taux de rendement à l'échéance (TRE_A) + 0,5 %. Les frais d'émission avant impôts sont de 4 %.

Quel est le taux de rendement sur l'obligation B ?

P5.4 Supposons que le capital total de l'entreprise MNO au 25 juin 2018 est évalué à 30 millions de dollars. Cette entreprise acquiert du financement par des dettes, des fonds propres et par le réinvestissement de ses bénéfices. Une occasion d'expansion se présente à l'entreprise, et ses gestionnaires doivent déterminer le taux de rendement à exiger pour un tel projet. Comme vous êtes l'un de ses gestionnaires, votre patron vous demande d'estimer le coût moyen pondéré du capital de l'entreprise MNO après le point de rupture. Pour effectuer



vos calculs, vous avez un extrait du bilan de l'entreprise MNO à la fin du dernier exercice ainsi que d'autres renseignements :

	(en milliers de dollars)
Dette bancaire	5 400
Obligations	10 000
Actions privilégiées (330 000 actions)	6 600
Actions ordinaires (250 000 actions)	5 000
Bénéfices non répartis	3 000
Total	30 000

La dette bancaire porte intérêt au taux de 11,5 %. Ce taux a été fixé après négociation avec l'institution financière et les gestionnaires de l'entreprise.

Les obligations ont un taux de coupon annuel de 8 % (les intérêts sont payables semestriellement). Ces obligations se négocient présentement au prix de 1 015 $, ont une échéance de 20 ans et une valeur nominale de 1 000 $. Pour émettre de nouvelles obligations similaires, de même prix, avec une échéance de 20 ans, l'entreprise MNO devrait supporter des frais d'émission avant impôts de 3 % du prix de vente par obligation. Ces frais sont des dépenses admissibles sur le plan fiscal.

Les actions privilégiées ont une valeur nominale de 20 $ chacune. Le dividende trimestriel par action est de 0,50 $. Ces actions se négocient actuellement au prix de 19,50 $ à la Bourse. L'entreprise pourrait émettre d'autres actions identiques et recevrait la somme nette de 18,75 $ par action après les frais d'émission, lesquels ne donnent pas lieu, dans ce cas, à une déduction fiscale.

Les actions ordinaires de l'entreprise MNO se négocient au prix de 20 $ chacune. L'entreprise pourrait émettre des actions ordinaires au prix actuel. Elle devrait cependant débourser des frais d'émission déductibles, avant impôts, de 1,12 $ par action. Le dernier dividende annuel versé par l'entreprise est de 0,50 $. Les analystes financiers de l'entreprise MNO estiment que ce dividende devrait augmenter à 8 % par année.

Vous estimez que les dividendes sont réinvestis au taux annuel de 10,7 %. L'entreprise MNO est imposée à 35 %.

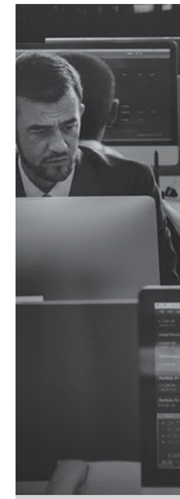
Consultez la démarche et vérifiez vos réponses.

PROBLÈMES PRÉPARATOIRES AUX EXAMENS

5.1 En tant que directeur financier, votre mandat est d'estimer le coût du capital de l'entreprise XYZ inc. Le tableau suivant indique les dividendes (par action) versés par l'entreprise au cours des cinq années précédentes.

Année	Dividendes (en dollars)
20X2	1,00
20X3	1,15
20X4	1,32
20X5	1,52
20X6	1,75

Les cinq millions d'actions ordinaires de cette entreprise s'échangent actuellement au prix de 70 $ l'action sur les marchés boursiers. Les investisseurs anticipent que le taux



PROBLÈMES PRÉPARATOIRES AUX EXAMENS (*suite*)

de croissance des dividendes futurs sera égal au taux de croissance moyen des dividendes versés de 20X2 à 20X6. Pour procéder à l'émission de nouvelles actions ordinaires, l'entreprise devrait supporter des frais d'émission de 2,00 $ par action ordinaire. Ces frais sont déductibles du point de vue fiscal.

L'entreprise XYZ a des obligations en circulation pour une valeur nominale totale de 10 millions de dollars. Le taux annuel des coupons est de 8 %, et les intérêts sont payables semestriellement. Ces obligations ont une échéance de 20 ans et une valeur nominale de 1 000 $. Le taux de rendement exigé sur ces obligations est actuellement de 5 % par semestre. Pour émettre de nouvelles obligations au pair avec une échéance de 20 ans, l'entreprise XYZ devrait supporter des frais d'émission déductibles d'impôts de 3 %.

Les actions privilégiées, au nombre de 45 000, s'échangent actuellement au prix de 95 $ à la Bourse. Le dividende trimestriel par action est de 2,50 $. L'entreprise pourrait émettre d'autres actions identiques et recevrait la somme nette de 91 $ par action après les frais d'émission.

Sachant que le taux d'imposition de l'entreprise est de 40 % et que la présente structure de capital est optimale, calculez le coût moyen pondéré des sources de financement de l'entreprise XYZ.

5.2 L'entreprise XYZ, qui a une structure de capital optimale, dispose des sources de financement suivantes :

	Valeur comptable (en dollars)
Dette à long terme	40 000 000
Actions privilégiées (350 000 actions)	12 000 000
Actions ordinaires (2 500 000 actions)	30 000 000
Bénéfices non répartis (BNR)	12 000 000

La dette à long terme est constituée d'obligations émises au pair il y a 4 ans et échéant dans 20 ans. Le taux de coupon de ces obligations est de 14 % payable semestriellement. Les obligations se négocient actuellement à 930 $. Une émission semblable au pair coûterait 4,5 % de la valeur nominale en frais d'émission totalement déductibles à l'émission.

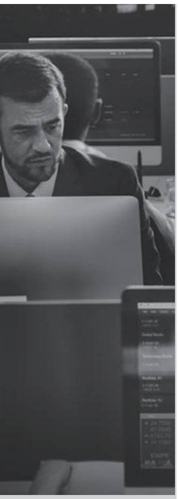
Les actions privilégiées sont actuellement cotées 32 $ l'action. Le dividende privilégié annuel est de 3 $ l'action. Une nouvelle émission d'actions privilégiées coûterait des frais d'émission de l'ordre de 2 $ par action après impôts.

Les actions ordinaires sont actuellement cotées 16 $ l'action. Le prochain dividende ordinaire annuel est de 2 $ l'action. L'entreprise prévoit que son dividende va croître à raison d'un taux annuel composé de 5,348 %. Les frais d'émission des nouvelles actions représentent 2 % du prix avant impôts.

Le taux d'imposition de l'entreprise XYZ est de 40 %.

a) En vous basant sur les valeurs marchandes, calculez le coût moyen pondéré du capital de l'entreprise XYZ avant le point de rupture.

b) En vous basant sur les valeurs marchandes, calculez le coût moyen pondéré du capital de l'entreprise XYZ après le point de rupture.



PROBLÈMES PRÉPARATOIRES AUX EXAMENS (*suite*)

c) L'entreprise XYZ a toujours versé 35 % du bénéfice en dividendes. Son bénéfice par action au cours des cinq dernières années est le suivant :

Année	20X2	20X3	20X4	20X5	20X6
Bénéfice par action (en dollars)	2,857 14	3,154 57	3,297 43	3,440 29	4,183 14
Dividende (en dollars)	1	1,104 10	1,154 10	1,204 10	1,464 10

Les investisseurs prévoient que le taux de croissance du dividende continuera au même rythme que dans le passé. Calculez le montant du dividende prévu en 20X7.

d) En 20X7, l'entreprise XYZ tient à garder la même structure de capital, qui est optimale. Sachant que l'entreprise XYZ conservera 65 % du montant du bénéfice prévu en 20X7, calculez le montant de financement additionnel maximal que l'entreprise pourra aller chercher sans avoir recours à de nouvelles actions ordinaires.

5.3 La compagnie XYZ, qui a une structure de capital optimale, dispose des sources de financement suivantes :

	Valeur comptable (en dollars)
Dette à long terme	50 000 000
Actions privilégiées (250 000 actions)	10 000 000
Actions ordinaires (3 500 000 actions)	100 000 000
Bénéfices non répartis	17 000 000

La dette à long terme est constituée d'obligations émises au pair il y a 5 ans et échéant dans 15 ans. Le taux de coupon de ces obligations est de 10 % payable semestriellement. Les obligations se négocient actuellement à 950 $. Une émission semblable au pair coûterait 5 % de la valeur nominale en frais d'émission totalement déductibles à l'émission.

Les actions privilégiées sont actuellement cotées 52 $ l'action. Le dividende privilégié annuel est de 2,50 $ l'action. Une nouvelle émission d'actions privilégiées coûterait des frais d'émission de l'ordre de 2 $ par action après impôts.

Les actions ordinaires sont actuellement cotées 30 $ l'action. Le prochain dividende ordinaire annuel est de 2 $ l'action. L'entreprise prévoit que son dividende va croître à raison d'un taux annuel composé de 7,25 %.

Les frais d'émission des nouvelles actions représentent 2 % du prix de vente avant impôts. Le taux d'imposition de l'entreprise XYZ est de 40 %.

a) Calculez le coût des obligations.
b) Calculez le coût des actions privilégiées.
c) Calculez le coût des actions ordinaires.
d) Calculez le coût des bénéfices non répartis.
e) Calculez le coût moyen pondéré du capital de l'entreprise XYZ avant le point de rupture.
f) Calculez le coût moyen pondéré du capital de l'entreprise XYZ après le point de rupture.

CHAPITRE **6**

La relation entre le risque et le rendement

Plan du chapitre

L'essentiel pour réussir son cours de gestion financière

Problèmes de révision et solutions
Questions
Exercices
Problèmes
Problèmes préparatoires aux examens

Consultez le solutionnaire en ligne.

La lecture de ce chapitre vous permettra de maîtriser les notions financières suivantes :

Introduction

Les investisseurs sont prêts à prendre plus de risques si, en échange, ils s'attendent à recevoir un rendement additionnel. Prenons un exemple simple de deux actifs financiers A et B. Si l'actif A vaut 15 $, promet un profit de 1 $ lorsque les conditions économiques sont favorables et présente le risque de perdre 2 $ dans le cas contraire et que l'actif B promet le même profit potentiel, mais présente un risque de perte plus important, alors l'investisseur rationnel n'acceptera pas de payer 15 $ pour acheter l'actif B. Il va requérir un rendement additionnel sur ce titre, puisque le risque est supérieur à celui du titre A, et va donc le payer moins cher. C'est pour cette raison que nous parlons souvent de relation positive entre le rendement et le risque d'un titre financier ou d'un portefeuille entier. Un risque plus élevé doit s'accompagner d'un rendement conséquent.

Notre exemple suppose que l'investisseur est rationnel, donc qu'il est, par défaut, averse au risque ou risquophobe. Sa réticence à la prise de risque l'amène à demander plus de rentabilité. Cependant, chaque individu présente un degré d'aversion au risque ou un niveau de tolérance au risque différent qui se répercute sur la relation entre le rendement et le risque. Plus généralement, les caractéristiques de l'investisseur, notamment son âge, son horizon d'investissement, sa tolérance au risque et sa capacité d'épargne, permettent d'établir la relation optimale rendement-risque propre à chacun.

Cette relation implique deux notions : le rendement et le risque. D'une part, le rendement d'un titre signifie son taux de profitabilité, qui est composé de deux éléments : le gain en revenu émanant des dividendes rattachés au titre (*dividend yield*) et le gain en capital issu de la variabilité du cours du titre à travers le temps (*capital gains yield*). D'autre part, la notion de risque est la possibilité que l'investissement n'obtienne pas le rendement exigé ou espéré. Il y a deux catégories de risques pour une entreprise : le risque d'exploitation (incertitude liée au fonctionnement de l'entreprise) et le risque financier (risque lié aux modes de financement).

La mesure la plus simple du risque est la variance des rendements. Elle estime la variabilité de la rentabilité d'un actif financier par rapport à la moyenne. La racine carrée de la variance s'appelle l'écart type des rendements. Ce dernier représente l'écart moyen par rapport au **rendement moyen**. Par exemple, si nous avons un écart type de 1 %, alors nous pouvons dire que les rendements dévient en moyenne de 1 % par rapport au rendement moyen. Par extension, nous pourrons avancer que 95 % des rendements varient de 2 % de part et d'autre de la moyenne. Nous aurons l'occasion de mettre l'accent sur la méthode avec laquelle nous calculons et interprétons l'écart type d'une série de rendements d'actifs financiers (*voir la section 6.1.2, p. 211*).

Certains épargnants préfèrent se soustraire à ce risque et investir dans des titres dits « non risqués ». Pour ce faire, ils ont recours aux titres émis par l'État ou à leurs équivalents, à savoir les obligations gouvernementales ou les bons du Trésor, qui servent à financer la dette publique ou les programmes d'investissement de grande envergure tels que les projets d'infrastructures. En réalité, ces titres ne sont pas dénués de risque, puisque l'inflation a une incidence avérée sur la valeur de l'épargne, et donc un effet certain sur le rendement nominal de ces titres. Cela dit, les titres de créance émis par le gouvernement sont réputés être non risqués, car la probabilité de défaillance des États est censée être infime, puisque ces derniers sont à même d'honorer leurs engagements au moyen de l'augmentation des recettes fiscales.

Si, par contre, l'investisseur est doté d'un appétit pour le risque, alors il va oser acheter un titre auquel est rattachée la possibilité de perdre une partie du capital investi. Pour aller de l'avant avec cette décision, il va demander une prime de risque, qui est une forme de compensation pour sa témérité. La prime de risque est la différence entre le rendement d'un titre risqué et celui d'un titre sans risque : c'est la rémunération proposée à l'individu pour accepter d'encourir le risque additionnel inhérent au titre financier risqué et de choisir d'y investir au lieu de s'adresser aux titres d'État.

Pour illustrer la notion de prime de risque, nous pouvons prendre l'exemple de l'indice boursier torontois (S&P/TSX). À la fin du mois d'août 2017, son rendement annuel était de 4,21 %, alors que le rendement des obligations du gouvernement du Canada de 10 ans était de 1,849 %. Par conséquent, la prime de risque rattachée au S&P/TSX à la fin du mois d'août 2017 se calcule ainsi : 4,21 % – 1,849 % = 2,361 %[1]. C'est le taux de rentabilité additionnel requis ou exigé par l'investisseur qui accepte de prendre le risque en investissant dans un portefeuille qui réplique l'indice boursier S&P/TSX. Cette prime de risque peut varier dans le temps en fonction de l'évolution du risque du titre en question.

Afin de pouvoir estimer aussi bien le rendement que le risque, nous présenterons la manière avec laquelle nous calculons le rendement espéré d'un titre, en contexte d'incertitude, ainsi que son estimateur, à savoir la moyenne. Nous évaluerons aussi le risque à l'aide du calcul de la variance et de l'écart type des rendements d'un titre. Ensuite, nous nous intéresserons aux notions de covariance

1. Source : Bloomberg (www.bloomberg.com).

et de corrélation des rendements de deux titres. Ces notions traduisent le degré d'évolution concomitante entre les variations des cours des deux titres en question. Aussi, nous définirons le coefficient de variation en tant que critère usuel permettant la comparaison entre les risques relatifs de deux titres. Finalement, nous explorerons la notion de risque lorsque nous sommes dans un contexte de portefeuille à deux titres ou plus, auquel cas la corrélation entre les rendements des titres joue un rôle important dans l'estimation du risque d'un portefeuille.

6.1 La moyenne et la variance des rendements d'un titre

Dans cette section, nous présenterons les méthodes de calcul du rendement exigé et du risque d'un titre. Dans un contexte d'incertitude, le rendement requis par l'investisseur coïncide avec l'espérance, et le risque est égal à la **variance des rendements**. Lorsque nous disposons d'un échantillon, le meilleur estimateur du rendement espéré correspond à la moyenne des rendements historiques. Nous définirons aussi les notions de covariance et de corrélation afin de souligner la relation de la variabilité des rendements entre deux titres, et ce, dans l'objectif d'estimer le rendement exigé et le risque d'un portefeuille de titres ultérieurement.

6.1.1 La moyenne

Dans le contexte d'incertitude des flux futurs, le **rendement espéré d'un titre** *i* correspond au **rendement exigé ou requis** par l'investisseur afin d'accepter de prendre des risques en acquérant le titre *i*. Ce rendement espéré est calculé sur la base de différents scénarios possibles à l'aide de l'équation suivante :

$$E(R_i) = \sum_{j=1}^{n} p_j \times R_{i,j}$$

ÉQUATION 6.1

où

$R_{i,j}$ représente le rendement de l'investissement *i* selon le scénario *j* ;
p_j représente la probabilité de réalisation du scénario *j* ;
n représente le nombre de scénarios *j* possibles.

EXEMPLE 6.1

Supposons qu'un titre promet un rendement de 10 % en période de croissance, 4 % en période de stagnation et −10 % en période de récession économique. Les probabilités assignées à chaque état de l'économie doivent être estimées afin de pouvoir calculer le rendement espéré du titre en question. Le tableau ci-dessous récapitule ces estimations :

	Croissance	Stabilité	Récession
Probabilité assignée à chaque état de l'économie *j* (p_j)	0,3	0,4	0,3
Rendement du titre *i* promis lors de chaque scénario ($R_{i,j}$)	10 %	4 %	−10 %

Quel serait le rendement espéré du titre *i* ?

SOLUTION

Le rendement espéré du titre *i* est égal à :

$$E(R_i) = \sum_{j=1}^{3} p_j \times R_{i,\,j}$$

$$E(R_i) = p_{\text{croissance}} \times R_{\text{croissance}} + p_{\text{stagnation}} \times R_{\text{stagnation}} + p_{\text{récession}} \times R_{\text{récession}}$$

$$E(R_i) = 0{,}3 \times 10\ \% + 0{,}4 \times 4\ \% + 0{,}3 \times (-10\ \%) = 1{,}6\ \%$$

Le rendement espéré du titre *i* est égal à 1,6 %.

Dans l'exemple 6.1, nous disposons des probabilités rattachées aux différents scénarios. Cela n'est pas toujours le cas, puisque les hypothèses concernant l'éventualité d'occurrence de chaque état de l'économie s'appuient sur des modèles complexes, peu accessibles. Ainsi, afin d'estimer le rendement espéré, nous pouvons recourir à l'estimateur non biaisé de l'espérance, à savoir la moyenne arithmétique des rendements historiques du titre *i* à l'aide de l'équation suivante :

ÉQUATION 6.2

$$\overline{R_i} = \frac{1}{T} \times \sum_{t=1}^{T} R_{i,\,t}$$

où

$R_{i,\,t}$ représente le rendement de l'investissement *i* à la période *t* ;
T représente le nombre de périodes historiques.

EXEMPLE 6.2

Supposons la série chronologique des cours et des rendements de l'action ordinaire de la Banque Credicole (CTLD) du mois d'août 2017 :

Date	Prix de clôture (en dollars)	Rendement (en pourcentage)
2017-08-31	89,61	–0,54
2017-08-30	90,1	0,03
2017-08-29	90,07	–2,55
2017-08-28	92,43	0,13
2017-08-25	92,31	0,08
2017-08-24	92,24	–0,27
2017-08-23	92,49	0,94
2017-08-22	91,63	–0,24
2017-08-21	91,85	0,35
2017-08-18	91,53	–0,26
2017-08-17	91,77	–0,47
2017-08-16	92,2	–0,50
2017-08-15	92,66	–0,40
2017-08-14	93,03	1,11
2017-08-11	92,01	–1,06
2017-08-10	93	–1,19

EXEMPLE 6.2 (*suite*)

Date	Prix de clôture (en dollars)	Rendement (en pourcentage)
2017-08-09	94,12	–0,84
2017-08-08	94,92	0,33
2017-08-04	94,61	–0,12
2017-08-03	94,72	–0,43
2017-08-02	95,13	0,14
2017-08-01	95	0,47

Quel serait le rendement moyen de l'action de CTLD pendant la période concernée ?

SOLUTION

$$\overline{R_{\text{CTLD}}} = \frac{1}{22} \times \sum_{t=1}^{22} R_{\text{CTLD},\,t}$$

$$\overline{R_{\text{CTLD}}} = \frac{1}{22} \times \begin{bmatrix} \left(-0,54\ \%\right) + 0,03\ \% + \left(-2,55\ \%\right) + 0,13\ \% + 0,08\ \% + \left(-0,27\ \%\right) \\ + 0,94\ \% + \left(-0,24\ \%\right) + 0,35\ \% + \left(-0,26\ \%\right) + \left(-0,47\ \%\right) \\ + \left(-0,50\ \%\right) + \left(-0,40\ \%\right) + 1,11\ \% + \left(-1,06\ \%\right) + \left(-1,19\ \%\right) \\ + \left(-0,84\ \%\right) + 0,33\ \% + \left(-0,12\ \%\right) + \left(-0,43\ \%\right) + 0,14\ \% + 0,47\ \% \end{bmatrix}$$

$$\overline{R_{\text{CTLD}}} = -0,24\ \%$$

QUESTION ÉCLAIR 6.1

Pourquoi la moyenne arithmétique des rendements historiques d'un titre peut-elle constituer le rendement exigé par l'investisseur ?

6.1.2 La variance

Le **risque d'un titre** *i* émane de la variabilité des flux monétaires qu'il promet ou encore de ses rendements. La mesure la plus simple du risque inhérent à un investissement *i* est la variance de ses rendements. Elle indique la dispersion par rapport au rendement espéré à l'aide de l'équation suivante :

$$\sigma_i^2 = \text{var}\left(R_i\right) = E\left[R_i - E\left(R_i\right)\right]^2 = \sum_{i=1}^{n} p_j \times \left(R_{i,\,j} - E\left(R_i\right)\right)^2$$

ÉQUATION 6.3

où

$R_{i,\,j}$ représente le rendement de l'investissement *i* selon le scénario *j* ;
p_j représente la probabilité de réalisation du scénario *j* ;
n représente le nombre de scénarios *j* possibles ;
$E\left(R_i\right)$ représente le rendement espéré du titre *i*.

EXEMPLE 6.3

Reprenons l'exemple 6.1 dans lequel le rendement du titre *i* dépend de l'occurrence du scénario *j*, eu égard au contexte économique. Quelle serait la variance de ses rendements ?

SOLUTION

$$\sigma_i^2 = \sum_{i=1}^{3} p_j \times \left(R_{i,j} - E\left(R_i\right)\right)^2$$

Le rendement espéré du titre i a déjà été calculé et il est égal à :

$$E\left(R_i\right) = 0{,}3 \times 10\ \% + 0{,}4 \times 4\ \% + 0{,}3 \times \left(-10\ \%\right) = 1{,}6\ \%$$

Donc, la variance serait égale à :

$$\sigma_i^2 = \sum_{i=1}^{3} p_j \times \left(R_{i,j} - 1{,}6\ \%\right)^2$$

$$\sigma_i^2 = 0{,}3 \times \left(10\ \% - 1{,}6\ \%\right)^2 + 0{,}4 \times \left(4\ \% - 1{,}6\ \%\right)^2 + 0{,}3 \times \left(-10\ \% - 1{,}6\ \%\right)^2$$

$$\sigma_i^2 = 0{,}002\ 117 + 0{,}000\ 230 + 0{,}004\ 037 = 0{,}006\ 384$$

La variance des rendements du titre i est de 0,006 384.

L'interprétation de la variance est moins intuitive que l'écart type, puisque les écarts sont élevés au carré, et donc ne correspondent plus à des pourcentages comme c'est le cas pour les rendements. C'est pour cette raison que nous appliquons la racine carrée sur la variance afin de calculer l'**écart type des rendements** à l'aide de l'équation suivante :

ÉQUATION 6.4

$$\sigma_i = \sqrt{\mathrm{var}\left(R_i\right)} = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} p_j \times \left(R_{i,j} - E\left(R_i\right)\right)^2}$$

où

$R_{i,j}$ représente le rendement de l'investissement i selon le scénario j ;
p_j représente la probabilité de réalisation du scénario j ;
n représente le nombre de scénarios j possibles ;
$E(R_i)$ représente le rendement espéré du titre i.

EXEMPLE 6.4

En appliquant l'équation 6.4 à l'exemple 6.3, nous trouvons que l'écart type des rendements du titre i est de $\sqrt{0{,}006\ 384} = 0{,}0799$ ou encore 7,99 %. Comment pouvons-nous interpréter ce résultat ?

SOLUTION

Comme son nom l'indique, l'écart type est l'écart moyen des rendements par rapport au rendement moyen. Il mesure la variabilité typique des rendements par rapport à l'espérance. Dans cet exemple, cet écart standard est de 7,99 % de part et d'autre de 1,6 %, qui constitue le rendement espéré.

Précédemment, nous avons calculé la variance des rendements en contexte d'incertitude en supposant que les probabilités des états de l'économie sont disponibles. Si, par contre, nous ne disposons pas de cette information, nous aurons recours à l'estimateur de la variance de la population des rendements, à savoir la variance calculée à partir d'un échantillon de rendements historiques, à l'aide de l'équation suivante :

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{T-1} \times \sum_{t=1}^{T} \left(R_{i,t} - \overline{R_i}\right)^2$$

ÉQUATION 6.5

où

$R_{i,t}$ représente le rendement de l'investissement i à la période t ;
T représente le nombre de périodes historiques ;
$\overline{R_i}$ représente le rendement moyen du titre i sur toute la période de $t = 1$ jusqu'à T.

EXEMPLE 6.5

Reprenons l'exemple 6.2 (*voir p. 210*) de la série chronologique des rendements quotidiens de l'action ordinaire de CTLD au mois d'août 2017. Quelle serait la variance de ces rendements sur la période en question ?

SOLUTION

$$\sigma_{\text{CTLD}}^2 = \frac{1}{22-1} \times \sum_{t=1}^{22} \left(R_{\text{CTLD},t} - \overline{R_{\text{CTLD}}}\right)^2$$

Calculons d'abord les écarts des rendements par rapport à la moyenne, élevés au carré :

Date	$R_{\text{CTLD},t}$	$(R_{\text{CTLD},t} - \overline{R_{\text{CTLD}}})$	$(R_{\text{CTLD},t} - \overline{R_{\text{CTLD}}})^2$
2017-08-31	−0,54 %	−0,30 %	0,000 0090
2017-08-30	0,03 %	0,27 %	0,000 0073
2017-08-29	−2,55 %	−2,31 %	0,000 5334
2017-08-28	0,13 %	0,37 %	0,000 0137
2017-08-25	0,08 %	0,32 %	0,000 0103
2017-08-24	−0,27 %	−0,03 %	0,000 0001
2017-08-23	0,94 %	1,18 %	0,000 1393
2017-08-22	−0,24 %	0,00 %	0,000 0000
2017-08-21	0,35 %	0,59 %	0,000 0349
2017-08-18	−0,26 %	−0,02 %	0,000 0000
2017-08-17	−0,47 %	−0,23 %	0,000 0053
2017-08-16	−0,50 %	−0,26 %	0,000 0067
2017-08-15	−0,40 %	−0,16 %	0,000 0025
2017-08-14	1,11 %	1,35 %	0,000 1824
2017-08-11	−1,06 %	−0,82 %	0,000 0672
2017-08-10	−1,19 %	−0,95 %	0,000 0902
2017-08-09	−0,84 %	−0,60 %	0,000 0359
2017-08-08	0,33 %	0,57 %	0,000 0325
2017-08-04	−0,12 %	0,12 %	0,000 0015
2017-08-03	−0,43 %	−0,19 %	0,000 0036
2017-08-02	0,14 %	0,38 %	0,000 0145
2017-08-01	0,47 %	0,71 %	0,000 0505

SOLUTION (*suite*)

Le rendement moyen de l'action de CTLD au mois d'août 2017 est de −0,24 %.

Donc, la variance des rendements est égale à :

$$\sigma^2_{\text{CTLD}} = \frac{1}{21} \times \sum_{t=1}^{22} \left(R_{\text{CTLD},\,t} - (-0{,}24\ \%) \right)^2$$

$$\sigma^2_{\text{CTLD}} = \frac{1}{21} \times 0{,}001\,2407 = 0{,}000\,0591$$

L'écart type des rendements de l'action de CTLD au mois d'août 2017 est de :

$$\sigma_{\text{CTLD}} = \sqrt{\sigma^2_{\text{CTLD}}} = 0{,}007\,6865 \approx 0{,}77\ \%$$

Ainsi, durant cette période, le rendement moyen de l'action de CTLD est de −0,24 % et l'écart type de ces rendements est de 0,77 %. Si nous supposons que la distribution des rendements de ce titre est normale, alors nous pouvons avancer que dans 68 % des cas, nous obtenons des rendements à un écart type près de part et d'autre du rendement moyen. En effet, 15 des 22 rendements devraient appartenir à l'intervalle [−1,01 %, 0,53 %]. Si nous cherchons à établir l'intervalle des rendements possibles dans 95 % des cas, c'est-à-dire pour 21 des 22 rendements, nous aurons à passer de un à deux écarts types de part et d'autre de la moyenne. En effet, les rendements possibles varieront entre −1,78 % et 1,30 %.

QUESTION ÉCLAIR 6.2

Pourquoi a-t-on recours à l'écart type des rendements lors de l'estimation du risque d'un titre ?

6.2 La covariance et la corrélation des rendements de deux titres

Dans cette section, nous allons introduire la relation entre l'évolution des rendements respectifs de deux titres, notamment la covariance et la corrélation. L'objectif est de disposer des outils qui nous permettront de calculer le risque inhérent à un portefeuille de titres dans lequel la concomitance de la variabilité des rendements entre en ligne de compte.

6.2.1 La covariance

La **covariance des rendements** de deux titres évalue la variation simultanée des taux de rendement du titre 1 et de ceux du titre 2 autour de leurs espérances respectives. En contexte d'incertitude, elle s'écrit comme suit :

$$\sigma_{1,\,2} = \text{cov}(R_1, R_2) = E\left\{ \left[R_1 - E(R_1) \right] \times \left[R_2 - E(R_2) \right] \right\}$$

Si nous explicitons l'opérateur de l'espérance, en considérant les probabilités liées à chaque scénario possible, nous obtenons l'équation suivante :

ÉQUATION 6.6

$$\sigma_{1,\,2} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} p_{i,j} \times \left(R_{1,\,i} - E(R_1) \right) \times \left(R_{2,\,j} - E(R_2) \right)$$

où

$\sigma_{1,2}$ représente la covariance entre les rendements du titre 1 et ceux du titre 2 ;
$p_{i,j}$ représente la probabilité que le rendement du titre 1 soit égal à $R_{1,i}$ en même temps que le rendement du titre 2 est égal à $R_{2,j}$;
$E(R_1)$ et $E(R_2)$ représentent les rendements espérés respectifs du titre 1 et du titre 2 ;
n représente le nombre de scénarios possibles.

En guise de simplification de l'équation 6.6, nous allons, dans ce qui suit, supposer que les probabilités conjointes $p_{i,j}$ sont définies comme étant les probabilités d'occurrence des différents états de la nature (conjonctures économiques). L'équation sera donc réduite à la somme des produits des écarts des rendements possibles par rapport à leurs espérances respectives multipliés par la probabilité de leur occurrence. Cette simplification donne l'équation suivante :

$$\sigma_{1,2} = \sum_{i=1}^{n} p_i \times \left(R_{1,i} - E\left(R_1\right)\right) \times \left(R_{2,i} - E\left(R_2\right)\right)$$

◀ **ÉQUATION 6.7**

où

$\sigma_{1,2}$ représente la covariance entre les rendements du titre 1 et ceux du titre 2 ;
p_i représente la probabilité d'occurrence de l'état de la nature i, c'est-à-dire la conjoncture économique lors de laquelle le titre 1 réalise le rendement $R_{1,i}$ et le titre 2 offre un rendement de $R_{2,i}$;
$E(R_1)$ et $E(R_2)$ représentent les rendements espérés respectifs du titre 1 et du titre 2 ;
n représente le nombre de scénarios possibles.

EXEMPLE 6.6

Supposons que nous voulons investir dans les titres A et B. Voici les données concernant les rendements respectifs de chaque titre correspondant à différents scénarios liés à la conjoncture économique.

État de l'économie	Probabilité ($_j$)	Rendement du titre A ($R_{A,j}$)	Rendement du titre B ($R_{B,j}$)
Croissance	0,3	10 %	20 %
Stagnation	0,4	4 %	0 %
Récession	0,3	−10 %	−10 %

Quelle serait la covariance des rendements des titres A et B ?

SOLUTION

$$\sigma_{A,B} = \sum_{j=1}^{3} p_j \times \left(R_{A,j} - E\left(R_A\right)\right) \times \left(R_{B,j} - E\left(R_B\right)\right)$$

Nous remarquons que, pour calculer la covariance entre les rendements des titres A et B, il faudra d'abord obtenir $E(R_A)$ et $E(R_B)$.

SOLUTION (*suite*)

Étape 1 :

Espérance du rendement du titre A :

$$E\left(R_A\right) = \sum_{j=1}^{3} p_j \times R_{A,\,j}$$
$$= 0{,}3 \times 10\ \% + 0{,}4 \times 4\ \% + 0{,}3 \times \left(-10\ \%\right)$$
$$= 1{,}6\ \%$$

Espérance du rendement du titre B :

$$E\left(R_B\right) = \sum_{j=1}^{3} p_j \times R_{B,\,j}$$
$$= 0{,}3 \times 20\ \% + 0{,}4 \times 0\ \% + 0{,}3 \times \left(-10\ \%\right)$$
$$= 3\ \%$$

Étape 2 : Les intrants de l'équation 6.7 sont ainsi calculés. La deuxième étape consiste en la multiplication de trois composantes : la probabilité conjointe p_j, l'écart du rendement $R_{A,\,j}$ par rapport à son espérance $E(R_A)$ et l'écart du rendement $R_{B,\,j}$ par rapport à son espérance $E(R_B)$. Le tableau ci-dessous illustre ce calcul.

P_j	$R_{A,j}$	$R_{B,j}$	$R_{A,j} - E(R_A)$	$R_{B,j} - E(R_B)$	$P_j \times (R_{A,j} - E(R_A)) \times (R_{B,j} - E(R_B))$
0,3	10 %	20 %	8,4 %	17 %	0,014 28
0,4	4 %	0 %	2,4 %	–3 %	–0,000 72
0,3	–10 %	–10 %	–11,6 %	–13 %	0,015 08

Étape 3 : Nous calculons la somme de la dernière colonne du tableau ci-dessus :

$$\sigma_{A,\,B} = \sum_{j=1}^{3} p_j \times \left(R_{A,\,j} - E\left(R_A\right)\right) \times \left(R_{B,\,j} - E\left(R_B\right)\right) = 0{,}028\ 64$$

La covariance entre les rendements des titres A et B est très faible, soit 0,028 64. Les rendements de ces titres sont quasiment indépendants.

Il est à noter que les probabilités relatives à la réalisation de chaque état de la nature constituent des éléments subjectifs qui diffèrent d'un participant à un autre sur le marché. C'est pour cette raison que nous optons pour l'estimation de la covariance de la population des rendements moyennant un estimateur efficace.

ÉQUATION 6.8

$$\sigma_{1,\,2} = \frac{1}{T-1} \times \sum_{t=1}^{T} \left(R_{1,\,t} - \overline{R_1}\right) \times \left(R_{2,\,t} - \overline{R_2}\right)$$

où

$\sigma_{1,\,2}$ représente la covariance entre les rendements historiques du titre 1 et ceux du titre 2 ;
$\overline{R_1}$ et $\overline{R_2}$ représentent les moyennes historiques des rendements respectifs du titre 1 et du titre 2 ;
$R_{1,\,t}$ et $R_{2,\,t}$ représentent les rendements observés à la période t du titre 1 et du titre 2, respectivement ;
T représente le nombre de périodes : si les rendements sont mensuels, alors T est le nombre de mois d'observation.

EXEMPLE 6.7

Le tableau ci-dessous donne les séries chronologiques des rendements de chaque titre pour la période concernée.

Date	$R_{\text{CTLD}, t}$	$R_{\text{BKR}, t}$
2017-08-31	–0,54 %	0,36 %
2017-08-30	0,03 %	–0,53 %
2017-08-29	–2,55 %	–0,21 %
2017-08-28	0,13 %	–0,23 %
2017-08-25	0,08 %	0,36 %
2017-08-24	–0,27 %	–0,10 %
2017-08-23	0,94 %	1,09 %
2017-08-22	–0,24 %	–0,07 %
2017-08-21	0,35 %	–0,20 %
2017-08-18	–0,26 %	–0,27 %
2017-08-17	–0,47 %	–0,49 %
2017-08-16	–0,50 %	–0,40 %
2017-08-15	–0,40 %	–0,22 %
2017-08-14	1,11 %	1,11 %
2017-08-11	–1,06 %	–0,40 %
2017-08-10	–1,19 %	–1,53 %
2017-08-09	–0,84 %	–0,41 %
2017-08-08	0,33 %	0,20 %
2017-08-04	–0,12 %	0,60 %
2017-08-03	–0,43 %	–0,17 %
2017-08-02	0,14 %	0,77 %
2017-08-01	0,47 %	0,42 %

Quelle serait la covariance entre les rendements de l'action de CTLD et ceux de l'action de la Banque BKR (BKR) au mois d'août 2017 ?

SOLUTION

$$\sigma_{\text{CTLD, BKR}} = \frac{1}{22-1} \times \sum_{t=1}^{22} \left(R_{\text{CTLD}, t} - \overline{R_{\text{CTLD}}}\right) \times \left(R_{\text{BKR}, t} - \overline{R_{\text{BKR}}}\right)$$

Étape 1 : De prime abord, nous devons calculer le rendement moyen de CTLD et celui de BKR sur la période en question.

SOLUTION (*suite*)

$$\overline{R_{\text{CTLD}}} = \frac{1}{22} \times \sum_{t=1}^{22} R_{\text{CTLD},\,t} = -0{,}24\ \%$$

$$\overline{R_{\text{BKR}}} = \frac{1}{22} \times \sum_{t=1}^{22} R_{\text{BKR},\,t} = -0{,}01\ \%$$

Étape 2 : Nous devons calculer le produit des deux écarts suivants : celui des rendements de CTLD par rapport à leur moyenne et celui des rendements de BKR par rapport à la moyenne également.

Date	$R_{\text{CTLD},t}$	$R_{\text{CTLD},t} - \overline{R_{\text{CTLD}}}$	$R_{\text{BKR},t}$	$R_{\text{BKR},t} - \overline{R_{\text{BKR}}}$	$(R_{\text{CTLD},t} - \overline{R_{\text{CTLD}}}) \times (R_{\text{BKR},t} - \overline{R_{\text{BKR}}})$
2017-08-31	–0,54 %	–0,30 %	0,36 %	0,37 %	–0,000 0112
2017-08-30	0,03 %	0,27 %	–0,53 %	–0,52 %	–0,000 0139
2017-08-29	–2,55 %	–2,31 %	–0,21 %	–0,20 %	0,000 0451
2017-08-28	0,13 %	0,37 %	–0,23 %	–0,22 %	–0,000 0080
2017-08-25	0,08 %	0,32 %	0,36 %	0,37 %	0,000 0120
2017-08-24	–0,27 %	–0,03 %	–0,10 %	–0,09 %	0,000 0003
2017-08-23	0,94 %	1,18 %	1,09 %	1,10 %	0,000 1304
2017-08-22	–0,24 %	0,00 %	–0,07 %	–0,06 %	0,000 0000
2017-08-21	0,35 %	0,59 %	–0,20 %	–0,19 %	–0,000 0110
2017-08-18	–0,26 %	–0,02 %	–0,27 %	–0,26 %	0,000 0005
2017-08-17	–0,47 %	–0,23 %	–0,49 %	–0,48 %	0,000 0109
2017-08-16	–0,50 %	–0,26 %	–0,40 %	–0,39 %	0,000 0100
2017-08-15	–0,40 %	–0,16 %	–0,22 %	–0,21 %	0,000 0033
2017-08-14	1,11 %	1,35 %	1,11 %	1,12 %	0,000 1519
2017-08-11	–1,06 %	–0,82 %	–0,40 %	–0,39 %	0,000 0316
2017-08-10	–1,19 %	–0,95 %	–1,53 %	–1,52 %	0,000 1439
2017-08-09	–0,84 %	–0,60 %	–0,41 %	–0,40 %	0,000 0237
2017-08-08	0,33 %	0,57 %	0,20 %	0,21 %	0,000 0122
2017-08-04	–0,12 %	0,12 %	0,60 %	0,61 %	0,000 0074
2017-08-03	–0,43 %	–0,19 %	–0,17 %	–0,16 %	0,000 0029
2017-08-02	0,14 %	0,38 %	0,77 %	0,78 %	0,000 0298
2017-08-01	0,47 %	0,71 %	0,42 %	0,43 %	0,000 0309

Étape 3 : Nous calculons la somme de la dernière colonne du tableau ci-dessus et la divisons par 21 :

$$\sigma_{\text{CTLD, BKR}} = \frac{1}{21} \times \sum_{t=1}^{22} \left(R_{\text{CTLD},\,t} - \overline{R_{\text{CTLD}}}\right) \times \left(R_{\text{BKR},\,t} - \overline{R_{\text{BKR}}}\right) = 0{,}000\ 0287$$

6.2.2 Le coefficient de corrélation

Nous avons remarqué, avec le calcul de la covariance, que l'interprétation est très difficile à faire, car l'unité n'est plus celle de la variable de départ, à savoir le pourcentage dans le cas des rendements. La même constatation que nous avons formulée à propos de la variance, dans laquelle les écarts sont élevés au carré, s'applique pour la covariance. C'est pour cette raison que nous recourons au **coefficient de corrélation**, qui normalise la covariance en la divisant par le produit des écarts types des rendements concernés, ce qui donne l'équation suivante :

$$\rho_{1,2} = \text{corr}\left(R_1, R_2\right) = \frac{\sigma_{1,2}}{\sigma_1 \times \sigma_2}$$

ÉQUATION 6.9

où

$\rho_{1,2}$ représente le coefficient de corrélation entre les rendements du titre 1 et ceux du titre 2 ;
$\sigma_{1,2}$ représente la covariance entre les rendements du titre 1 et ceux du titre 2 ;
σ_1 représente l'écart type des rendements du titre 1 ;
σ_2 représente l'écart type des rendements du titre 2.

Le coefficient de corrélation (*voir la figure 6.1, page suivante*) est compris entre −1 et 1, et donne le signe de la covariance. Si la corrélation est égale à 1, alors elle est dite « parfaite » et signifie que les rendements des deux titres évoluent dans le même sens, en même temps et avec la même ampleur. Si la corrélation appartient à l'intervalle]0, 1[, alors elle est positive, mais elle n'est pas parfaite. Ainsi, le sens de l'évolution concomitante des rendements des deux titres est le même, mais l'ampleur n'est pas équivalente. Lorsque la corrélation est nulle, alors on parle d'indépendance linéaire entre les rendements des deux titres.

La corrélation peut aussi être négative. Si elle est égale à −1, alors nous parlons de corrélation négative et parfaite. Dans ce cas, les rendements évoluent dans des sens contraires, en même temps et avec la même ampleur. Finalement, le coefficient de corrélation peut appartenir à l'intervalle]−1, 0[, auquel cas cela signifie que l'évolution simultanée des rendements se fait dans des sens opposés, en même temps, mais pas avec la même ampleur.

Dans la figure 6.1, les cinq graphiques représentent les différentes valeurs de coefficients de corrélation[2].

Le graphique 1 représente des données (x et y) liées par une corrélation parfaite et positive ($\rho = 1$).

Le graphique 2 représente les rendements de BKR et ceux de CTLD du mois d'août 2017. Le coefficient de corrélation entre ces données est positif et égal à 0,6.

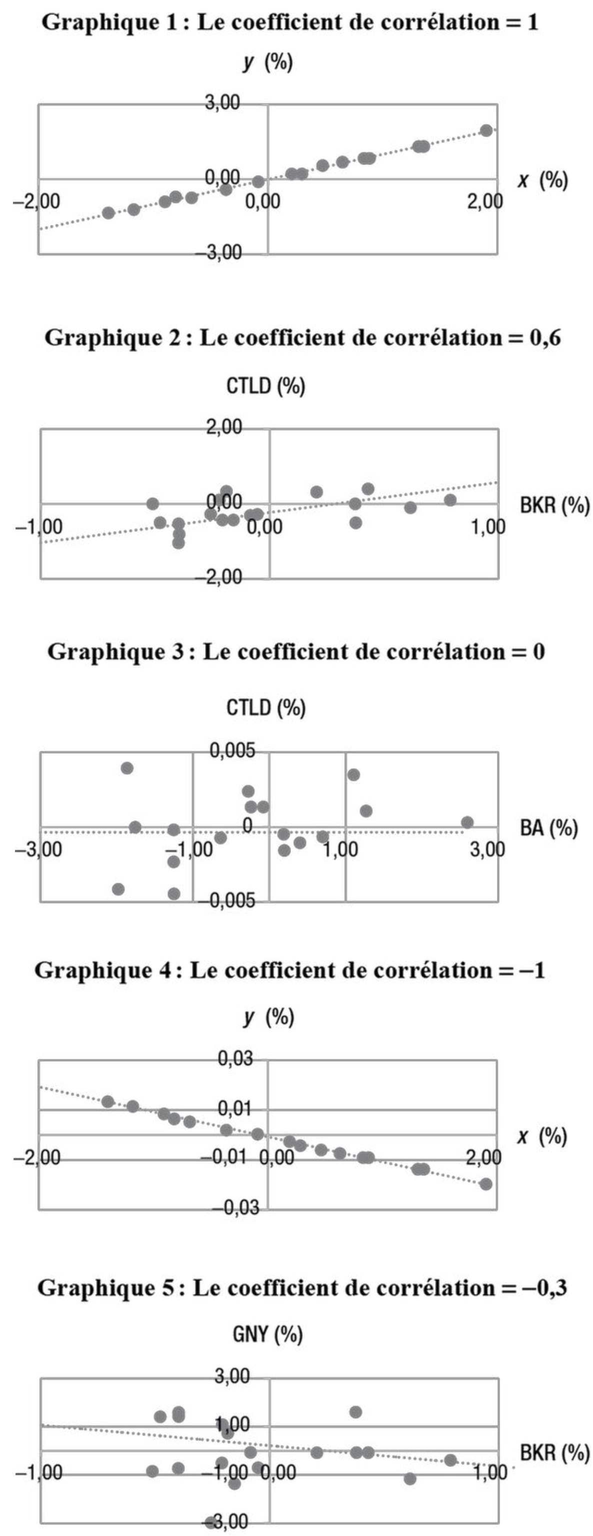
Le graphique 3 représente les rendements de BelBait inc. (BA), une entreprise de télécommunications, et ceux de CTLD au mois de juillet 2017. Le coefficient de corrélation de ces données est nul ($\rho = 0$).

Le graphique 4 représente des données (x et y) liées par une corrélation parfaite et négative ($\rho = -1$).

Le graphique 5 représente les rendements de BKR et ceux de Geynous inc. (GNY), une entreprise minière, du mois d'août 2017. Le coefficient de corrélation de ces données est négatif et égal à −0,3.

2. Dans ces graphiques, tant les entreprises que les données utilisées sont fictives.

FIGURE 6.1 Le coefficient de corrélation



EXEMPLE 6.8

En reprenant les données de l'exemple 6.7 (*voir p. 217*), comment calculer le coefficient de corrélation des rendements de l'action de CTLD et celui de l'action de BKR au mois d'août 2017?

SOLUTION

$$\rho_{\text{CTLD, BKR}} = \frac{\sigma_{\text{CTLD, BKR}}}{\sigma_{\text{CTLD}} \times \sigma_{\text{BKR}}}$$

Les intrants de cette équation sont:

1. La covariance entre les rendements de CTLD et de BKR:

$$\sigma_{\text{CTLD, BKR}} = \frac{1}{21} \times \sum_{t=1}^{22} \left(R_{\text{CTLD}, t} - \overline{R_{\text{CTLD}}}\right) \times \left(R_{\text{BKR}, t} - \overline{R_{\text{BKR}}}\right) = 0{,}000\ 0287$$

2. L'écart type des rendements de CTLD:

$$\sigma_{\text{CTLD}} = \sqrt{\frac{1}{21} \times \sum_{t=1}^{22} \left(R_{\text{CTLD}, t} - (-0{,}24\ \%)\right)^2} = 0{,}77\ \%$$

3. L'écart type des rendements de BKR:

$$\sigma_{\text{BKR}} = \sqrt{\frac{1}{21} \times \sum_{t=1}^{22} \left(R_{\text{BKR}, t} - (-0{,}01\ \%)\right)^2} = 0{,}60\ \%$$

Ainsi, la corrélation entre les rendements de CTLD et ceux de BKR est de:

$$\rho_{\text{CTLD, BKR}} = \frac{0{,}000\ 0287}{0{,}77\ \% \times 0{,}60\ \%} = 0{,}62$$

Les titres de CTLD et de BKR sont corrélés positivement avec un coefficient plutôt élevé (0,62). Ce résultat est intuitif, puisque les deux titres appartiennent au même secteur d'affaires, donc partagent le même potentiel de risque et les mêmes perspectives de profitabilité. Cependant, les spécificités de chaque banque conduisent à une corrélation différente de +1.

QUESTION ÉCLAIR 6.3

Est-ce que le signe du coefficient de corrélation entre les rendements de deux titres dépend de celui de la covariance?

Nous aurons l'occasion, dans la section 6.3 (*voir page suivante*), de mettre en exergue l'importance du coefficient de corrélation dans le cadre de la construction de portefeuilles de titres. En effet, lorsque nous choisissons des investissements dont le coefficient de corrélation est faible ou négatif, nous sommes à même de réduire le risque total de notre portefeuille et de tirer profit d'un effet de diversification.

6.2.3 Le coefficient de variation

Le **coefficient de variation** est une mesure relative de la variabilité des rendements du titre *i* autour de leur moyenne. Il permet de comparer le degré de variation des rendements de titres différents même si leurs moyennes sont différentes. Le coefficient de variation se calcule comme le risque total (écart type) par unité de rendement moyen espéré, et il s'exprime en pourcentage à l'aide de l'équation suivante :

ÉQUATION 6.10

$$CV_i = \frac{\sigma_i}{E(R_i)}$$

où

CV_i représente le coefficient de variation du titre i ;
σ_i représente l'écart type des rendements du titre i ;
$E(R_i)$ représente le rendement espéré du titre i.

Plus ce coefficient est élevé, plus le risque relatif est élevé.

EXEMPLE 6.9

Supposons qu'un investisseur veut choisir entre deux titres, A et B, celui qui serait le moins risqué sur la base du critère du coefficient de variation. Le titre A offre un rendement espéré de 4 % avec un écart type des rendements de 1 %, alors que le titre B présente un rendement espéré de 5 % avec un écart type des rendements de 1,5 %. Quel titre serait relativement moins risqué ?

SOLUTION

Le coefficient de variation du titre A est égal à :

$$CV_A = \frac{\sigma_A}{E(R_A)} = \frac{1\ \%}{4\ \%} = 25\ \%$$

Le coefficient de variation du titre B est égal à :

$$CV_B = \frac{\sigma_B}{E(R_B)} = \frac{1{,}5\ \%}{5\ \%} = 30\ \%$$

$$CV_B > CV_A$$

Le titre B présente un risque relatif supérieur à celui du titre A. Donc, le 1 % de rendement additionnel promis par le titre B est accompagné d'un risque additionnel supérieur à 0,25 % (25 % × 1 %). C'est pour cette raison que son coefficient de variation est de 30 %. L'investisseur choisira donc le titre A.

QUESTION ÉCLAIR 6.4

Pourquoi le coefficient de variation constitue-t-il une mesure de risque relatif ?

6.3 Le rendement et le risque d'un portefeuille

Dans cette section, nous allons appliquer les notions de rendement espéré et de **risque d'un portefeuille de titres** d'abord composé de deux actifs risqués, puis de n actifs risqués. Le concept de corrélation entre les rendements des titres est crucial pour comprendre l'avantage de diversifier un portefeuille et de réduire son risque à un niveau optimal.

6.3.1 Le portefeuille à deux actifs risqués

Considérons un portefeuille P constitué de deux titres A et B dont les rendements espérés respectifs sont $E(R_A)$ et $E(R_B)$, et dont les proportions investies dans chaque titre sont x_A et x_B. Le rendement espéré du portefeuille P est la moyenne des rendements espérés des deux titres, qui est pondérée par leurs proportions respectives. Il s'écrit en appliquant l'équation suivante :

$$E(R_P) = x_A \times E(R_A) + x_B \times E(R_B)$$

ÉQUATION 6.11

où

x_A représente la proportion investie dans le titre A ;
x_B représente la proportion investie dans le titre B ;
$E(R_A)$ représente le rendement espéré du titre A ;
$E(R_B)$ représente le rendement espéré du titre B.

Démonstration :

Soit la probabilité p_j de l'occurrence de l'état de la nature j, $R_{A,j}$, la réalisation du rendement du titre A à l'état j, et $R_{B,j}$, la réalisation du rendement du titre B, nous pouvons calculer le rendement espéré du portefeuille P en appliquant l'équation 6.1 (*voir p. 209*) :

$$E(R_P) = \sum_{j=1}^{n} p_j \times R_{P,j}$$

$$E(R_P) = \sum_{j=1}^{n} p_j \times (x_A \times R_{A,j} + x_B \times R_{B,j})$$

$$E(R_P) = \sum_{j=1}^{n} \left(p_j \times x_A \times R_{A,j} + p_j \times x_B \times R_{B,j}\right)$$

$$E(R_P) = \sum_{j=1}^{n} \left(p_j \times x_A \times R_{A,j}\right) + \sum_{j=1}^{n} \left(p_j \times x_B \times R_{B,j}\right)$$

$$E(R_P) = x_A \times \sum_{j=1}^{n} \left(p_j \times R_{A,j}\right) + x_B \times \sum_{j=1}^{n} \left(p_j \times R_{B,j}\right)$$

$$E(R_P) = x_A \times E(R_A) + x_B \times E(R_B)$$

Nous pouvons, pareillement, calculer le rendement moyen du même portefeuille P. Il s'agit de la moyenne des rendements moyens des deux titres, $\overline{R_A}$ et $\overline{R_B}$, pondérée par leurs proportions respectives, x_A et x_B. Le rendement moyen du portefeuille P s'écrit en appliquant l'équation suivante :

$$\overline{R_P} = x_A \times \overline{R_A} + x_B \times \overline{R_B}$$

ÉQUATION 6.12

où

x_A représente la proportion investie dans le titre A ;
x_B représente la proportion investie dans le titre B ;
$\overline{R_A}$ représente le rendement moyen du titre A ;
$\overline{R_B}$ représente le rendement moyen du titre B.

Démonstration :

En effet, le rendement moyen du portefeuille P peut être calculé comme suit :

$$\overline{R_P} = \frac{1}{T} \times \sum_{t=1}^{T} R_{P,t}$$

$$\overline{R_P} = \frac{1}{T} \times \sum_{t=1}^{T} \left(x_A \times R_{A,t} + x_B \times R_{B,t} \right)$$

$$\overline{R_P} = x_A \times \left(\frac{1}{T} \times \sum_{t=1}^{T} R_{A,t} \right) + x_B \times \left(\frac{1}{T} \times \sum_{t=1}^{T} R_{B,t} \right)$$

$$\overline{R_P} = x_A \times \overline{R_A} + x_B \times \overline{R_B}$$

Une fois que le rendement exigé (espéré, $E(R_P)$, ou moyen, $\overline{R_P}$) est estimé, l'investisseur doit évaluer le risque total de son portefeuille en calculant la variance de ses rendements, que nous pouvons calculer en appliquant l'équation suivante :

ÉQUATION 6.13

$$\sigma_P^2 = x_A^2 \times \sigma_A^2 + x_B^2 \times \sigma_B^2 + 2 \times x_A \times x_B \times \rho_{A,B} \times \sigma_A \times \sigma_B$$

où

x_A représente la proportion investie dans le titre A ;
x_B représente la proportion investie dans le titre B ;
σ_A représente l'écart type des rendements du titre A ;
σ_B représente l'écart type des rendements du titre B ;
$\rho_{A,B}$ représente le coefficient de corrélation entre les rendements du titre A et ceux du titre B.

Démonstration :

En appliquant l'équation 6.3 (*voir p. 211*), nous pouvons réécrire la variance des rendements du portefeuille comme suit :

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{n} p_j \times \left(R_{P,j} - E\left(R_P\right) \right)^2$$

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{n} p_j \times \left(x_A \times R_{A,j} + x_B \times R_{B,j} - \left(x_A \times E\left(R_A\right) + x_B \times E\left(R_B\right) \right) \right)^2$$

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{n} p_j \times \left(\left(x_A \times R_{A,j} - x_A \times E\left(R_A\right) \right) + \left(x_B \times R_{B,j} - x_B \times E\left(R_B\right) \right) \right)^2$$

À cette étape, nous appliquons l'identité remarquable suivante :

$$\left(a+b\right)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

où

$a = \left(x_A \times R_{A,j} - x_A \times E\left(R_A\right) \right)$;

$b = \left(x_B \times R_{B,j} - x_B \times E\left(R_B\right) \right)$.

Ainsi :

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{n} p_j \times \left[\begin{array}{l} \left(x_A \times R_{A,j} - x_A \times E(R_A)\right)^2 + \left(x_B \times R_{B,j} - x_B \times E(R_B)\right)^2 \\ +2 \times \left(x_A \times R_{A,j} - x_A \times E(R_A)\right) \times \left(x_B \times R_{B,j} - x_B \times E(R_B)\right) \end{array} \right]$$

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{n} p_j \times \left[\begin{array}{l} x_A^2 \times \left(R_{A,j} - E(R_A)\right)^2 + x_B^2 \times \left(R_{B,j} - E(R_B)\right)^2 \\ +2 \times x_A \times x_B \times \left(R_{A,j} - E(R_A)\right) \times \left(R_{B,j} - E(R_B)\right) \end{array} \right]$$

$$\begin{aligned} \sigma_P^2 = {} & x_A^2 \times \sum_{i=1}^{n} p_j \times \left(R_{A,j} - E(R_A)\right)^2 + x_B^2 \times \sum_{i=1}^{n} p_j \times \left(R_{B,j} - E(R_B)\right)^2 \\ & +2 \times x_A \times x_B \times \sum_{i=1}^{n} p_j \times \left(R_{A,j} - E(R_A)\right) \times \left(R_{B,j} - E(R_B)\right) \end{aligned}$$

$$\sigma_P^2 = x_A^2 \times \sigma_A^2 + x_B^2 \times \sigma_B^2 + 2 \times x_A \times x_B \times \sigma_{A,B}$$

$$\sigma_P^2 = x_A^2 \times \sigma_A^2 + x_B^2 \times \sigma_B^2 + 2 \times x_A \times x_B \times \rho_{A,B} \times \sigma_A \times \sigma_B$$

où

$\rho_{A,B}$ représente le coefficient de corrélation des rendements du titre A et ceux du titre B.

La même démonstration peut être développée avec la variance des rendements historiques des titres A et B.

Nous remarquons, avec l'équation 6.13, que le risque d'un titre de portefeuille composé de deux titres dépend du coefficient de corrélation $\rho_{A,B}$. Lorsque la dépendance linéaire est parfaite et positive ($\rho_{A,B} = 1$), alors la variance des rendements du portefeuille P se réécrit ainsi :

$$\sigma_P^2 = \left(x_A \times \sigma_A + x_B \times \sigma_B\right)^2$$

Ainsi, l'écart type des rendements du portefeuille P se réduit à la moyenne pondérée des écarts types respectifs des deux titres le composant :

$$\sigma_P = \left| x_A \times \sigma_A + x_B \times \sigma_B \right|$$

Par contre, si le coefficient de corrélation est égal à −1, et donc que la dépendance linéaire est parfaite mais négative, alors la variance du portefeuille P se réécrit ainsi :

$$\sigma_P^2 = \left(x_A \times \sigma_A - x_B \times \sigma_B\right)^2$$

Ainsi, l'équation de l'écart type des rendements du portefeuille P s'écrit comme suit :

$$\sigma_P = \left| x_A \times \sigma_A - x_B \times \sigma_B \right|$$

Avec ces deux cas extrêmes ($\rho_{A,B} = 1$ et $\rho_{A,B} = -1$), nous constatons que le choix des titres et du signe de la dépendance linéaire de leurs rendements est un élément essentiel qui détermine le risque total d'un portefeuille. La sélection des titres et le choix des proportions investies sont tributaires de la tolérance au risque de l'investisseur et du niveau espéré du risque d'un portefeuille. Incontestablement, l'optimalité de ce niveau de risque dépend des caractéristiques de chaque individu et de ses contraintes.

EXEMPLE 6.10

Supposons qu'un investisseur répartit ses fonds à hauteur de 50 % dans les actions de BKR et de 50 % dans celles de GNY au mois d'août 2017.

Le tableau ci-dessous récapitule les données collectées concernant les rendements des deux titres pour la période en question.

Date	$R_{\text{BKR}, t}$	$R_{\text{GNY}, t}$
2017-08-31	0,36 %	1,60 %
2017-08-30	–0,53 %	–0,82 %
2017-08-29	–0,21 %	1,13 %
2017-08-28	–0,23 %	3,31 %
2017-08-25	0,36 %	0,00 %
2017-08-24	–0,10 %	–0,12 %
2017-08-23	1,09 %	0,62 %
2017-08-22	–0,07 %	–0,67 %
2017-08-21	–0,20 %	0,80 %
2017-08-18	–0,27 %	–2,99 %
2017-08-17	–0,49 %	1,40 %
2017-08-16	–0,40 %	1,48 %
2017-08-15	–0,22 %	–0,49 %
2017-08-14	1,11 %	–1,09 %
2017-08-11	–0,40 %	–0,66 %
2017-08-10	–1,53 %	2,79 %
2017-08-09	–0,41 %	1,64 %
2017-08-08	0,20 %	0,00 %
2017-08-04	0,60 %	–1,24 %
2017-08-03	–0,17 %	–1,35 %
2017-08-02	0,77 %	–0,37 %
2017-08-01	0,42 %	0,00 %

Quels seraient le rendement moyen et le risque du portefeuille formé par cet investisseur ?

SOLUTION

Calculons d'abord le rendement moyen de chaque titre :

$$\overline{R_{\text{BKR}}} = \frac{1}{22} \times \sum_{t=1}^{22} R_{\text{BKR},\,t} = -0{,}01\ \%$$

$$\overline{R_{\text{GNY}}} = \frac{1}{22} \times \sum_{t=1}^{22} R_{\text{GNY},\,t} = 0{,}23\ \%$$

Appliquons l'équation 6.12 (*voir p. 223*) :

$$\overline{R_{\text{P}}} = x_{\text{BKR}} \times \overline{R_{\text{BKR}}} + x_{\text{GNY}} \times \overline{R_{\text{GNY}}}$$

$$\overline{R_{\text{P}}} = 0{,}5 \times \left(-0{,}01\ \%\right) + 0{,}5 \times 0{,}23\ \% = 0{,}11\ \%$$

SOLUTION (*suite*)

En deuxième lieu, calculons l'écart type des rendements de chaque titre :

$$\sigma_{\text{BKR}} = \sqrt{\frac{1}{21} \times \sum_{t=1}^{22} \left(R_{\text{BKR},\,t} - (-0{,}01\ \%)\right)^2} = 0{,}60\ \%$$

$$\sigma_{\text{GNY}} = \sqrt{\frac{1}{21} \times \sum_{t=1}^{22} \left(R_{\text{GNY},\,t} - (0{,}23\ \%)\right)^2} = 1{,}46\ \%$$

En troisième lieu, calculons le coefficient de corrélation entre les rendements de BKR et ceux de GNY :

$$\rho_{\text{BKR, GNY}} = \frac{\sigma_{\text{BKR, GNY}}}{\sigma_{\text{BKR}} \times \sigma_{\text{GNY}}}$$

$$\rho_{\text{BKR, GNY}} = \frac{\frac{1}{21} \times \sum_{t=1}^{22} \left(R_{\text{BKR},\,t} - \overline{R_{\text{BKR}}}\right) \times \left(R_{\text{GNY},\,t} - \overline{R_{\text{GNY}}}\right)}{\sigma_{\text{BKR}} \times \sigma_{\text{GNY}}} = \frac{-0{,}000\ 03}{0{,}60\ \% \times 1{,}46\ \%} = -0{,}3$$

Ainsi, le risque total du portefeuille, mesuré par l'écart type de ses rendements, est le suivant :

$$\sigma_{\text{P}} = \sqrt{x_{\text{BKR}}^2 \times \sigma_{\text{BKR}}^2 + x_{\text{GNY}}^2 \times \sigma_{\text{GNY}}^2 + 2 \times x_{\text{BKR}} \times x_{\text{GNY}} \times \rho_{\text{BKR, GNY}} \times \sigma_{\text{BKR}} \times \sigma_{\text{GNY}}}$$

$$\sigma_{\text{P}} = \sqrt{(0{,}5)^2 \times (0{,}60\ \%)^2 + (0{,}5)^2 \times (1{,}46\ \%)^2 + 2 \times 0{,}5 \times 0{,}5 \times (-0{,}3) \times 0{,}60\ \% \times 1{,}46\ \%}$$

$$\sigma_{\text{P}} = 0{,}70\ \%$$

Si le coefficient de corrélation était égal à 1, l'écart type des rendements du portefeuille P aurait été de :

$$x_{\text{BKR}} \times \sigma_{\text{BKR}} + x_{\text{GNY}} \times \sigma_{\text{GNY}} = 0{,}5 \times 0{,}60\ \% + 0{,}5 \times 1{,}46\ \% = 1{,}03\ \%$$

Si, par contre, le coefficient de corrélation était égal à −1, l'écart type aurait été de :

$$\left|x_{\text{BKR}} \times \sigma_{\text{BKR}} - x_{\text{GNY}} \times \sigma_{\text{GNY}}\right| = \left|0{,}5 \times 0{,}60\ \% - 0{,}5 \times 1{,}46\ \%\right| = 0{,}43\ \%$$

Puisque la corrélation entre les rendements de BKR et ceux de GNY est négative, alors le risque total de ce portefeuille équipondéré, soit 0,70 %, est inférieur à la moyenne pondérée des écarts types, soit 1,03 %, mais cette réduction n'est pas maximale, puisque σ_{P} est supérieur à 0,43 % (lorsque la corrélation est égale à −1).

QUESTION ÉCLAIR 6.5

Est-ce que le signe du coefficient de corrélation entre les rendements de deux titres formant un portefeuille a une incidence sur le risque de ce dernier ?

6.3.2 Le portefeuille à *n* actifs risqués

Si nous visons une **diversification** optimale du portefeuille d'investissement, il est nécessaire de le construire avec plus que deux titres. En effet, plus le nombre de titres composant un portefeuille est important, plus les coefficients de corrélation entre les rendements des différents titres auront une incidence sur le niveau de son risque total. Dans ce qui suit, nous généraliserons les estimations des rendements exigés et du risque d'un portefeuille de deux à *n* titres risqués. Nous présenterons les équations à appliquer afin de définir le rendement exigé et le risque d'un portefeuille P constitué de *n* titres risqués.

Le rendement estimé d'un portefeuille de n titres risqués est la moyenne des rendements espérés de chaque titre, pondérée par les proportions investies dans chaque titre. En effet, le rendement espéré du portefeuille de n titres risqués se calcule avec l'équation suivante :

ÉQUATION 6.14 ▶
$$E(R_P) = \sum_{i=1}^{n} x_i \times E(R_i)$$

où

x_i représente la proportion investie dans le titre i ;
$E(R_i)$ représente le rendement espéré du titre i ;
n représente le nombre de titres constituant le portefeuille P.

L'estimateur de l'espérance du rendement du portefeuille étant le rendement moyen historique, nous le formulons à l'aide de l'équation suivante :

ÉQUATION 6.15 ▶
$$\overline{R_P} = \sum_{i=1}^{n} x_i \times \overline{R_i}$$

où

x_i représente la proportion investie dans le titre i ;
$\overline{R_i}$ représente le rendement moyen du titre i ;
n représente le nombre de titres constituant le portefeuille P.

Du côté du risque, nous ne pouvons définir la variance des rendements du portefeuille P comme étant la moyenne des variances individuelles des titres pondérées par les proportions investies dans chaque titre, à moins que tous les coefficients de corrélation entre les rendements des titres, considérés deux par deux, soient égaux à l'unité. Dans ce cas, nous ne sommes pas en train d'optimiser le risque lors de la constitution du portefeuille P. En effet, nous sommes en train de sélectionner des titres qui évoluent tous dans le même sens, de façon concomitante. Donc, si les conditions économiques sont favorables et si le secteur auquel appartiennent les titres est prospère, la tendance va être haussière et les rendements vont être mirobolants. Si, en revanche, la conjoncture est négative, la débandade va concerner tous les titres en même temps, et les rendements du portefeuille vont être abyssaux. Devant un portefeuille construit de la sorte, le risque total est à son maximum. C'est pour cette raison que le gestionnaire d'un portefeuille établit ses choix de titres, entre autres, en fonction des coefficients de corrélation qui vont lui permettre de réduire le risque total du portefeuille à un niveau optimal.

En nous basant sur la démonstration de l'équation de la variance d'un portefeuille de deux titres, nous pouvons passer au cas plus général dans lequel le portefeuille P est formé de n titres risqués grâce à l'équation suivante :

ÉQUATION 6.16 ▶
$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \times \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} x_i \times x_j \times \rho_{i,j} \times \sigma_i \times \sigma_j$$

où

x_i représente la proportion investie dans le titre i ;
σ_i représente l'écart type des rendements du titre i ;
σ_j représente l'écart type des rendements du titre j ;
$\rho_{i,j}$ représente le coefficient de corrélation des rendements du titre i et ceux du titre j.

EXEMPLE 6.11

Admettons les hypothèses suivantes à propos de trois titres A, B et C :

	A	B	C
$E(R_i)$	10 %	5 %	15 %
σ_i	3 %	2 %	5 %

Supposons aussi la matrice de corrélation des rendements de ces titres telle que présentée dans le tableau ci-après :

	A	B	C
A	1	0,3	–0,2
B	0,3	1	–0,5
C	–0,2	–0,5	1

Quels seraient le rendement espéré et le risque d'un portefeuille composé à 30 % du titre A, à 20 % du titre B et à 50 % du titre C ?

SOLUTION

Pour calculer le rendement espéré du portefeuille P, nous appliquerons l'équation 6.14 et remplacerons n par 3 (le nombre de titres constituant le portefeuille), comme suit :

$$E\left(R_P\right) = \sum_{i=1}^{3} x_i \times E\left(R_i\right) = x_A \times E\left(R_A\right) + x_B \times E\left(R_B\right) + x_C \times E\left(R_C\right)$$

$$E\left(R_P\right) = 0{,}3 \times 10\ \% + 0{,}2 \times 5\ \% + 0{,}5 \times 15\ \% = 11{,}5\ \%$$

La variance des rendements du portefeuille P est calculée en appliquant l'équation 6.16 sur un portefeuille à trois titres risqués ($n = 3$) :

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{3} x_i^2 \times \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{3} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{3} x_i \times x_j \times \rho_{i,j} \times \sigma_i \times \sigma_j$$

Donc, l'écart type des rendements du portefeuille P est de :

$$\sigma_P = \sqrt{\sum_{i=1}^{3} x_i^2 \times \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{3} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{3} x_i \times x_j \times \rho_{i,j} \times \sigma_i \times \sigma_j}$$

$$\sigma_P = \sqrt{\begin{array}{l} x_A^2 \times \sigma_A^2 + x_B^2 \times \sigma_B^2 + x_C^2 \times \sigma_C^2 + 2 \times x_A \times x_B \times \rho_{A,B} \times \sigma_A \times \sigma_B \\ + 2 \times x_A \times x_C \times \rho_{A,C} \times \sigma_A \times \sigma_C + 2 \times x_B \times x_C \times \rho_{B,C} \times \sigma_B \times \sigma_C \end{array}}$$

$$\sigma_P = \sqrt{\begin{array}{l} \left(0{,}3\right)^2 \times \left(3\ \%\right)^2 + \left(0{,}2\right)^2 \times \left(2\ \%\right)^2 + \left(0{,}5\right)^2 \times \left(5\ \%\right)^2 + 2 \times 0{,}3 \times 0{,}2 \times 0{,}3 \times 3\ \% \times 2\ \% \\ + 2 \times 0{,}3 \times 0{,}5 \times \left(-0{,}2\right) \times 3\ \% \times 5\ \% + 2 \times 0{,}2 \times 0{,}5 \times \left(-0{,}5\right) \times 2\ \% \times 5\ \% \end{array}}$$

$$\sigma_P = 2{,}35\ \%$$

QUESTION ÉCLAIR 6.6

Est-ce que l'effet de la diversification est bénéfique lorsque les corrélations des rendements des titres, considérés deux par deux, sont égales à +1 % ?

SOLUTION (*suite*)

Si les corrélations avaient été parfaites et positives, l'écart type des rendements du portefeuille P aurait été égal à 3,80 %. Nous remarquons ainsi que grâce à la diversification et à la sélection de titres dont les coefficients de corrélation sont différents de 1, nous réduisons le risque pour un niveau de rendement de 11,5 %, avec un écart type de 2,35 %.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la relation entre le risque et le rendement comme étant le moteur des décisions de tout investisseur rationnel. Ce dernier exige le rendement le plus élevé possible, mais doit accepter, en contrepartie, plus de risques. La rémunération du risque inhérent à un titre financier est appelée la prime de risque de l'investissement, et elle constitue la différence entre le rendement du titre en question et celui d'un titre émis par l'État. Chaque individu formule sa relation rendement-risque en fonction de sa tolérance au risque, de ses objectifs et de ses contraintes.

Afin d'estimer le rendement exigé ou requis par l'investisseur, les probabilités liées à la réalisation des états de la nature et des rendements possibles respectifs permettent de calculer l'espérance. Le rendement espéré transcrit les croyances de l'investisseur quant à l'occurrence des différentes conjonctures économiques et de la rentabilité requise chaque fois, compte tenu du niveau de risque du titre financier en question. C'est pour cette raison que le rendement espéré est considéré comme le rendement requis par l'investisseur.

Dans la mesure où nous ne disposons pas nécessairement des probabilités susmentionnées, nous avons recours à un estimateur non biaisé de l'opérateur de l'espérance, à savoir la moyenne. En effet, nous calculons le rendement moyen basé sur des données historiques afin d'estimer le rendement exigé ou requis d'un investissement.

Afin d'évaluer le risque, notamment le risque total d'un titre financier, nous utilisons la mesure de dispersion des rendements la plus usuelle : la variance. Celle-ci permet d'évaluer la variabilité des rendements autour de la moyenne. Plus elle est élevée, plus le titre est risqué. Comme les écarts par rapport à la moyenne sont élevés au carré afin de calculer la variance, nous recourons à l'écart type afin de pouvoir interpréter cette mesure de risque. L'écart type est la racine carrée de la variance, et donc il peut être exprimé en pourcentage.

Un investisseur rationnel ne mettra pas tout son argent dans un seul titre financier. Il optera pour la construction d'un portefeuille de titres. Afin d'optimiser la relation entre le risque et le rendement, il devra procéder à la diversification, c'est-à-dire la sélection de titres dont les rendements ne sont pas ou sont peu dépendants linéairement afin de réduire le risque le plus possible. Ainsi, le coefficient de corrélation entre deux titres est un concept central en contexte de construction de portefeuille. Cette importance est illustrée par le calcul de la variance et de l'écart type des rendements d'un portefeuille de titres risqués.

POINTS SAILLANTS

- Il existe une relation positive entre le risque et le rendement d'un titre financier risqué.
- La prime de risque est une compensation pour la prise de risque. Elle est égale à la différence entre le rendement exigé sur un titre risqué et celui d'un titre gouvernemental.
- Le rendement exigé est estimé par le rendement espéré, $E(R)$.
- Le risque est mesuré par la variance σ^2 et l'écart type des rendements σ.
- La relation linéaire entre deux titres risqués est mesurée par le coefficient de corrélation entre les rendements de ces deux titres.

- Le coefficient de variation est le risque relatif d'un titre et il se calcule comme le risque total (écart type) par unité de rendement. C'est un critère usuel afin de comparer les titres financiers risqués.
- La diversification, en contexte de construction de portefeuille, permet de réduire le risque total de la combinaison de titres risqués si les coefficients de corrélation entre les rendements de ces titres sont minutieusement choisis.

LISTE DES PRINCIPALES ÉQUATIONS UTILISÉES DANS LE CHAPITRE 6

Description	Équation
6.1 Le rendement espéré d'un titre *i*	$E(R_i) = \sum_{j=1}^{n} p_j \times R_{i,j}$
6.2 Le rendement moyen d'un titre *i*	$\overline{R}_i = \frac{1}{T} \times \sum_{t=1}^{T} R_{i,t}$
6.3 La variance des rendements d'un titre *i*	$\sigma_i^2 = \text{var}(R_i) = E\left[R_i - E(R_i)\right]^2 = \sum_{i=1}^{n} p_j \times \left(R_{i,j} - E(R_i)\right)^2$
6.4 L'écart type des rendements d'un titre *i*	$\sigma_i = \sqrt{\text{var}(R_i)} = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} p_j \times \left(R_{i,j} - E(R_i)\right)^2}$
6.5 La variance des rendements historiques d'un titre *i*	$\sigma_i^2 = \frac{1}{T-1} \times \sum_{t=1}^{T} \left(R_{i,t} - \overline{R}_i\right)^2$
6.6 La covariance entre les rendements du titre 1 et ceux du titre 2	$\sigma_{1,2} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} p_{i,j} \times \left(R_{1,i} - E(R_1)\right) \times \left(R_{2,j} - E(R_2)\right)$
6.7 La covariance entre les rendements du titre 1 et ceux du titre 2 (forme simplifiée)	$\sigma_{1,2} = \sum_{i=1}^{n} p_i \times \left(R_{1,i} - E(R_1)\right) \times \left(R_{2,i} - E(R_2)\right)$
6.8 La covariance entre les rendements historiques du titre 1 et ceux du titre 2	$\sigma_{1,2} = \frac{1}{T-1} \times \sum_{t=1}^{T} \left(R_{1,t} - \overline{R}_1\right) \times \left(R_{2,t} - \overline{R}_2\right)$
6.9 Le coefficient de corrélation entre les rendements du titre 1 et ceux du titre 2	$\rho_{1,2} = \text{corr}(R_1, R_2) = \frac{\sigma_{1,2}}{\sigma_1 \times \sigma_2}$
6.10 Le coefficient de variation d'un titre *i*	$\text{CV}_i = \frac{\sigma_i}{E(R_i)}$
6.11 Le rendement espéré d'un portefeuille P à deux titres A et B	$E(R_P) = x_A \times E(R_A) + x_B \times E(R_B)$
6.12 Le rendement moyen d'un portefeuille P à deux titres A et B	$\overline{R}_P = x_A \times \overline{R}_A + x_B \times \overline{R}_B$
6.13 La variance des rendements d'un portefeuille P à deux titres A et B	$\sigma_P^2 = x_A^2 \times \sigma_A^2 + x_B^2 \times \sigma_B^2 + 2 \times x_A \times x_B \times \rho_{A,B} \times \sigma_A \times \sigma_B$

Description	Équation
6.14 Le rendement espéré d'un portefeuille P à *n* titres	$E(R_P) = \sum_{i=1}^{n} x_i \times E(R_i)$
6.15 Le rendement moyen d'un portefeuille P à *n* titres	$\overline{R_P} = \sum_{i=1}^{n} x_i \times \overline{R_i}$
6.16 La variance des rendements d'un portefeuille P à *n* titres	$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \times \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} x_i \times x_j \times \rho_{i,j} \times \sigma_i \times \sigma_j$

L'essentiel pour réussir son cours de gestion financière

PROBLÈMES DE RÉVISION ET SOLUTIONS

Problème de révision 6.1

Gabriel, un analyste financier novice, a été mandaté pour sélectionner des titres sur le marché boursier torontois afin de construire un portefeuille diversifié. Comme il est débutant dans le domaine, il n'a choisi que trois entreprises pour commencer : Corrally inc. (CRY), une entreprise du secteur des pâtes et papiers, Maiteau inc. (MTA), une entreprise du secteur agroalimentaire, et Digour inc. (DIR), une entreprise du secteur du divertissement. Afin d'établir la relation entre le rendement et le risque de chaque titre, il émet des hypothèses concernant les différents scénarios possibles quant à l'état de l'économie : récession, stabilité et expansion. Il assigne à chaque scénario une probabilité d'occurrence et un rendement espéré correspondant. Il résume ces informations dans le tableau suivant :

Scénario	Probabilité d'occurrence (p_j)	Rendement espéré (R_j)		
		CRY	MTA	DIR
Récession	0,10	−15%	−10%	−15%
Stabilité	0,75	2%	0%	0%
Expansion	0,15	18%	12%	5%

Aidez cet analyste à établir la relation risque-rendement en effectuant les étapes suivantes :

a) Calculez le rendement espéré respectif de chaque titre.

b) Calculez le risque respectif de chaque titre.

c) Déterminez le titre le moins risqué sur la base du coefficient de variation.

Gabriel voudrait construire un portefeuille P, équipondéré, composé des trois titres susmentionnés.

d) Calculez le rendement espéré du portefeuille P.

e) Calculez l'écart type du portefeuille P.

SOLUTION

a) Afin de calculer le rendement espéré de chaque titre, il faut appliquer l'équation 6.1 (*voir p. 209*) :

$$E(R_i) = \sum_{j=1}^{n} p_j \times R_{i,j}$$

Donc :

$$E(R_{\text{CRY}}) = \sum_{j=1}^{3} p_j \times R_{\text{CRY},j} = 0,1 \times (-15\ \%) + 0,75 \times 2\ \% + 0,15 \times 18\ \% = 2,70\ \%$$

$$E(R_{\text{MTA}}) = \sum_{j=1}^{3} p_j \times R_{\text{MTA},j} = 0,1 \times (-10\ \%) + 0,75 \times 0\ \% + 0,15 \times 12\ \% = 0,80\ \%$$

$$E(R_{\text{DIR}}) = \sum_{j=1}^{3} p_j \times R_{\text{DIR},j} = 0,1 \times (-15\ \%) + 0,75 \times 0\ \% + 0,15 \times 5\ \% = -0,75\ \%$$

b) Afin d'estimer le risque de chaque titre, il faut appliquer l'équation 6.4 (*voir p. 212*) :

$$\sigma_i = \sqrt{\text{var}(R_i)} = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} p_j \times \left(R_{i,j} - E(R_i)\right)^2}$$

Donc :

$$\sigma_{\text{CRY}} = \sqrt{\sum_{j=1}^{3} p_j \times \left(R_{\text{CRY},j} - E(R_{\text{CRY}})\right)^2}$$

$$= \sqrt{0,10 \times \left((-15\ \%) - 2,70\ \%\right)^2 + 0,75 \times \left(2\ \% - 2,70\ \%\right)^2 + 0,15 \times \left(18\ \% - 2,70\ \%\right)^2}$$

$$= 8,17\ \%$$

$$\sigma_{\text{MTA}} = \sqrt{\sum_{j=1}^{3} p_j \times \left(R_{\text{MTA},j} - E(R_{\text{MTA}})\right)^2}$$

$$= \sqrt{0,10 \times \left((-10\ \%) - 0,80\ \%\right)^2 + 0,75 \times \left(0\ \% - 0,80\ \%\right)^2 + 0,15 \times \left(12\ \% - 0,80\ \%\right)^2}$$

$$= 5,56\ \%$$

$$\sigma_{\text{DIR}} = \sqrt{\sum_{j=1}^{3} p_j \times \left(R_{\text{DIR},j} - E(R_{\text{DIR}})\right)^2}$$

$$= \sqrt{\begin{aligned}&0,10 \times \left((-15\ \%) - (-0,75\ \%)\right)^2 + 0,75 \times \left(0\ \% - (-0,75\ \%)\right)^2 \\ &+ 0,15 \times \left(5\ \% - (-0,75\ \%)\right)^2\end{aligned}}$$

$$= 5,07\ \%$$

c) Afin d'aider Gabriel à déterminer le titre le moins risqué, nous allons calculer le coefficient de variation respectif de chaque titre à l'aide de l'équation 6.10 (*voir p. 222*) :

$$\mathrm{CV}_i = \frac{\sigma_i}{E(R_i)} \times 100$$

Donc :

$$\mathrm{CV}_{\mathrm{CRY}} = \frac{\sigma_{\mathrm{CRY}}}{E(R_{\mathrm{CRY}})} \times 100 = 303\ \%$$

$$\mathrm{CV}_{\mathrm{MTA}} = \frac{\sigma_{\mathrm{MTA}}}{E(R_{\mathrm{MTA}})} \times 100 = 696\ \%$$

Nous ne calculerons pas le coefficient de variation de DIR, car il s'avère être le titre le plus risqué : l'investisseur encourt un risque de 5,07 %, alors que la rentabilité n'est pas au rendez-vous (−0,75 %).

Sur la base du coefficient de variation, MTA est relativement plus risqué que CRY (696 % comparativement à 303 %).

d) Le rendement espéré du portefeuille équipondéré P composé des trois titres CRY, MTA et DIR est estimé en appliquant l'équation 6.14 (*voir p. 228*) :

$$E(R_{\mathrm{P}}) = \sum_{i=1}^{n} x_i \times E(R_i)$$

$$E(R_{\mathrm{P}}) = x_{\mathrm{CRY}} \times E(R_{\mathrm{CRY}}) + x_{\mathrm{MTA}} \times E(R_{\mathrm{MTA}}) + x_{\mathrm{DIR}} \times E(R_{\mathrm{DIR}})$$

$$E(R_{\mathrm{P}}) = \tfrac{1}{3} \times 2{,}70\ \% + \tfrac{1}{3} \times 0{,}80\ \% + \tfrac{1}{3} \times (-0{,}75\ \%) = 0{,}92\ \%$$

e) Le risque du portefeuille équipondéré P est égal à l'écart type de ses rendements, soit la racine carrée de la variance de ces rendements selon l'équation 6.16 (*voir p. 228*) :

$$\sigma_{\mathrm{P}}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \times \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} x_i \times x_j \times \rho_{i,j} \times \sigma_i \times \sigma_j$$

Donc :

$$\begin{aligned}\sigma_{\mathrm{P}}^2 = {} & x_{\mathrm{CRY}}^2 \times \sigma_{\mathrm{CRY}}^2 + x_{\mathrm{MTA}}^2 \times \sigma_{\mathrm{MTA}}^2 + x_{\mathrm{DIR}}^2 \times \sigma_{\mathrm{DIR}}^2 \\ & + 2 \times x_{\mathrm{CRY}} \times x_{\mathrm{MTA}} \times \rho_{\mathrm{CRY,\,MTA}} \times \sigma_{\mathrm{CRY}} \times \sigma_{\mathrm{MTA}} \\ & + 2 \times x_{\mathrm{CRY}} \times x_{\mathrm{DIR}} \times \rho_{\mathrm{CRY,\,DIR}} \times \sigma_{\mathrm{CRY}} \times \sigma_{\mathrm{DIR}} \\ & + 2 \times x_{\mathrm{DIR}} \times x_{\mathrm{MTA}} \times \rho_{\mathrm{DIR,\,MTA}} \times \sigma_{\mathrm{DIR}} \times \sigma_{\mathrm{MTA}}\end{aligned}$$

Afin d'estimer la variance des rendements du portefeuille P, nous devons passer par l'évaluation des coefficients de corrélation entre les trois titres, considérés deux par deux, selon l'équation 6.9 (*voir p. 219*) :

$$\rho_{1,2} = \mathrm{corr}(R_1, R_2) = \frac{\sigma_{1,2}}{\sigma_1 \times \sigma_2}$$

$$\sigma_{1,2} = \rho_{1,2} \times \sigma_1 \times \sigma_2$$

où

$$\sigma_{1,2} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} p_{i,j} \times \left(R_{1,i} - E(R_1)\right) \times \left(R_{2,j} - E(R_2)\right)$$

Calculons les covariances entre les trois titres, considérés deux par deux :

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{CRY, MTA}} &= 0{,}1\times\big((-15\ \%)-2{,}70\ \%\big)\times\big((-10\ \%)-0{,}80\ \%\big)\\ &\quad+0{,}75\times\big(2\ \%-2{,}70\ \%\big)\times\big(0\ \%-0{,}80\ \%\big)\\ &\quad+0{,}15\times\big(18\ \%-2{,}70\ \%\big)\times\big(12\ \%-0{,}80\ \%\big)\\ &= 0{,}004\ 524\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{CRY, DIR}} &= 0{,}1\times\big((-15\ \%)-2{,}70\ \%\big)\times\big((-15\ \%)-(-0{,}75\ \%)\big)\\ &\quad+0{,}75\times\big(2\ \%-2{,}70\ \%\big)\times\big(0\ \%-(-0{,}75\ \%)\big)\\ &\quad+0{,}15\times\big(18\ \%-2{,}70\ \%\big)\times\big(5\ \%-(-0{,}75\ \%)\big)\\ &= 0{,}003\ 803\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{MTA, DIR}} &= 0{,}1\times\big((-10\ \%)-0{,}80\ \%\big)\times\big((-15\ \%)-(-0{,}75\ \%)\big)\\ &\quad+0{,}75\times\big(0\ \%-0{,}80\ \%\big)\times\big(0\ \%-(-0{,}75\ \%)\big)\\ &\quad+0{,}15\times\big(12\ \%-0{,}80\ \%\big)\times\big(5\ \%-(-0{,}75\ \%)\big)\\ &= 0{,}002\ 46\end{aligned}$$

Ainsi, la variance du portefeuille P est de :

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{P}}^2 &= \left(\tfrac{1}{3}\right)^2\times\big(8{,}17\ \%\big)^2+\left(\tfrac{1}{3}\right)^2\times\big(5{,}56\ \%\big)^2+\left(\tfrac{1}{3}\right)^2\times\big(5{,}07\ \%\big)^2\\ &\quad+2\times\tfrac{1}{3}\times\tfrac{1}{3}\times0{,}004\ 524\\ &\quad+2\times\tfrac{1}{3}\times\tfrac{1}{3}\times0{,}003\ 803\\ &\quad+2\times\tfrac{1}{3}\times\tfrac{1}{3}\times0{,}002\ 46\\ &= 0{,}003\ 77\end{aligned}$$

Par conséquent, l'écart type des rendements du portefeuille P est de :

$$\sigma_{\text{P}} = \sqrt{0{,}003\ 77} = 6{,}14\ \%$$

Problème de révision 6.2

Gabriel consulte son collègue, Aymeric, un analyste plus expérimenté. Celui-ci lui recommande de se baser sur les données historiques afin d'estimer le rendement espéré et le risque desdits titres. Il considère que les hypothèses émises par Gabriel ne représentent pas, de façon fiable, la distribution des rendements, et ne peuvent donc pas refléter le véritable niveau de risque du portefeuille tel que construit par Gabriel.

Ainsi, Gabriel a colligé les données mensuelles suivantes :

Date	Rendement mensuel		
	CRY	**MTA**	**DIR**
2015-09-01	0,35 %	4,66 %	−1,08 %
2015-10-01	8,25 %	2,83 %	6,24 %
2015-11-01	23,93 %	2,86 %	−0,64 %
2015-12-01	10,04 %	0,73 %	−5,03 %
2016-01-01	−17,23 %	6,89 %	2,84 %
2016-02-01	−6,37 %	4,42 %	0,98 %
2016-03-01	−12,99 %	4,21 %	2,41 %
2016-04-01	3,62 %	−6,81 %	−1,94 %
2016-05-01	11,82 %	5,81 %	3,99 %
2016-06-01	−7,85 %	1,31 %	0,02 %
2016-07-01	6,89 %	5,47 %	−1,36 %
2016-08-01	14,11 %	−6,17 %	−2,40 %

Date	Rendement mensuel		
	CRY	MTA	DIR
2016-09-01	14,96 %	−3,30 %	1,81 %
2016-10-01	−1,40 %	−3,74 %	0,87 %
2016-11-01	−7,59 %	−1,33 %	−1,35 %
2016-12-01	3,51 %	−1,83 %	1,81 %
2017-01-01	−2,07 %	−1,57 %	2,28 %
2017-02-01	11,81 %	−2,02 %	−4,47 %
2017-03-01	3,47 %	5,47 %	0,90 %
2017-04-01	19,91 %	14,52 %	6,40 %
2017-05-01	−0,18 %	−3,29 %	−4,76 %
2017-06-01	7,80 %	−5,66 %	3,30 %
2017-07-01	−13,11 %	−1,05 %	−6,98 %
2017-08-01	−5,01 %	−2,39 %	−21,92 %

Sur la base de ces données, aidez cet analyste à calculer :

a) le rendement moyen respectif de chaque titre ;
b) le risque respectif de chaque titre ;
c) le rendement et le risque du portefeuille P.

SOLUTION

Utilisons les données historiques collectées par Gabriel afin d'estimer le rendement espéré respectif de chaque titre et d'évaluer l'écart type de ces rendements.

a) Afin de calculer le rendement moyen de chaque titre, nous appliquons l'équation 6.2 (*voir p. 210*) :

$$\overline{R_i} = \frac{1}{T} \times \sum_{t=1}^{T} R_{i,t}$$

Donc :

$$\overline{R_{\text{CRY}}} = \frac{1}{24} \times \sum_{t=1}^{24} R_{\text{CRY},t} = 2,78\ \%$$

$$\overline{R_{\text{MTA}}} = \frac{1}{24} \times \sum_{t=1}^{24} R_{\text{MTA},t} = 0,83\ \%$$

$$\overline{R_{\text{DIR}}} = \frac{1}{24} \times \sum_{t=1}^{24} R_{\text{DIR},t} = -0,75\ \%$$

b) Afin d'estimer le risque respectif de chaque titre (l'écart type des rendements de chaque titre), nous appliquons la racine carrée de la variance des rendements historiques qui, à son tour, est calculée avec l'équation 6.5 (*voir p. 213*) :

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{T-1} \times \sum_{t=1}^{T} \left(R_{i,t} - \overline{R_i}\right)^2$$

Donc :

$$\sigma_{\text{CRY}} = \sqrt{\frac{1}{23} \times \sum_{t=1}^{24} \left(R_{\text{CRY},t} - \overline{R_{\text{CRY}}}\right)^2} = 10,69\ \%$$

$$\sigma_{\text{MTA}} = \sqrt{\frac{1}{23} \times \sum_{t=1}^{24} \left(R_{\text{MTA},t} - \overline{R_{\text{MTA}}}\right)^2} = 5{,}04\ \%$$

$$\sigma_{\text{DIR}} = \sqrt{\frac{1}{23} \times \sum_{t=1}^{24} \left(R_{\text{DIR},t} - \overline{R_{\text{DIR}}}\right)^2} = 5{,}65\ \%$$

c) L'estimateur du rendement espéré du portefeuille P est égal à la moyenne de ses rendements historiques, dont le calcul s'effectue à l'aide de l'équation 6.15 (*voir p. 228*):

$$\overline{R_{\text{P}}} = \sum_{i=1}^{n} x_i \times \overline{R_i}$$

Donc:

$$\overline{R_{\text{P}}} = \tfrac{1}{3} \times \overline{R_{\text{CRY}}} + \tfrac{1}{3} \times \overline{R_{\text{MTA}}} + \tfrac{1}{3} \times \overline{R_{\text{DIR}}} = 0{,}95\ \%$$

Pour estimer le risque, nous calculons la racine carrée de la variance des rendements du portefeuille P.

L'équation 6.16 (*voir p. 228*) est le point de départ pour calculer la variance:

$$\sigma_{\text{P}}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \times \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} x_i \times x_j \times \rho_{i,j} \times \sigma_i \times \sigma_j$$

Les intrants de l'équation 6.16 sont:

- les proportions investies dans chaque titre (33,33 %);
- les écarts types respectifs (calculés à la question **b**);
- les coefficients de corrélation entre les titres, considérés deux par deux.

Nous calculons le troisième intrant avec l'équation 6.9 (*voir p. 219*):

$$\rho_{1,2} = \text{corr}\left(R_1, R_2\right) = \frac{\sigma_{1,2}}{\sigma_1 \times \sigma_2}$$

où

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{T-1} \times \sum_{t=1}^{T} \left(R_{1,t} - \overline{R_1}\right) \times \left(R_{2,t} - \overline{R_2}\right)$$

Donc:

$$\rho_{\text{CRY, MTA}} = \frac{\sigma_{\text{CRY, MTA}}}{\sigma_{\text{CRY}} \times \sigma_{\text{MTA}}} = \frac{\frac{1}{23} \times \sum_{t=1}^{24} \left(R_{\text{CRY},t} - \overline{R_{\text{CRY}}}\right) \times \left(R_{\text{MTA},t} - \overline{R_{\text{MTA}}}\right)}{\sigma_{\text{CRY}} \times \sigma_{\text{MTA}}} = 0{,}05$$

$$\rho_{\text{CRY, DIR}} = \frac{\sigma_{\text{CRY, DIR}}}{\sigma_{\text{CRY}} \times \sigma_{\text{DIR}}} = \frac{\frac{1}{23} \times \sum_{t=1}^{24} \left(R_{\text{CRY},t} - \overline{R_{\text{CRY}}}\right) \times \left(R_{\text{DIR},t} - \overline{R_{\text{DIR}}}\right)}{\sigma_{\text{CRY}} \times \sigma_{\text{DIR}}} = 0{,}21$$

$$\rho_{\text{DIR, MTA}} = \frac{\sigma_{\text{DIR, MTA}}}{\sigma_{\text{DIR}} \times \sigma_{\text{MTA}}} = \frac{\frac{1}{23} \times \sum_{t=1}^{24} \left(R_{\text{DIR},t} - \overline{R_{\text{DIR}}}\right) \times \left(R_{\text{MTA},t} - \overline{R_{\text{MTA}}}\right)}{\sigma_{\text{DIR}} \times \sigma_{\text{MTA}}} = 0{,}38$$

En incluant les trois intrants à l'équation 6.16, nous arrivons à une variance des rendements du portefeuille P de 0,002 48. Ainsi, le risque de P, comme reflété par l'écart type des rendements historiques, est de :

$$\sqrt{0{,}002\ 48} = 4{,}98\ \%$$

La remarque d'Aymeric concernant l'utilisation des anticipations de Gabriel quant aux probabilités d'occurrence des différents états de l'économie, ainsi que les rendements correspondants, s'avère donc fondée. En effet, le rendement moyen du portefeuille P est légèrement supérieur au rendement espéré, soit 0,95 % comparativement à 0,92 %. Quant au niveau de risque estimé en contexte d'incertitude, il est nettement supérieur à celui basé sur les données historiques (6,06 % comparativement à 4,98 %).

Vérifiez vos réponses.

QUESTIONS

Q6.1 Qu'est-ce qu'une prime de risque rattachée à un investissement risqué ?

Q6.2 Comment estime-t-on le rendement exigé par un investisseur sur un titre financier risqué ?

Q6.3 Est-ce que le rendement moyen périodique est un bon estimateur du rendement espéré d'un titre risqué ?

Q6.4 Quelle est la mesure de risque la plus usuelle pour un titre financier ?

Q6.5 La relation entre le rendement et le risque d'un investisseur peut-elle être négative ?

Q6.6 Comment peut-on interpréter le coefficient de corrélation des rendements de deux titres ?

Q6.7 Comment calcule-t-on le rendement exigé sur un portefeuille de n titres risqués ?

Q6.8 Est-ce que la diversification d'un portefeuille à deux titres est optimale si le coefficient de corrélation entre ses rendements est égal à +1 ?

Q6.9 Est-ce que la diversification d'un portefeuille à deux titres est optimale si le coefficient de corrélation entre ses rendements est égal à −1 ?

Q6.10 Si un portefeuille est formé de n titres, combien y a-t-il de termes représentant les covariances des rendements des titres, considérés deux à deux, lors du calcul de la variance des rendements ?

Consultez les solutions détaillées.

EXERCICES

E6.1 Un analyste a effectué les prévisions suivantes pour la période à venir :

- Prix prévu du titre T à la fin de la période : 30 $;
- Les taux de rendement possibles du titre T sont les suivants :

Scénario	Probabilité	Rendement
1	25 %	5 %
2	25 %	15 %
3	50 %	20 %

a) Quel est le taux de rendement espéré sur le titre T ?

b) À quel prix (P) devrait normalement se négocier le titre T actuellement si aucun dividende n'a été distribué durant la période de détention ?

E6.2 Vous avez les informations suivantes concernant la prochaine année pour les titres X, Y et Z :

Scénario	Probabilité	Rendement		
		Titre X	Titre Y	Titre Z
1	0,20	20 %	20 %	40 %
2	0,40	5 %	8 %	12 %
3	0,20	10 %	6 %	4 %
4	0,20	25 %	10 %	24 %

a) Calculez le rendement espéré de chaque titre.

b) Calculez l'écart type des rendements de chaque titre.

c) Calculez la covariance entre les titres X et Y, et celle entre les titres X et Z.

d) Calculez le coefficient de corrélation entre les titres X et Y, et celui entre les titres X et Z.

E6.3 Vous disposez des informations suivantes :

	Titre A	Titre B
Rendement espéré	10 %	25 %
Écart type	20 %	40 %
Coefficient de corrélation	0,30	

a) Déterminez le rendement espéré d'un portefeuille ayant les poids suivants : 0,40 dans le titre A et 0,60 dans le titre B.

b) Déterminez l'écart type du même portefeuille.

c) Si la corrélation entre les titres A et B est de −0,6, quel sera le risque du même portefeuille ? Que pouvez-vous en conclure ?

E6.4 Un investisseur disposant d'un capital de 100 000 $ désire se constituer un portefeuille P à partir des titres A et B. Il dispose des informations suivantes :

Scénario	Probabilité	Rendement du titre A	Rendement du titre B
Expansion	0,30	20 %	40 %
Stabilité	0,20	0 %	4 %
Récession	0,40	−10 %	−24 %
Reprise	0,10	8 %	12 %

Calculez, dans chacun des cas suivants, le taux de rendement espéré et le risque du portefeuille P.

Cas 1 : L'investisseur place 60 000 $ dans le titre A et 40 000 $ dans le titre B.

Cas 2 : L'investisseur place 40 000 $ dans le titre A et 60 000 $ dans le titre B.

E 6.5 Vous avez les informations suivantes pour les titres A et B :

Scénario	Probabilité	Rendements	
		Titre A	Titre B
1	0,10	−20 %	−5 %
2	0,25	20 %	0 %
3	0,30	15 %	10 %
4	0,25	10 %	20 %
5	0,10	35 %	15 %

a) Calculez le rendement espéré de chacun des titres.

b) Calculez l'écart type des rendements de chacun des titres.

c) Calculez le rendement espéré d'un portefeuille équipondéré (pondéré également) des deux titres.

d) Quel est l'écart type de ce portefeuille ?

e) Calculez le rendement espéré et l'écart type d'un portefeuille composé à 25 % du titre A et à 75 % du titre B.

E 6.6 On vous donne les informations suivantes :

	Titre A	Titre B
Rendement espéré	15 %	20 %
Écart type	25 %	30 %

Vous savez qu'un portefeuille formé de ces deux titres donne un rendement espéré de 17 % et un écart type de 19,21 %.

a) Déterminez la pondération de ce portefeuille dans chacun de ces deux titres.

b) Déterminez le coefficient de corrélation entre les deux titres.

Consultez les solutions détaillées.

PROBLÈMES

P 6.1 Vous avez l'information suivante concernant la prochaine période pour les titres A, B, C et D.

	Titre A	Titre B	Titre C	Titre D
$E(R_i)$	5 %	7,5 %	6,5 %	1 %
σ_i	2 %	3 %	2,75 %	0 %

a) Quel est le rendement espéré d'un portefeuille formé à 60 % du titre A et à 40 % du titre B ?

b) Quel est l'écart type de ce portefeuille formé à 60 % du titre A et à 40 % du titre B si ces deux titres sont indépendants ?

c) Quelles seront les pondérations de chaque titre dans le portefeuille si on veut réaliser le même écart type que celui trouvé à la question **b)** et que le coefficient de corrélation entre les titres est de 1 ?

d) Vous formez un portefeuille en combinant le titre C et le titre D. Quelle est la part allouée au titre C pour avoir un niveau de rendement espéré égal à 5 % ?

e) Vous formez un portefeuille en combinant le titre C et le titre D. Quelle est la part allouée au titre D pour avoir un niveau de risque égal à celui du titre A ?

P6.2 Vous avez l'information suivante concernant la prochaine période pour les titres A, B, C et D.

	Titre A	Titre B	Titre C	Titre D
$E(R_i)$	4 %	9 %	6 %	2 %
σ_i	1 %	3 %	2 %	0 %

a) Quel est le rendement d'un portefeuille équipondéré des titres A et B ?

b) Quel est l'écart type de ce portefeuille équipondéré des titres A et B si ces deux titres sont indépendants ?

c) Quelles seront les pondérations de chaque titre dans le portefeuille si on veut réaliser le même écart type que celui trouvé à la question **b)** et que la corrélation entre les titres est de −1 ? (Nous supposons que la vente à découvert n'est pas permise.)

d) Supposons qu'on veut investir dans les titres C et D. Quelle est la part allouée au titre D pour avoir un niveau de rendement espéré égal à celui trouvé en **a)** ?

e) Supposons qu'on veut investir dans les titres A, B et D. Quelle est la part allouée au titre D pour avoir un niveau de risque égal à celui supposé en **c)** ?

f) Quelle est la part allouée au titre D pour avoir un niveau de rendement espéré égal à celui du titre A, en supposant que le portefeuille est formé des titres B et D ?

P6.3 Vous avez l'information suivante concernant la prochaine période pour les titres A, B, C et D.

	Titre A	Titre B	Titre C	Titre D
$E(R_i)$	8 %	6,5 %	6 %	1 %
σ_i	3,5 %	2 %	2,5 %	0 %
$\rho_{i,j}$				
Titre A	1	0,4	−0,2	0
Titre B		1	−0,6	0
Titre C			1	0
Titre D				1

a) Quel est le rendement d'un portefeuille formé à 60 % du titre A et à 40 % du titre B ?

b) Quel est l'écart type d'un portefeuille formé à 60 % du titre A et à 40 % du titre B si ces deux titres sont indépendants ?

c) Quelles seront les pondérations de chaque titre dans le portefeuille si on veut réaliser le même écart type que celui trouvé à la question **b)** et que l'on suppose que la corrélation entre les titres A et B est de 1 ?

d) Vous formez un portefeuille en combinant les titres C et D. Quelle est la part allouée au titre D pour avoir un niveau de rendement espéré égal à 7 % ?

e) Vous formez un portefeuille en combinant le titre C et le titre D. Quelle est la part allouée au titre D pour avoir un niveau de risque égal à celui du titre B ?

P6.4 Les titres A, B et C ont le même écart type des rendements. Les coefficients de corrélation entre les rendements de ces titres sont les suivants :

	Titre A	Titre B	Titre C
Titre A	1	0,65	0,30
Titre B		1	−0,85
Titre C			1

Vous constituez trois portefeuilles comme suit :

Portefeuille M : Un portefeuille équipondéré composé des titres A et B.

Portefeuille N : Un portefeuille équipondéré composé des titres A et C.

Portefeuille S : Un portefeuille équipondéré composé des titres B et C.

Lequel de ces portefeuilles comporte le degré de risque le plus faible ?

Consultez la démarche et vérifiez vos réponses.

PROBLÈMES PRÉPARATOIRES AUX EXAMENS

6.1

Scénario j	p_j	Titre A	Titre B
Croissance	0,3	20 %	25 %
Stabilité	0,4	5 %	6 %
Récession	0,3	−20 %	−25 %

Colonne 1 : Il y a trois scénarios possibles dans l'économie : croissance, stabilité et récession.

Colonne 2 : p_j est la probabilité d'occurrence du scénario j.

Colonnes 3 et 4 : Représentent les rendements réalisés pour chaque scénario, respectivement, sur le titre A et sur le titre B.

a) Calculez le rendement espéré du titre A et du titre B.

b) Calculez l'écart type du titre A et du titre B.

c) Quel est le titre le plus risqué ? Si vous deviez choisir entre les deux titres, lequel vous semblerait le plus intéressant ?

d) Calculez le rendement espéré d'un portefeuille équipondéré des titres A et B.

e) Calculez l'écart type du portefeuille équipondéré des titres A et B sachant que la covariance entre les rendements du titre A et ceux du titre B est de 0,03.

f) Quelles devraient être les proportions investies dans le titre A et le titre B afin d'avoir un rendement espéré de 2,15 % ?

PROBLÈMES PRÉPARATOIRES AUX EXAMENS (*suite*)

6.2

Scénario j	p_j	Titre A	Titre B
Croissance	0,25	15 %	20 %
Stabilité	0,5	1,5 %	2 %
Récession	0,25	−15 %	−20 %

Colonne 1 : Il y a trois scénarios possibles dans l'économie : croissance, stabilité et récession.

Colonne 2 : p_j est la probabilité d'occurrence du scénario j.

Colonnes 3 et 4 : Représentent les rendements réalisés pour chaque scénario, respectivement, sur le titre A et sur le titre B.

a) Calculez le rendement espéré du titre A et du titre B.
b) Calculez l'écart type du titre A et du titre B.
c) Quel est le titre le plus risqué ? Si vous deviez choisir entre les deux titres, lequel vous semblerait le plus intéressant ?
d) Calculez le rendement espéré d'un portefeuille investi à 60 % dans le titre A et à 40 % dans le titre B.
e) Calculez l'écart type du portefeuille comprenant des titres A et B formé à la question **d)** sachant que la corrélation entre les rendements du titre A et ceux du titre B est de 1.
f) Quelles devraient être les proportions investies dans le titre A et dans le titre B afin d'avoir un rendement espéré du portefeuille de 0,9 % ?

6.3 Kevin voudrait investir dans le marché boursier sans prendre de risque indu. Pour ce faire, il sélectionne trois titres du secteur bancaire inclus dans l'indice boursier IMK Composite Index. Il se focalise sur les titres suivants : la Banque BKR (BKR), la Banque WT (WT) et la Banque PBN (PBN). Sa sœur, Emma, va l'aider à établir la relation entre le rendement et le risque de chaque titre en collectant les rendements quotidiens des deux dernières semaines.

t	Rendement quotidien		
	BKR	**WT**	**PBN**
2018-02-17	2,22 %	1,39 %	2,11 %
2018-02-16	2,10 %	2,11 %	1,94 %
2018-02-12	4,58 %	3,65 %	3,76 %
2018-02-11	−1,80 %	−1,37 %	−1,14 %
2018-02-10	−2,14 %	−1,15 %	−2,79 %
2018-02-09	−2,38 %	−2,39 %	−2,71 %
2018-02-08	−2,60 %	−1,70 %	−1,97 %
2018-02-05	0,21 %	−0,44 %	−0,11 %
2018-02-04	1,21 %	1,39 %	1,94 %
2018-02-03	0,09 %	0,12 %	0,38 %

PROBLÈMES PRÉPARATOIRES AUX EXAMENS (*suite*)

a) Sur la base de ces données, aidez Kevin à calculer :

i) le rendement quotidien moyen respectif de chaque titre ;

ii) le risque respectif de chaque titre.

Emma recommande à Kevin de ne pas miser sur un seul titre et de construire plutôt un portefeuille P constitué des trois titres présélectionnés.

b) D'abord, Kevin ne s'impose pas de contrainte de rendement espéré et décide d'investir à parts égales dans chaque titre (portefeuille équipondéré).

i) Calculez le rendement espéré du portefeuille P.

ii) Calculez l'écart type du portefeuille P.

c) Emma propose à son frère de construire un portefeuille Q dont le rendement espéré quotidien est préfixé. En effet, Emma lui conseille de viser un rendement quotidien moyen de 0,15 %. Dans ce cas, Kevin aura besoin d'aide pour calculer les parts à investir dans chaque titre.

i) Calculez les pondérations du portefeuille Q qui répondent à cette nouvelle contrainte, sachant que Kevin a une préférence pour le titre WT et qu'il voudra y investir la moitié (50 %) de son investissement total.

ii) Calculez l'écart type du portefeuille Q.

CHAPITRE 7

La théorie de portefeuille

Plan du chapitre

Consultez le solutionnaire en ligne.

La lecture de ce chapitre vous permettra de maîtriser les notions financières suivantes :

Introduction

Dans le chapitre 6, nous avons présenté différentes façons de calculer le rendement et le risque d'un titre, ainsi que ceux d'un portefeuille de *n* titres. Vue le plus simplement possible, la théorie de portefeuille cherche à trouver l'équilibre entre la maximisation du rendement et la minimisation du risque. L'objectif est de pouvoir sélectionner les placements qui assurent une meilleure diversification du risque avec les meilleurs rendements possible.

En effet, la théorie de portefeuille repose sur le principe de l'**investisseur risquophobe**, ou **investisseur averse au risque**, ce qui signifie qu'entre deux portefeuilles offrant le même rendement, un investisseur préférera celui qui présente le moins de risques. Inversement, avec un même niveau de risque, cet investisseur préférera le portefeuille offrant le plus haut rendement espéré. Ainsi, un investisseur ne prendra des risques accrus que s'il est compensé par des rendements plus élevés. Inversement, un investisseur qui souhaite des rendements plus élevés devra accepter plus de risques. En conséquence, un investisseur rationnel n'investira pas dans un portefeuille si un second portefeuille existe avec un profil de rendement et de risque plus favorable, c'est-à-dire si, pour ce niveau de risque, un portefeuille alternatif offre de meilleurs rendements.

Nous allons procéder pas à pas afin de vous permettre de cerner l'essence du raisonnement ayant permis de développer la théorie moderne du portefeuille. Tout d'abord, nous considérerons uniquement les actifs risqués. Ensuite, nous présenterons les répercussions de l'existence d'un actif sans risque sur la relation risque et rendement. Finalement, nous considérerons le rôle de l'effet de diversification abordé précédemment dans cette relation, ce qui nous permettra de déboucher sur le modèle d'évaluation des actifs financiers, l'un des modèles les plus utilisés en finance.

7.1 La frontière efficiente

Nous avons déjà présenté le concept de la relation entre le risque et le rendement dans le cas de deux titres, ainsi que le rôle du coefficient de corrélation dans le processus de diversification.

Dans la section 6.3.2 (*voir p. 227*), nous avons vu, d'une part, que la variance du rendement d'un portefeuille de *n* titres se compose de deux parties : une partie qui comprend la variance des rendements des *n* titres qui composent le portefeuille et une autre qui représente la somme des covariances entre les rendements de ces titres. Algébriquement, nous avons abouti à l'équation 6.16 (*voir p. 228*) :

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} x_i x_j \sigma_{ij}$$

où

σ_P^2 représente la variance des rendements du portefeuille ;
σ_i^2 représente la variance des rendements du titre i ;
σ_{ij} représente la covariance entre les titres i et j ;
n représente le nombre de titres dans le portefeuille ;
x_i représente la proportion de la valeur totale du portefeuille investie dans le titre i ;
$\sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n}$ représente le signe de doubles sommations indiquant que l'on doit considérer n^2 sommes des éléments constitutifs de la sommation.

Dans notre cas, comme $i \neq j$, on doit considérer $[n \times (n - 1)]$ sommes, c'est-à-dire toutes les paires possibles des valeurs i et j, excluant les cas pour lesquels $i = j$.

D'autre part, nous avons établi, avec l'équation 6.14 (*voir p. 228*), que le rendement d'un portefeuille est égal à la somme pondérée du rendement des titres qui le composent :

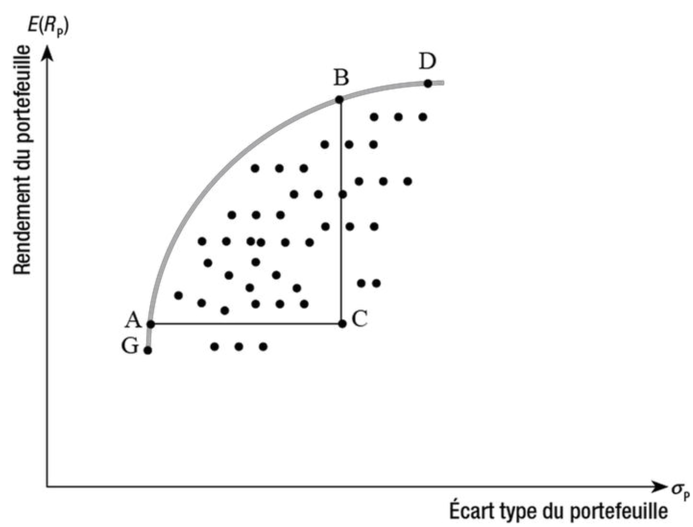
$$E(R_P) = \sum_{i=1}^{n} x_i E(R_i)$$

où

$E(R_P)$ représente le rendement espéré du portefeuille ;
n représente le nombre de titres dans le portefeuille ;
x_i représente la proportion de la valeur totale du portefeuille investie dans le titre i ;
$E(R_i)$ représente le rendement espéré du titre i.

La **frontière efficiente** représente l'ensemble des portefeuilles ayant le plus haut rendement pour chaque niveau de risque donné (écart type) ou le risque minimum pour chaque niveau de rendement. Comme le montre la figure 7.1, il s'agit de la courbe représentant les meilleures de toutes les combinaisons possibles de titres en ce qui a trait au risque et au rendement.

FIGURE 7.1 La frontière efficiente



Tous les portefeuilles situés sur la frontière efficiente ont soit le rendement le plus élevé pour un niveau de risque donné, soit le risque le plus faible pour un niveau de rendement donné. On peut donc dire que le portefeuille A est préférable au portefeuille C, car il présente un risque plus faible pour un même rendement. De la même façon, on peut conclure que le portefeuille B est préférable au portefeuille C, car il offre un rendement plus élevé pour le même risque. Aucun portefeuille sur la frontière efficiente ne domine l'autre en ce sens qu'il n'y en a aucun autre qui offre plus de rendement et moins de risques que les autres portefeuilles situés sur cette frontière. Pour chaque paire de portefeuilles situés sur la frontière efficiente, un rendement plus élevé que l'autre signifie automatiquement un risque plus élevé. À l'inverse, un risque plus faible signifie automatiquement un rendement plus faible.

En résumé, chaque investisseur choisira un portefeuille situé sur la frontière efficiente selon son degré de risquophobie. Ceux qui n'aiment pas du tout le risque choisiront le portefeuille G, qui présente le plus petit risque de l'ensemble des portefeuilles efficients ; par contre, leur rendement espéré sera également plus faible. Ceux qui sont disposés à prendre plus de risques choisiront les portefeuilles A ou B, ou, à l'extrême, le portefeuille D, lequel offre le rendement le plus élevé, mais avec beaucoup plus de risques.

L'idée et la technique de l'optimisation moyenne-variance, soit la moyenne mesurant le rendement et la variance ou l'écart type pour le risque, sont communément attribuées au professeur Harry Markowitz, qui a publié un article sur le sujet en 1952. Il a d'ailleurs obtenu le prix Nobel d'économie en 1990 pour sa contribution à la théorie moderne du portefeuille[1].

Comme vous avez pu le constater, la frontière efficiente telle que nous l'avons définie graphiquement jusqu'à présent selon l'idée originale attribuée à Markowitz ne concerne que des actifs risqués. On remarquera ainsi que le risque du portefeuille G est non nul, même s'il s'agit du portefeuille ayant le plus faible risque de l'ensemble des portefeuilles situés sur la frontière efficiente. En effet, contrairement au cas de deux titres ayant un coefficient de corrélation égal à −1, il est impossible de réduire le risque à zéro dans le cas de n (supérieur à deux) titres. La raison est la suivante : si deux titres présentent une corrélation parfaitement négative ($\rho = -1$), le troisième présentera forcément une corrélation positive avec l'un des deux autres.

QUESTION ÉCLAIR 7.1

Quelles sont les hypothèses sous-jacentes au concept de la frontière efficiente ?

La question est maintenant de savoir s'il existe un titre sans risque destiné à des investisseurs qui ne veulent prendre aucun risque et quel pourrait être le rendement de ce titre.

7.2 Le risque et le rendement d'un titre sans risque

Examinons ce qu'est un titre sans risque, s'il en existe, et quels en sont le risque, le rendement et les caractéristiques.

7.2.1 Le risque d'un titre sans risque

D'emblée, on peut affirmer qu'un **titre sans risque**, s'il existe, a un risque nul. La mesure de risque adoptée jusqu'à présent est la variance des rendements. Ainsi, la variance des rendements (ou l'écart type) du titre sans risque est égale à zéro. En d'autres mots, en se procurant un tel titre, on obtient exactement et avec certitude le rendement auquel on s'attend. En fait, quelle que soit la mesure de risque adoptée, le risque de l'actif sans risque devrait être égal à zéro.

7.2.2 Le rendement d'un titre sans risque

En général, on suppose que le gouvernement est l'entité la moins risquée dans une économie donnée. Par conséquent, on va considérer que les titres gouvernementaux sont sans risque. Le taux de rendement sur les titres d'emprunt du gouvernement est donc utilisé comme étant le taux de rendement sans risque. Pour le court terme, on utilise le taux de rendement des bons du Trésor, alors que pour le long terme, on conseille d'utiliser le taux de rendement des obligations gouvernementales dont l'échéance correspond à celle de notre analyse. Par exemple, pour analyser un projet de 10 ans, on utilisera le taux de rendement des obligations gouvernementales qui ont une échéance de 10 ans. Pour les projets à durée indéterminée, on utilisera le taux de rendement des obligations du gouvernement ayant une échéance de 20 ans ou plus.

Dans les faits, les titres gouvernementaux peuvent être considérés comme moins risqués, mais ils ne sont pas sans risque. En effet, au cours de l'histoire, on a vu bien des gouvernements

1. Même si Markowitz est considéré comme le père de la théorie moderne du portefeuille, il faut cependant reconnaître qu'un autre auteur, Andrew Roy, avait également proposé une formalisation de cette idée la même année. En outre, Bruno de Finetti avait publié, en 1940, un article développant des idées similaires dans un journal italien qui ne fut traduit en anglais qu'en 2006.

faire défaut sur le paiement de leurs obligations. Cependant, il est très rare qu'un État fasse un défaut de paiement sur la totalité de sa dette. La plupart du temps, incapable de remplir ses obligations, ce qui correspond à un défaut technique, l'État va négocier avec ses créditeurs pour obtenir une restructuration de sa dette, c'est-à-dire un rééchelonnement des paiements sur une plus longue période ou une réduction (décote) de la dette. On peut citer le cas des États de Porto Rico en 2016, de la Grèce en 2015, de l'Argentine en 2014 et du Mexique en 1982.

En bref, le taux sans risque utilisé en pratique n'est qu'une approximation puisque certains États peuvent faire un défaut de paiement sur leur dette. Il est donc nécessaire de conceptualiser ce que pourrait être idéalement le taux sans risque. Pour déterminer quel devrait être le rendement d'un titre sans risque, il faut se demander quel rendement un investisseur quelconque voudrait obtenir, par exemple sur un investissement de une année, tout en sachant qu'à terme, il récupérera de façon certaine sa mise de fonds.

Cet investisseur, pour fixer le rendement à exiger, devrait au moins tenir compte de l'inflation, mais également de la valeur qu'il accorde au fait de renoncer temporairement à l'usage de son argent. Étudions ces deux facteurs.

L'inflation

La prise en compte de l'inflation dans la détermination des taux d'intérêt en général ou du taux sans risque en particulier découle de l'hypothèse que toute richesse est destinée à la consommation et que, en investissant, on diffère notre consommation présente vers le futur. Dans un tel contexte, l'investisseur voudra minimalement que sa richesse conserve dans le futur le même pouvoir d'achat. Il exigera donc, en l'absence de tout risque, que le taux d'intérêt soit au moins égal au taux d'inflation.

Par exemple, considérons le cas de Guillaume, qui envisage d'acquérir pour 40 000 $ la voiture de ses rêves pour laquelle il a durement économisé ces dernières années. Supposons également que l'inflation prévue pour la prochaine année est de 2 %. La prise en compte de l'inflation signifie que Guillaume exigera au moins un rendement de 2 % s'il doit différer de une année l'achat de sa voiture, pour une raison quelconque, même dans le cadre d'un placement ou d'un prêt où il n'encourt aucun risque.

La valeur temps de l'argent

Le deuxième facteur dont il faut tenir compte pour établir le taux sans risque est la valeur temps de l'argent, c'est-à-dire la valeur accordée au fait de renoncer à la jouissance immédiate de sa richesse. Cette valeur découle de l'hypothèse d'une préférence des individus pour une consommation présente par rapport à une consommation future. Par conséquent, la seule façon d'inciter les individus à épargner est d'offrir un taux d'intérêt plus élevé permettant une consommation future plus élevée. On parle aussi de **taux de substitution**, ou **effet de substitution**, c'est-à-dire la substitution d'une consommation future plus élevée à une consommation présente.

Si on reprend l'exemple de Guillaume, la valeur temps de l'argent indique qu'il devrait exiger un rendement supérieur au taux d'inflation, même dans un contexte où il n'encourt aucun risque. Supposons que Guillaume veut un rendement de 3 %. Le taux d'inflation étant de 2 %, cela voudrait dire qu'il exige un rendement supplémentaire de 1 % (= 3 % − 2 %) pour différer de un an l'achat de sa voiture.

Dans la littérature économique et financière, on réfère à ce rendement supplémentaire de 1 % comme étant le **taux d'intérêt réel**, puisqu'il représente le taux de croissance réel du pouvoir d'achat de l'épargnant, Guillaume dans notre cas. Malheureusement, le taux d'intérêt réel n'est en général pas observable dans la réalité, ne serait-ce que parce qu'il dépend de façon subjective de chaque individu[2]. Toutefois, en supposant que le rendement des titres d'emprunt du gouvernement représente le taux sans risque, on peut approximativement déterminer, *a posteriori*, le taux d'intérêt réel comme étant égal à la différence entre le taux de rendement sur le titre d'emprunt du gouvernement (R_F) et le taux d'inflation (i). Algébriquement, on peut écrire les équations suivantes :

ÉQUATION 7.1 $$R_F = r_r + i$$

et, par conséquent :

ÉQUATION 7.2 $$r_r = R_F - i$$

où

r_r représente le taux d'intérêt réel ;
R_F représente le taux nominal sans risque ;
i représente le taux d'inflation.

L'équation 7.1 est connue dans la littérature économique et financière comme étant l'équation de Fisher, du nom de son auteur. Cette équation exprime approximativement la relation entre le taux d'intérêt nominal et le taux d'intérêt réel, compte tenu de l'inflation[3].

QUESTION ÉCLAIR 7.2

Quels facteurs doivent être pris en compte dans la détermination du taux sans risque ?

En résumé, sur le plan conceptuel, le taux sans risque, ou rendement sur un titre sans risque, est composé du taux d'inflation prévu plus le taux d'intérêt réel. En pratique, le taux de rendement des emprunts du gouvernement est utilisé comme approximation du taux sans risque. Nous avons jusqu'à présent montré qu'un investisseur rationnel choisirait d'investir dans un **portefeuille efficient** de titres risqués. Qu'en serait-il s'il pouvait également investir dans un titre sans risque ? Cette question fait l'objet des prochaines sections de ce chapitre.

7.3 La combinaison d'un titre sans risque avec un portefeuille risqué

L'économiste James Tobin (1958) a approfondi la théorie de Markowitz en suggérant l'inclusion du titre sans risque dans la construction d'un portefeuille efficient. Nous avons déjà mentionné que le rendement espéré sur un titre sans risque est un rendement sûr. Par conséquent, la variance du titre sans risque est de zéro. Nous avons également noté que la covariance est un élément important dans le processus de diversification, et donc du risque d'un portefeuille. En suivant l'équation 6.9 (*voir p. 219*), nous savons que la covariance entre les rendements de deux titres i et j ($\text{cov}_{i,j}$) se calcule comme suit :

$$\text{cov}_{i,j} = \rho_{i,j} \times \sigma_i \times \sigma_j$$

où

$\rho_{i,j}$ représente le coefficient de corrélation entre les rendements de deux titres i et j ;
σ_i représente l'écart type du titre i ;
σ_j représente l'écart type du titre j.

2. Aux États-Unis, il existe maintenant des obligations indexées au taux d'inflation dont le rendement permet de déterminer *a priori* le taux de rendement réel attendu en moyenne par les investisseurs.
3. L'équation exacte de Fisher est la suivante : $(1 + R_F) = (1 + r_r)(1 + i)$. Par conséquent, $r_r = R_F - i - i \times r_r$. Comme $i \times r_r$ est négligeable (un chiffre proche de zéro), on utilise tout simplement l'approximation $r_r = R_F - i$.

L'écart type des rendements du titre sans risque étant égal à zéro ($\sigma_{R_F} = 0$), par conséquent, la covariance entre un titre risqué i et le titre sans risque est aussi égale à zéro.

$$\begin{aligned}\text{cov}_{i,R_F} &= \rho_{i,R_F} \times \sigma_i \times \sigma_{R_F} \\ &= \rho_{i,R_F} \times \sigma_i \times 0 \\ &= 0\end{aligned}$$

Voyons maintenant comment ce résultat découlant de l'introduction du titre sans risque dans la composition du portefeuille efficient change complètement l'allure de la frontière efficiente et de la relation entre le risque et le rendement.

7.3.1 Le rendement et le risque d'un portefeuille comprenant un titre sans risque et un portefeuille risqué

L'investisseur avisé voudra combiner le titre sans risque avec un portefeuille risqué situé sur la frontière efficiente. Tout comme dans le cas du rendement de deux titres risqués, le **rendement espéré d'un portefeuille** P comprenant un titre sans risque sera égal à la somme pondérée du rendement de ce titre sans risque et du portefeuille risqué, comme le montre l'équation suivante :

$$E(R_P) = x_M \times E(R_M) + \left(1 - x_M\right) \times R_F$$ ◄ ÉQUATION 7.3

où

$E(R_P)$ représente le rendement espéré du portefeuille ;
$E(R_M)$ représente le rendement espéré du portefeuille M de titres risqués ;
x_M est égal au pourcentage investi dans ce portefeuille de titres risqués.

Par conséquent, $(1 - x_M)$ est égal au pourcentage investi dans le titre sans risque x_F. En effet, nous obtenons l'équation suivante :

$$x_M + \left(1 - x_M\right) = 1$$ ◄ ÉQUATION 7.4

L'équation 7.4 signifie que la somme des proportions investies dans le portefeuille de titres risqués et dans le titre sans risque est égale à 1. Par exemple, si on dispose de 100 000 $ et que l'on investit 25 000 $ (25 %) dans le portefeuille de titres risqués, on peut en déduire que l'on a investi les 75 000 $ (75 %) restants dans le titre sans risque.

Quel sera l'écart type de ce portefeuille ?

Selon l'équation 6.13 (*voir p. 224*), on se rappellera que la variance des rendements d'un portefeuille de deux titres est égale à :

$$\sigma_P^2 = x_1^2\sigma_1^2 + x_2^2\sigma_2^2 + 2x_1x_2\rho_{1,2}\sigma_1\sigma_2$$

En remplaçant le titre 1 par notre portefeuille M de titres risqués et le titre 2 par le titre sans risque R_F, nous obtenons :

$$\sigma_P^2 = x_M^2\sigma_M^2 + (1 - x_M)^2\sigma_{R_F}^2 + 2x_M(1 - x_M)\rho_{M,R_F}\sigma_M\sigma_{R_F}$$

Nous savons que la variance des rendements du titre sans risque est égale à zéro, c'est-à-dire que $\sigma_{R_F}^2 = 0$. Nous pouvons alors déduire que la covariance entre les rendements d'un titre sans risque et ceux d'un titre risqué est aussi égale à zéro. Par conséquent, notre équation de la variance se réduit à :

$$\sigma_P^2 = x_M^2\sigma_M^2$$

L'écart type se calcule avec l'équation suivante :

ÉQUATION 7.5 $$\sigma_P = x_M \sigma_M$$

On constate ainsi que l'écart type des rendements d'un portefeuille P composé d'un portefeuille risqué (M) et du titre sans risque (R_F) se résume au produit du pourcentage investi dans le portefeuille risqué avec l'écart type de ses rendements.

EXEMPLE 7.1

Thomas dispose d'une somme de 200 000 $. Étant d'une nature très prudente, il ne veut en aucun cas mettre tous ses œufs dans le même panier. En conséquence, il demande à son courtier de placer 70 % de la somme dans un placement sans risque même si ce dernier ne lui procurera qu'un maigre rendement de 2 %. Le courtier lui conseille d'investir le reste de la somme dans un portefeuille efficient sur lequel il peut espérer un rendement de 15 %, mais avec un écart type de 20 %. On vous demande de calculer le rendement espéré et l'écart type du portefeuille de Thomas.

SOLUTION

Données du problème

- Rendement du titre sans risque $R_F = 2$ %
- Proportion investie dans $R_F = (1 - x_M) = 70$ %
- Rendement espéré du portefeuille de titres risqués = $E(R_M) = 15$ %
- Écart type des rendements du portefeuille de titres risqués = $\sigma_M = 20$ %
- Proportion investie dans un portefeuille M de titres risqués = $x_M = 30$ %

Avec ces données, on peut calculer le rendement espéré en utilisant l'équation 7.3 (*voir p. 251*) :

$$\begin{aligned} E(R_P) &= x_M \times E(R_M) + \left(1 - x_M\right) \times R_F \\ &= \left(0{,}30 \times 0{,}15\right) + \left(0{,}70 \times 0{,}02\right) \\ &= 0{,}045 + 0{,}014 = 0{,}059 = 5{,}9\ \% \end{aligned}$$

L'écart type est égal à :

$$\sigma_P = x_M \sigma_M = 0{,}3 \times 0{,}2 = 0{,}06 = 6\ \%$$

Thomas peut donc espérer obtenir sur son placement un rendement de 5,9 % pour un écart type de 6 %.

Nous savons que la frontière efficiente est composée d'un ensemble de portefeuilles efficients. Dans la prochaine sous-section, nous discuterons de la façon de choisir le portefeuille ayant le rendement le plus élevé pour un risque donné ou le portefeuille ayant le risque le plus faible pour un rendement donné.

7.3.2 La droite du marché des capitaux

Nous savons maintenant que le rendement espéré d'un portefeuille P combinant le titre sans risque et un portefeuille risqué M est :

$$E(R_P) = x_M \times E(R_M) + (1 - x_M) \times R_F$$

En réarrangeant un peu cette équation, on obtient cette nouvelle équation :

$$E(R_P) = R_F + x_M\left[E(R_M) - R_F\right]$$ ◂ ÉQUATION 7.6

Nous savons également, selon l'équation 7.5, que l'écart type de ce portefeuille se calcule ainsi :

$$\sigma_P = x_M \sigma_M$$

Par conséquent, on obtient l'équation suivante :

$$x_M = \frac{\sigma_P}{\sigma_M}$$ ◂ ÉQUATION 7.7

En remplaçant dans l'équation 7.6 la valeur x_M obtenue dans l'équation 7.7, nous obtenons :

$$E(R_P) = R_F + \left[E(R_M) - R_F\right]\frac{\sigma_P}{\sigma_M}$$ ◂ ÉQUATION 7.8

Cette équation peut également s'écrire sous la forme suivante :

$$E(R_P) = R_F + \left[\frac{E(R_M) - R_F}{\sigma_M}\right]\sigma_P$$

L'équation 7.8 est connue dans la littérature financière comme étant l'équation de la **droite du marché des capitaux (DMC)**, plus connue sous le nom anglais de *capital market line* (CML). Cette équation montre qu'il existe une relation linéaire entre le rendement et le risque. En d'autres mots, le rendement d'un portefeuille, $E(R_P)$, est égal au rendement du titre sans risque (R_F), plus une **prime de risque** par unité de risque, $\left[\frac{E(R_M) - R_F}{\sigma_M}\right]$, qui évolue de façon linéaire par rapport au risque du portefeuille (σ_P).

Quelques exemples concrets s'imposent avant de pousser nos explications plus loin relativement à l'incidence de la DMC dans la sélection d'un titre et la construction de portefeuilles de titres.

EXEMPLE 7.2

Reprenons l'exemple 7.1 pour le résoudre sur la base des connaissances nouvelles des équations 7.7 et 7.8.

On sait que Thomas ne veut en aucun cas mettre tous ses œufs dans le même panier. En conséquence, il demande à son courtier de placer 70 % de ses économies dans un placement sans risque pour un rendement de 2 %. Le courtier lui conseille d'investir le reste de la somme dans un portefeuille efficient sur lequel il peut espérer un rendement de 15 %, mais avec un écart type de 20 %. On vous demande de calculer le rendement espéré et l'écart type du portefeuille de Thomas.

SOLUTION

Données du problème

- Rendement du titre sans risque $R_F = 2$ %
- Proportion investie dans $R_F = (1 - x_M) = 70$ %
- Rendement espéré du portefeuille de titres risqués = $E(R_M) = 15$ %
- Écart type des rendements du portefeuille de titres risqués = $\sigma_M = 20$ %
- Proportion investie dans un portefeuille M de titres risqués = $x_M = 30$ %

Avec l'équation 7.7 (*voir p. 253*), nous savons que $x_M = \dfrac{\sigma_P}{\sigma_M}$. Dans notre exemple, ce ratio est égal à 30 %. L'équation de la DMC nous indique que :

$$E(R_P) = R_F + \left[E(R_M) - R_F\right]\frac{\sigma_P}{\sigma_M}$$
$$= 2\ \% + (15\ \% - 2\ \%) \times 30\ \% = 5{,}9\ \%$$

Il s'agit exactement du même rendement que nous avions trouvé précédemment avec la procédure de solution suivie dans l'exemple 7.1 (*voir p. 252*).

L'écart type de ce portefeuille est de :

$$\sigma_P = x_M \sigma_M = 30\ \% \times 20\ \% = 6\ \%$$

EXEMPLE 7.3

Continuons avec le cas de Thomas. Ce dernier, malgré sa nature prudente, et bien que vous lui ayez expliqué que le risque s'accroît avec le rendement, trouve qu'un taux de 5,9 % est un maigre rendement. Il espérerait obtenir un rendement de 10 % et il vous demande ce que vous pouvez lui suggérer comme pourcentage d'investissement dans le titre sans risque et dans le portefeuille risqué pour atteindre son objectif de rendement. Bien entendu, les données du marché demeurent les mêmes, c'est-à-dire : $R_F = 2$ % ; $E(R_M) = 15$ % et $\sigma_M = 20$ %.

SOLUTION

L'objectif de rendement est de 10 %. Par conséquent, $E(R_P) = 10$ %. Sachant que $R_F =$ 2 % et que $E(R_M) = 15$ %, on peut donc écrire :

$$E(R_P) = R_F + \left[E(R_M) - R_F\right]\frac{\sigma_P}{\sigma_M} = R_F + \left[\frac{E(R_M) - R_F}{\sigma_M}\right]\sigma_P$$

$$10\ \% = 2\ \% + \left[\frac{15\ \% - 2\ \%}{20\ \%}\right]\sigma_P$$

$$10\ \% = 2\ \% + 0{,}65 \times \sigma_P$$

$$\sigma_P = \frac{10\ \% - 2\ \%}{0{,}65} = 12{,}308\ \%$$

SOLUTION (*suite*)

Pour obtenir un rendement de 10 %, le risque du portefeuille passe donc de 6 % à 12,308 %. Thomas devra investir un pourcentage :

$x_M = \dfrac{\sigma_P}{\sigma_M} = \dfrac{0{,}123\,08}{0{,}2} = 61{,}54\ \%$ dans le portefeuille de titres risqués et donc

$1 - x_M = 1 - 0{,}6154 = 38{,}46\ \%$ dans le titre sans risque.

Vérification :

On sait que le rendement d'un portefeuille est une moyenne pondérée des rendements des titres qui le composent (*voir l'équation 7.3, p. 251*). Nous avons donc :

$$E(R_P) = x_M \times E(R_M) + (1 - x_M) \times R_F = (0{,}6154 \times 0{,}15) + (0{,}3846 \times 0{,}02) = 10\ \%$$

Avec un pourcentage de 61,54 % investi dans le portefeuille de titres risqués et de 38,46 % dans des titres sans risque, on retrouve effectivement le rendement de 10 % que Thomas aimerait obtenir.

Nous avons mentionné que l'investisseur avisé cherchera le portefeuille qui lui procure le maximum de rendement pour un risque donné ou le minimum de risque pour un rendement donné. Le titre sans risque (R_F) étant unique, cela ne pose donc aucun problème de choix. Par contre, pour atteindre son objectif, notre investisseur devra choisir son portefeuille risqué parmi les portefeuilles situés sur la frontière efficiente. À moins que tous les portefeuilles efficients donnent le même résultat en ce qui a trait au rendement et au risque, il s'agira aussi de déterminer quel est le meilleur portefeuille parmi l'ensemble des portefeuilles efficients qui permet d'assurer que le portefeuille obtenu avec la combinaison du titre sans risque offre le rendement le plus élevé pour un risque donné ou le risque le plus faible pour un rendement donné. Avant d'aller plus loin dans notre explication, voyons la représentation graphique de la DMC, qui exprime le rendement d'un portefeuille combinant le titre sans risque et plusieurs portefeuilles efficients.

La figure 7.2 (*voir page suivante*) montre les droites obtenues en combinant le titre sans risque avec différents portefeuilles efficients. Nous obtenons les droites [R_F ; G], [R_F ; A], [R_F ; M], [R_F ; B], [R_F ; D].

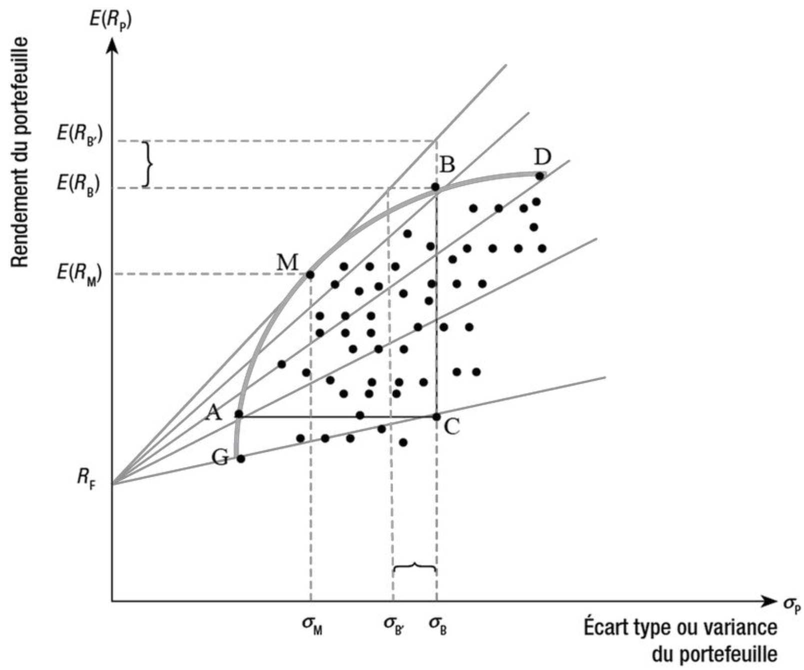
Sans aucun calcul compliqué, on peut constater que la droite [R_F ; M] donne la meilleure combinaison en ce qui a trait au risque et au rendement.

Considérons, par exemple, la droite [R_F ; B], qui relie le rendement sans risque au rendement du portefeuille efficient B. On remarquera qu'avec un risque égal à σ_B, le portefeuille B procure un rendement [$E(R_B)$] inférieur à celui du portefeuille M, qui est de [$E(R_{B'})$]. De façon similaire, à rendement égal, $E(R_B)$, on constatera sur la droite [R_F ; M] que le portefeuille M expose l'investisseur à un risque plus faible ($\sigma_{B'}$) que le portefeuille B, dont le risque est σ_B.

En résumé, on constate que :

1. La droite la plus à gauche et qui est tangente à la frontière efficiente de titres risqués – dans notre cas la droite [R_F ; M] – domine, en ce qui a trait au rendement et au risque, toutes les autres combinaisons du titre sans risque avec un des portefeuilles situés sur la frontière efficiente. Puisque la DMC est la formulation algébrique d'une droite combinant le titre sans risque et un portefeuille de titres risqués situé sur la frontière efficiente, $E(R_P) = R_F + \left[\dfrac{E(R_M) - R_F}{\sigma_M}\right]\sigma_P$, en termes statistiques, on dira que la droite [R_F ; M] est

FIGURE 7.2 Les combinaisons possibles entre le titre sans risque et le titre risqué



celle ayant la pente, $\left[\dfrac{E\left(R_M\right) - R_F}{\sigma_M}\right]$, la plus élevée parmi toutes les combinaisons possibles du titre sans risque avec l'un des portefeuilles de titres risqués.

2. La nouvelle frontière est une droite linéaire, et non plus une courbe.
3. On peut obtenir tout point situé sur la droite [R_F ; M] en combinant le titre sans risque et le portefeuille M d'actifs risqués.

7.3.3 L'interprétation du portefeuille M : le portefeuille de marché

Comme cela a été mentionné précédemment, le portefeuille M de titres risqués procure la meilleure combinaison entre un portefeuille de titres risqués et le titre sans risque. Cette combinaison domine toutes les autres en ce qui a trait au rendement et au risque. En bref, elle procure le meilleur rendement pour un risque (écart type) donné, ou encore le plus petit risque pour un rendement donné. En conséquence, à moins d'investir 100 % de son argent dans le titre sans risque, tous les investisseurs voudraient détenir une portion de ce portefeuille qui inclurait, de ce fait, tous les titres risqués de l'économie dans une proportion plus ou moins grande selon leur valeur marchande. Dans la littérature financière, on considère donc le portefeuille M comme étant le **portefeuille de marché**. Il s'agit d'un **portefeuille diversifié**, car il comprend tous les titres risqués.

L'exemple 7.4 permet de voir comment déterminer le portefeuille de marché si toutes les données sont disponibles.

EXEMPLE 7.4

Considérons les données suivantes pour différents portefeuilles.

Portefeuille	Rendement [$E(R)$]	Risque (σ)
A	5 %	0
B	8 %	0,04
C	10 %	0,06
M	14 %	0,08
E	16 %	0,12
F	18 %	0,12
G	20 %	0,15

a) Lequel de ces portefeuilles constituerait le titre sans risque ? Quels sont son rendement et son écart type ?

b) Lequel de ces portefeuilles ne ferait pas partie de la frontière efficiente de portefeuilles risqués ?

c) Lequel de ces portefeuilles serait considéré comme le portefeuille de marché ? Quels sont son rendement et son écart type ?

d) Que conseilleriez-vous à un investisseur qui voudrait obtenir un rendement de 10 % ? Pour un conseil avisé, il faudrait lui spécifier les investissements qu'il doit faire.

SOLUTION

a) Le portefeuille A constituerait le titre sans risque, puisque son écart type (risque) est de zéro. Le rendement de ce portefeuille est de 5 %. Par conséquent, $R_F = 5$ %.

b) Le portefeuille E ne peut faire partie de la frontière efficiente de portefeuilles risqués. Pour un même écart type de 0,12, le portefeuille E offre un rendement de 16 %, inférieur à celui de 18 % offert par le portefeuille F.

c) Afin de pouvoir répondre à cette question, il faut calculer la pente de chaque droite combinant le titre sans risque avec un portefeuille de titres risqués.

Portefeuille	Rendement [$E(R)$]	Risque (σ)	$\left[\frac{E(R) - R_F}{\sigma}\right]$
A	5 %	0	–
B	8 %	0,04	0,75
C	10 %	0,06	0,833
M	14 %	0,08	1,125
E	16 %	0,12	0,917
F	18 %	0,12	1,083
G	20 %	0,15	1

Le portefeuille M, qui possède la pente la plus élevée, sera donc considéré comme celui procurant la meilleure combinaison avec le titre sans risque. Ici, la droite [A, M] sera donc considérée comme étant la frontière efficiente, puisqu'elle domine toutes les autres combinaisons possibles en ce qui a trait au rendement et au risque.

SOLUTION (*suite*)

d) On pourrait être tenté de suggérer le portefeuille C à notre investisseur. Il pourrait donc s'attendre à un rendement de 10 % pour un écart type de 6 %. Toutefois, avec la question c), on sait que la droite [A, M] représente la frontière efficiente. Une combinaison du titre sans risque A et du portefeuille risqué M devrait donc nous donner un meilleur résultat. La DMC nous donne le résultat de cette combinaison.

Dans cet exemple, $E(R_M)$ et σ_M représentent respectivement le rendement et l'écart type du portefeuille M, tandis que R_F est le rendement du portefeuille A. Nous avons donc :

$$E(R_P) = R_F + \left[\frac{E(R_M) - R_F}{\sigma_M}\right]\sigma_P$$

$$0{,}10 = 0{,}05 + \left[\frac{0{,}14 - 0{,}05}{0{,}08}\right]\sigma_P = 0{,}05 + 1{,}125\sigma_P$$

$$0{,}10 - 0{,}05 = 0{,}05 = 1{,}125\sigma_P$$

$$\sigma_P = \frac{0{,}05}{1{,}125} = 4{,}444\ \%$$

En investissant une portion de son argent dans le titre sans risque et l'autre portion dans le portefeuille M, notre investisseur atteint son objectif d'un rendement espéré de 10 %, mais avec un risque moindre, c'est-à-dire 4,444 % au lieu de 6 %. Que doit-il faire exactement ?

Avec l'équation 7.5 (*voir p. 252*), on sait que :

$$\sigma_P = x_M\sigma_M$$

Par conséquent,

$$4{,}444\ \% = x_M \times 0{,}08$$

$$x_M = \frac{4{,}444\ \%}{8\ \%} = 55{,}555\ \%$$

Notre investisseur devra donc investir 55,555 % dans le portefeuille de marché et le reste, soit 44,445 %, dans le titre sans risque.

Vérification :

S'il suit vos conseils, il investira 55,555 % dans le portefeuille M et le reste, soit 44,445 %, dans le titre sans risque. Son rendement sera de :

$$\begin{aligned} E(R_P) &= x_M \times E(R_M) + (1 - x_M) \times R_F \\ &= (55{,}555\ \% \times 14\ \%) + (44{,}445\ \% \times 5\ \%) \\ &= 0{,}077\ 77 + 0{,}022\ 23 \\ &= 10\ \% \end{aligned}$$

On obtient bien un rendement espéré de 10 % pour un écart type plus faible :

$$\sigma_P = x_M\sigma_M = 55{,}555\ \% \times 8\ \% = 4{,}444\ \%$$

L'exemple 7.4 nous montre que la combinaison du titre sans risque avec le portefeuille efficient M, que l'on a désigné comme ayant la prime de risque par unité de risque la plus élevée, domine toutes les autres combinaisons. Par ailleurs, la droite [R_F ; M] nous montre également qu'un investisseur ne peut s'attendre à un rendement plus élevé qu'au prix d'une prise de risque plus élevée.

De plus, dans l'exemple 7.4, on constate aussi qu'un investisseur qui veut un rendement de 14 % devra investir 100 % de sa richesse dans le portefeuille M. Nous verrons, dans la sous-section suivante, ce qu'un tel investisseur peut faire s'il veut obtenir un rendement plus élevé que le rendement du portefeuille ayant le plus haut rendement par unité de risque.

7.3.4 La combinaison risque et rendement avec possibilité d'emprunt

Nous avons mentionné que la droite [R_F; M] est la nouvelle frontière efficiente. En fait, cette droite nous montre qu'un investisseur pourrait atteindre n'importe quel rendement, y compris ceux situés au-delà du point M, mais, en contrepartie, il devra accepter plus de risque. La question est de savoir comment un investisseur pourrait procéder pour obtenir un rendement plus élevé que le rendement du portefeuille ayant le plus haut rendement par unité de risque.

Deux choix s'offrent à notre investisseur :

1. Il peut investir dans un portefeuille plus risqué que le portefeuille M, mais qui offre un rendement également plus élevé.
2. Il peut emprunter pour investir un pourcentage plus élevé dans le portefeuille M.

L'exemple 7.5, avec les mêmes données que l'exemple 7.4, permet d'illustrer ces deux possibilités.

EXEMPLE 7.5

Considérons les données suivantes sur différents portefeuilles.

Portefeuille	Rendement [$E(R)$]	Risque (σ)	$\left[\frac{E(R) - R_F}{\sigma}\right]$
A	5 %	0	–
B	8 %	0,04	0,75
C	10 %	0,06	0,833
M	14 %	0,08	1,125
E	16 %	0,12	0,917
F	18 %	0,12	1,083
G	20 %	0,15	1

Que conseilleriez-vous à un investisseur qui voudrait obtenir un rendement de 20 % ? Pour un conseil avisé, il faudrait lui spécifier les investissements qu'il doit faire.

SOLUTION

Notre investisseur pourrait choisir le portefeuille G. Il pourrait donc s'attendre à un rendement de 20 % pour un écart type de 15 %. Toutefois, il pourrait faire mieux en choisissant une combinaison du titre sans risque et du portefeuille M lui permettant d'obtenir le même rendement avec un moindre risque. La DMC nous donne le résultat de cette combinaison.

SOLUTION (*suite*)

Dans cet exemple, $E(R_M)$ et σ_M représentent respectivement le rendement et l'écart type du portefeuille D, tandis que R_F est le rendement du portefeuille A. Nous avons donc :

$$E(R_P) = R_F + \left[\frac{E(R_M) - R_F}{\sigma_M}\right]\sigma_P$$

$$0,20 = 0,05 + \left[\frac{0,14 - 0,05}{0,08}\right]\sigma_P = 0,05 + 1,125\sigma_P$$

$$0,20 - 0,05 = 0,15 = 1,125\sigma_P$$

$$\sigma_P = \frac{0,15}{1,125} = 13,333\ \%$$

En investissant une portion de son argent dans le titre sans risque et l'autre portion dans le portefeuille M, notre investisseur pourrait atteindre son objectif d'un rendement de 20 %, mais avec un risque moindre, c'est-à-dire 13,333 % au lieu de 15 %. Que doit-il faire exactement ?

Avec l'équation 7.5 (*voir p. 252*), on sait que :

$$\sigma_P = x_M \sigma_M$$

Par conséquent,

$$13,333\ \% = x_M \times 0,08$$

$$x_M = \frac{13,333\ \%}{8\ \%} = 1,666\ 67 = 166,667\ \%$$

Notre investisseur devra donc investir 166,667 % dans le portefeuille M. La seule façon d'investir un montant supérieur à 100 % de son argent dans un portefeuille est d'emprunter.

Avec l'équation 7.5 (*voir p. 252*), on sait que $x_M + (1 - x_M) = 1$. Par conséquent, dans notre cas, $1 - x_M = 1 - 1,666\ 67 = -0,666\ 67 = -66,667\ \%$.

Le signe négatif signifie que notre investisseur devra emprunter un montant représentant 66,667 % de sa mise initiale afin de pouvoir investir 166,667 % dans le portefeuille de titres risqués[4].

Vérification :

S'il suit vos conseils, il investira 166,667 % dans le portefeuille D, qui représente le portefeuille M. Il empruntera 66,667 % au taux sans risque. Son rendement sera de :

4. Il s'agit d'une situation plus courante qu'il n'y paraît. Sur les marchés boursiers, les investisseurs peuvent investir une somme plus élevée que celle dont ils disposent en empruntant la différence auprès de leur courtier. On parle d'un achat sur marge. Dans la vie de tous les jours, pour acheter une maison, la plupart des individus déposent une mise de fonds souvent inférieure au coût de la maison et empruntent la différence auprès de leur banque.

SOLUTION (*suite*)

$$
\begin{aligned}
E(R_P) &= x_M \times E(R_M) + (1 - x_M) \times R_F \\
&= (166{,}667\ \% \times 14\ \%) - (66{,}667\ \% \times 5\ \%) \\
&= 0{,}233\,33 - 0{,}033\,33 \\
&= 20\ \%
\end{aligned}
$$

On obtient bien un rendement espéré de 20 % pour un écart type plus faible :

$$\sigma_P = x_M \sigma_M = 1{,}666\,67\ \% \times 8\ \% = 13{,}333\ \%$$

QUESTION ÉCLAIR 7.3

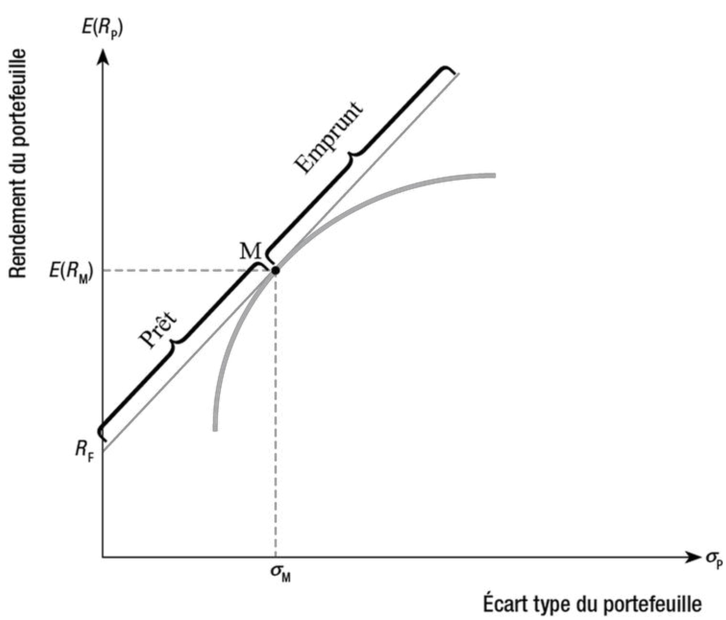
Est-ce vrai qu'avec l'existence d'un titre sans risque, n'importe lequel des portefeuilles situés sur la frontière efficiente peut être considéré comme un portefeuille de marché ?

Dans l'exemple 7.5, comme dans le reste de ce chapitre, on pose l'hypothèse que l'investisseur peut emprunter à un taux sans risque. Remarquons que l'on soustrait les intérêts payés. En effet, tout emprunt implique de devoir payer des intérêts à soustraire du rendement obtenu sur l'investissement.

7.4 Le théorème de séparation

L'une des principales conséquences de la DMC est que tous les investisseurs vont investir dans le même portefeuille M (le portefeuille de marché) de titres risqués. Chacun se positionnera sur la droite [R_F, M] selon son degré de risquophobie (son degré d'aversion au risque). Comme le montre la figure 7.3, chaque investisseur va prêter au taux sans risque R_F ou emprunter à ce même taux selon son degré d'aversion au risque. Ce résultat est connu dans la littérature comme étant le **théorème de séparation**. Ce théorème stipule une séparation entre la décision d'investissement et celle de financement. Tout d'abord, pour investir de façon efficiente, les investisseurs doivent avoir un portefeuille positionné sur la DMC, ce qui implique un investissement dans le portefeuille de marché ; c'est la décision d'investissement.

FIGURE 7.3 La détermination du portefeuille optimal



Ensuite, en fonction de leur degré d'aversion au risque, ils peuvent prendre la décision de prêter ou d'emprunter pour atteindre n'importe quelle position sur la frontière efficiente de la DMC ; c'est la décision de financement.

L'équation 7.8 (*voir p. 253*) de la DMC nous indique comment déterminer le rendement d'un portefeuille diversifié. Ainsi, avec la DMC, nous avons pu montrer comment les investisseurs peuvent bâtir leur portefeuille en combinant le titre sans risque avec le portefeuille de marché. Ainsi, selon son degré d'aversion au risque, un investisseur mettra une proportion inférieure à 100 % de son argent dans le portefeuille de titres risqués (le portefeuille de marché) et prêtera le reste dans le but d'encaisser des intérêts équivalents au taux sans risque. Les investisseurs les plus téméraires voudront emprunter au taux sans risque, payant ainsi des intérêts sur cet emprunt, pour investir une proportion supérieure à 100 % dans le portefeuille de marché.

QUESTION ÉCLAIR 7.4

Qu'est-ce que le théorème de séparation en finance ?

Malheureusement, la DMC ne s'applique qu'au portefeuille déjà bien diversifié. Dans la section suivante, nous verrons comment déterminer le rendement d'un titre individuel.

7.5 Le modèle d'évaluation des actifs financiers

Jusqu'à présent, nous avons défini de quelle façon les investisseurs peuvent prendre leur décision d'allocation de portefeuille entre le titre sans risque et le portefeuille de marché. Nous avons ainsi conclu que la DMC devient la véritable frontière efficiente dans la mesure où elle procure le rendement le plus élevé pour un écart type donné ou l'écart type le plus faible pour un rendement donné.

Toutefois, comme cela a été mentionné précédemment, la DMC s'applique seulement aux portefeuilles efficients, car ces derniers sont diversifiés, et elle ne peut donc pas être utilisée pour déterminer le rendement espéré des titres individuels. En effet, la DMC utilise le **risque total**, c'est-à-dire l'écart type, comme mesure de risque. Or, le risque total comporte à la fois le **risque systématique**, ou **risque de marché** ou **risque non diversifiable**, et le **risque spécifique**, ou **risque diversifiable**, que l'on peut éliminer en diversifiant son portefeuille. Dans le cas d'un portefeuille efficient, la question du choix de la mesure de risque (risque total par rapport à risque systématique, ou risque spécifique) ne se pose pas, puisqu'il s'agit d'un portefeuille bien diversifié qui ne comporte, *a priori*, aucun risque spécifique. La question est maintenant de savoir quelle est la mesure pertinente de risque dans le cas des titres individuels ou des portefeuilles inefficients.

7.5.1 Le risque total, le risque systématique et le risque spécifique

Le risque total d'un titre comporte deux composantes :

Risque total = Risque systématique + Risque spécifique

La diversification permet d'éliminer la portion de la variation, ou variance des rendements, qui est spécifiquement liée à un titre en particulier. Par exemple, la baisse des rendements due à une grève peut être considérée comme liée en particulier à l'entreprise. En combinant plusieurs titres dans son portefeuille, l'investisseur espère que les variations liées à des événements spécifiques (positifs ou négatifs) dans chaque entreprise s'annulent mutuellement.

Par conséquent, l'investisseur qui détient un portefeuille diversifié fera face uniquement au risque systématique, alors que celui qui détient un seul titre ou un portefeuille non diversifié fera face à la fois au risque systématique et au risque spécifique. Puisqu'il fait face à un risque moindre, l'investisseur détenant un portefeuille diversifié sera prêt à payer un prix plus élevé (ou accepter un rendement plus faible) que l'investisseur détenant un portefeuille non diversifié. L'exemple 7.6 nous permet d'illustrer le rôle de la diversification dans la détermination de la mesure appropriée de risque pour les titres individuels.

EXEMPLE 7.6

Deux amis, Karim et Édouard, sont en train d'étudier la possibilité d'investir dans les actions de la société les Brasseries de Blainville inc., communément appelée la société BB. Karim, un investisseur aguerri, détient un portefeuille bien diversifié qui s'apparente au portefeuille de marché. Par contre, les actions de BB constitueraient la totalité des actions qu'Édouard détient. Supposons, aux fins de l'exemple, que le prix des actions de BB est actuellement de 40 $ et que vous prévoyez, en tant qu'analyste financier, que les prix vont augmenter à 50 $ dans un an. Les informations additionnelles concernant les actions de BB et le marché des actions sont les suivantes :

$E(R_M) = 15\ \%\ ; R_F = 5\ \%\ ; \sigma_M = 6\ \%\ ; \sigma_{BB} = 12\ \%$

Par ailleurs, supposons que le risque total de BB comporte une portion systématique de 3 % liée à l'économie dans son ensemble et une portion de 9 % spécifique à la société.

a) Quel est le rendement prévu sur les actions de BB ?

b) Quel rendement Karim exigerait-il et quel prix serait-il prêt à payer pour acquérir les actions de BB ?

c) Quel rendement Édouard exigerait-il et quel prix serait-il prêt à payer pour acquérir les actions de BB ?

SOLUTION

a) On peut calculer le rendement prévu à partir du prix prévu [$E(P_1)$] sur les actions de BB.

$$E(R_{BB}) = \frac{E(P_1) - P_0}{P_0} = \frac{50 - 40}{40} = 25\ \%$$

b) • Rendement :

Karim possède déjà un portefeuille diversifié. Par conséquent, pour lui, le risque de BB n'est que de 3 %, puisque la portion spécifique du risque total de BB serait éliminée étant donné la diversification de son portefeuille. En se basant sur la DMC, on peut donc écrire :

$$\begin{aligned} E(R_P) &= R_F + \left[\frac{E(R_M) - R_F}{\sigma_M}\right]\sigma_P \\ &= 0,05 + \left[\frac{0,15 - 0,05}{0,06}\right] \times 0,03 \\ &= 0,05 + 0,05 \\ &= 10\ \% \end{aligned}$$

Les actions de BB offrent maintenant un rendement de 25 %, alors que Karim, étant donné la diversification de son portefeuille, n'en exige que 10 %.

SOLUTION (*suite*)

- Prix (P_0) que Karim serait prêt à payer pour acquérir les actions de BB et qui lui permettrait d'espérer un rendement de 10 % :

$$E(R_{BB}) = \frac{E(P_1) - P_0}{P_0} = \frac{50 - P_0}{P_0} = 10\ \%$$

$$10\ \% \times P_0 + P_0 = 50$$

$$P_0(1 + 10\ \%) = 50$$

$$P_0 = \frac{50}{1{,}1} = 45{,}45$$

Karim serait donc prêt à payer jusqu'à 45,45 $ pour acquérir les actions de BB. Il s'agit d'une occasion intéressante pour Karim qui pourrait continuer à acquérir les actions de BB jusqu'à ce que leur prix augmente pour atteindre 45,45 $.

c) • Rendement :

Il s'agit du seul titre dans le portefeuille d'Édouard, qui fait face au risque total de BB, c'est-à-dire un écart type de 12 %. En se basant sur la DMC, on peut donc écrire :

$$\begin{aligned} E(R_P) &= \left[\frac{E(R_M) - R_F}{\sigma_M}\right]\sigma_P \\ &= 0{,}05 + \left[\frac{0{,}15 - 0{,}05}{0{,}06}\right] \times 0{,}12 \\ &= 0{,}05 + 0{,}20 \\ &= 25\ \% \end{aligned}$$

Les actions de BB offrent maintenant un rendement de 25 %, et c'est exactement ce qu'Édouard, étant donné la non-diversification de son portefeuille, exige pour l'acquérir. Ce rendement correspond au prix actuel de BB, qui est de 40 $.

- **Vérification :**

Prix (P_0) qu'Édouard serait prêt à payer pour acquérir les actions de BB et qui lui permettrait d'espérer un rendement de 25 % :

$$E(R_{BB}) = \frac{E(P_1) - P_0}{P_0} = \frac{50 - P_0}{P_0} = 25\ \%$$

$$25\ \% \times P_0 + P_0 = 50$$

$$P_0(1 + 25\ \%) = 50$$

$$P_0 = \frac{50}{1{,}25} = 40$$

L'exemple 7.6 montre que Karim, qui détient un portefeuille diversifié, serait prêt à payer un prix beaucoup plus élevé qu'Édouard, dont le portefeuille ne comprend que les actions de BB. La théorie moderne de la finance suppose qu'il existe, dans le marché, plusieurs investisseurs détenant un portefeuille diversifié comme Karim. Par conséquent, la compétition entre ces investisseurs devrait entraîner une augmentation du prix des titres. En bref, en raison de la compétition entre les investisseurs détenant un portefeuille diversifié, seul le risque systématique serait considéré comme important dans l'évaluation des titres. Dans le cas de l'exemple 7.6, cela veut dire que le prix du titre de BB va augmenter jusqu'à 45,45 $, pour un rendement de 10 %, juste ce qu'il faut pour compenser le risque systématique.

Basé sur ce type de raisonnement et sur certaines hypothèses simplificatrices que nous présenterons dans la sous-section suivante, le **modèle d'évaluation des actifs financiers (MEDAF)**, ou *capital asset pricing model* (CAPM) en anglais, suggère que seul le risque systématique est pertinent pour l'évaluation des titres individuels.

7.5.2 Les hypothèses du modèle d'évaluation des actifs financiers

Le MEDAF a été développé autour de deux concepts de base : 1) la diversification permet de réduire le risque ; 2) les investisseurs vont demander une prime de risque pour investir dans des titres risqués. Outre ces deux points, le MEDAF comporte également un certain nombre d'hypothèses dont les principales sont les suivantes :

1. Tous les investisseurs peuvent prêter ou emprunter n'importe quel montant d'argent au taux de risque.
2. L'horizon de placement pour tous les investisseurs est de une période.
3. Tous les investisseurs sont des risquophobes dans le sens de Markowitz ; ils évaluent les portefeuilles en ce qui a trait au rendement et à la variance des rendements sur une période.
4. Tous les investisseurs ont des anticipations homogènes concernant la variance, la corrélation et les rendements espérés des titres. Cette hypothèse signifie tout simplement que les investisseurs font les estimations concernant la distribution de probabilité des rendements futurs.
5. Il existe plusieurs investisseurs, et aucun d'entre eux ne peut, sur la base de ses activités d'achat et de vente, influencer le prix des titres.
6. Les marchés sont sans friction. Il n'y a donc pas de taxes, de frais de transaction, etc.

Certaines de ces hypothèses peuvent sembler irréalistes, mais la plupart d'entre elles peuvent être relâchées sans que la formulation du MEDAF soit grandement affectée.

7.5.3 Le modèle d'évaluation des actifs financiers et la droite d'équilibre des titres

Dans la DMC, l'écart type du portefeuille est considéré comme étant la mesure pertinente du risque. La question est maintenant de savoir comment transformer la DMC pour tenir compte du fait que seul le risque systématique est important dans le cas des titres individuels.

Les économistes financiers Sharpe (1964), Lintner (1965) et Mossin (1966)[5] ont, de façon indépendante, établi que le risque pertinent pour évaluer un titre individuel est la contribution de ce titre au risque total du marché (σ_M). En effet, sur la base de la DMC et des hypothèses que nous venons d'énoncer, ils ont montré qu'à l'équilibre, le risque d'un titre individuel i est égal à son coefficient de corrélation avec le marché ($\rho_{i,M}$) multiplié par son écart type (σ_i) ou, de façon plus générale, à la covariance des rendements du titre i par rapport au rendement du marché $[\mathrm{cov}(R_i, R_M) = \sigma_{i,M}]$ divisée par la variance des rendements du marché (σ_M^2). Sous forme algébrique, le risque d'un titre individuel serait donc égal à $\rho_{i,M}\sigma_i$.

5. Sharpe, W. F. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *Journal of Finance*, *19*(3), 425-442.
Lintner, J. (1965). The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *Review of Economics and Statistics*, *47*(1), 13-37.
Mossin, J. (1966). Equilibrium in a Capital Asset Market. *Econometrica*, *34*(4), 768-783.

Avec la DMC, nous obtenons :

$$E(R_P) = R_F + \left[\frac{E(R_M) - R_F}{\sigma_M}\right]\sigma_P = R_F + \left[E(R_M) - R_F\right]\frac{\sigma_P}{\sigma_M}$$

En remplaçant le risque du portefeuille (σ_P) par le risque d'un titre individuel ($\rho_{i,M}\sigma_i$) dans la DMC, nous obtenons :

$$E(R_i) = R_F + \left[E(R_M) - R_F\right]\frac{\rho_{i,M}\sigma_i}{\sigma_M}$$

$$E(R_i) = R_F + \left[E(R_M) - R_F\right]\frac{\rho_{i,M}\sigma_i\sigma_M}{\sigma_M^2}$$

Nous obtenons l'équation suivante en posant :

ÉQUATION 7.9 ▸ $$\beta_i = \frac{\rho_{i,M}\sigma_i}{\sigma_M} = \frac{\rho_{i,M}\sigma_i\sigma_M}{\sigma_M^2} = \frac{\text{cov}(R_i, R_M)}{\sigma_M^2}$$

Puis, nous pouvons écrire l'équation suivante :

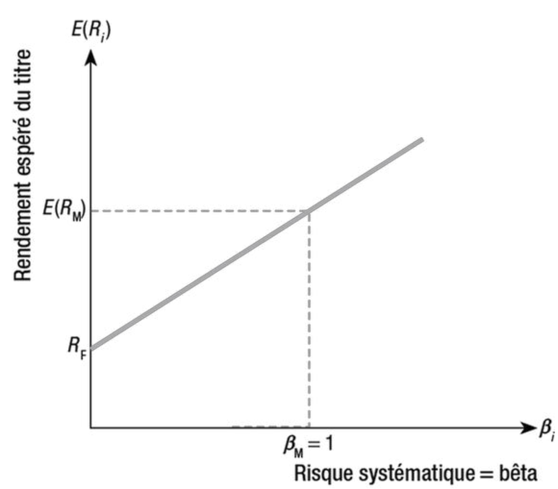
ÉQUATION 7.10 ▸ $$E(R_i) = R_F + \left[E(R_M) - R_F\right]\beta_i$$

L'équation 7.10 est connue dans la littérature comme la **droite d'équilibre des titres (DET)**, ou *security market line* (SML) en anglais, qui représente le fameux MEDAF. Ce modèle stipule que le rendement espéré d'un titre individuel i [$E(R_i)$] est égal au taux sans risque (R_F), plus une prime de risque. La prime de risque d'un titre en particulier se calcule comme suit :

$$\begin{aligned}\text{Prime de risque du titre } i &= \beta_i \times \text{Prime de risque du marché}\\ &= \beta_i \times \left[E(R_M) - R_F\right]\end{aligned}$$

Comme le montre la figure 7.4, la DET indique qu'il y a une relation linéaire entre le rendement espéré des titres et le risque systématique mesuré par le **bêta** du titre (β_i). On constate ainsi que le rendement espéré est d'autant plus élevé lorsque le risque systématique est élevé, mais également que le taux sans risque possède un bêta égal à zéro, tandis que le bêta du portefeuille de marché est égal à 1.

FIGURE 7.4 La droite d'équilibre des titres



Voyons d'abord, avec l'exemple 7.7, comment calculer le rendement espéré à l'aide du MEDAF avant de nous intéresser au concept du bêta.

EXEMPLE 7.7

Supposons que les actions de l'entreprise EMC inc. ont un bêta (β_i) de 1,5. Le taux sans risque est de 3 %, alors que le rendement espéré du marché [$E(R_M)$] est de 8 %. Sur la base du MEDAF, quel devrait être le rendement espéré sur les actions d'EMC ?

SOLUTION

Sur la base du MEDAF :

$$E(R_i) = R_F + \left[E(R_M) - R_F\right]\beta_i = 3\ \% + \left[\left(8\ \% - 3\ \%\right) \times 1{,}5\right] = 3\ \% + 7{,}5\ \% = 10{,}5\ \%$$

Basé sur le MEDAF, le rendement espéré sur les actions d'EMC devrait être de 10,5 %.

QUESTION ÉCLAIR 7.5

Qu'est-ce qu'un portefeuille efficient dans la terminologie du modèle d'évaluation des actifs financiers ?

Cet exemple montre bien comment le MEDAF est simple quand on dispose des trois types d'intrants nécessaires à son utilisation. Il s'agit : 1) du taux sans risque ; 2) du bêta (β_i) ; et 3) de la prime de risque du marché.

7.6 Le bêta

Dans le cadre du MEDAF, le bêta (β_i) représente la mesure du risque systématique d'un titre. Le bêta mesure la sensibilité du titre par rapport au portefeuille de marché dans son ensemble. Il s'agit donc d'une mesure relative du risque qui correspond au pourcentage de variation du rendement d'un titre, comme à la suite d'une variation de 1 % du portefeuille de marché. Par exemple, le rendement d'un titre ayant un bêta de 1,5 variera en moyenne 50 % de plus que celui du portefeuille de marché. Si le rendement du portefeuille de marché augmente de 1 %, celui du titre augmentera de 1,5 %. Par contre, si le rendement du portefeuille de marché baisse de 1 %, celui du titre baissera de 1,5. C'est le principe même du risque en finance. Il faut surtout noter que le rendement espéré augmente avec le risque, mais il faut également garder en mémoire qu'un risque élevé implique aussi un potentiel de perte élevé. On parle ici de rendement espéré ou requis, et non de rendement réalisé. C'est seulement dans de rares cas que le rendement réalisé d'un titre risqué est égal au rendement espéré.

7.6.1 Le bêta du titre sans risque

Le rendement du titre sans risque est connu avec certitude dès le départ. Le rendement espéré sera donc exactement égal au rendement réalisé. Le bêta du titre sans risque est donc égal à zéro, puisque son rendement est fixe et ne dépend pas de la variation du rendement du portefeuille de marché. Rappelons que le bêta mesure la sensibilité du rendement d'un titre par rapport au rendement du portefeuille de marché. Le rendement du titre sans risque est fixe et il est donc insensible aux fluctuations du rendement du portefeuille de marché. Le fait que le bêta du titre sans risque est, par définition, égal à zéro est encore plus facile à expliquer par l'équation suivante :

$$\beta_{R_F} = \frac{\rho_{R_F,M}\sigma_{R_F}\sigma_M}{\sigma_M^2} = \frac{0 \times 0 \times \sigma_M}{\sigma_M^2} = 0$$

Le rendement du taux sans risque étant fixe, non seulement sa corrélation avec le rendement du marché ($\rho_{R_F, M}$) est de zéro, mais son écart type (σ_{R_F}) est aussi de zéro. Le bêta étant une mesure de risque, le bêta du titre sans risque est donc intuitivement, mais aussi par définition, égal à zéro.

7.6.2 Le bêta du portefeuille de marché

Intuitivement, le bêta du portefeuille de marché devrait être égal à 1. En effet, comme nous l'avons mentionné, le bêta d'un titre correspond au pourcentage de variation du rendement d'un titre, comme à la suite d'une variation de 1 % du rendement du portefeuille de marché. Le bêta du portefeuille de marché est donc forcément égal à 1, puisqu'il varie exactement dans les mêmes proportions que lui-même. Algébriquement, nous avons :

$$\beta_M = \frac{\rho_{M,M}\sigma_M\sigma_M}{\sigma_M^2} = \frac{1\times\sigma_M\sigma_M}{\sigma_M^2} = \frac{\sigma_M^2}{\sigma_M^2} = 1$$

où

β_M représente le bêta du portefeuille de marché ;
$\rho_{M,M}$ représente le coefficient du portefeuille de marché par rapport à lui-même.

Les autres variables sont définies comme précédemment.

7.6.3 Le bêta d'un portefeuille

Jusqu'ici, nous avons discuté essentiellement du bêta d'un titre individuel. À l'instar du rendement d'un portefeuille, le bêta d'un portefeuille est égal à la moyenne pondérée des bêta des titres individuels qui le composent, comme le montre l'équation suivante :

ÉQUATION 7.11

$$\beta_P = \sum_{i=1}^{n} x_i\beta_i$$

où

β_P représente le bêta du portefeuille ;
n représente le nombre de titres dans le portefeuille ;
x_i représente la proportion de la valeur totale du portefeuille investie dans le titre i ;
β_i représente le bêta du titre i.

EXEMPLE 7.8

Supposons un portefeuille composé de 20 % du titre 1 dont le bêta est de 1,5, de 50 % du titre 2 avec un bêta de 2 et de 30 % du titre 3 ayant un bêta de 0,5. On vous demande de calculer le bêta de ce portefeuille.

SOLUTION

Avec l'équation 7.11, nous obtenons :

$$\beta_P = \sum_{i=1}^{n} x_i\beta_i = x_1\beta_1 + x_2\beta_2 + x_3\beta_3 = (0{,}20\times 1{,}5) + (0{,}50\times 2) + (0{,}30\times 0{,}5) = 1{,}45$$

Le portefeuille aura un bêta de 1,45.

L'exemple 7.9 permet de faire le point sur le bêta et le rendement espéré aussi bien des titres individuels que d'un portefeuille.

EXEMPLE 7.9

Sephora vous fournit les renseignements suivants sur la composition de son portefeuille d'actions dont la valeur totale est de 1 000 000 $.

Titre ou portefeuille	Rendement espéré [*E*(*R*)]	Montant investi	Écart type	Corrélation avec le portefeuille de marché
A		100 000 $	8 %	0,6
B		500 000 $	6 %	0,5
C		400 000 $	12 %	0,75
Portefeuille de marché	15 %		4 %	
Titre sans risque	5 %			

Sephora vous demande de calculer :

a) Le bêta et le rendement de chacun des titres qui composent son portefeuille.

b) Le bêta et le rendement espéré de son portefeuille.

SOLUTION

a) • Calcul des proportions investies dans chaque titre, sachant que le montant total investi par Sephora est de 1 000 000 $:

$$\text{Proportion investie dans le titre A} = x_A = \frac{100\,000}{1\,000\,000} = 10\ \%$$

$$\text{Proportion investie dans le titre B} = x_B = \frac{500\,000}{1\,000\,000} = 50\ \%$$

$$\text{Proportion investie dans le titre C} = x_C = \frac{400\,000}{1\,000\,000} = 40\ \%$$

• Calcul du bêta de chaque titre :

Avec l'équation 7.8 (*voir p. 253*), nous savons que :

$$\beta_i = \frac{\rho_{i,M}\sigma_i}{\sigma_M} = \frac{\rho_{i,M}\sigma_i\sigma_M}{\sigma_M^2} = \frac{\text{cov}(R_i, R_M)}{\sigma_M^2}$$

$$\beta_A = \frac{\rho_{A,M}\sigma_A}{\sigma_M} = \frac{0{,}6 \times 0{,}08}{0{,}04} = 1{,}20$$

$$\beta_B = \frac{\rho_{B,M}\sigma_B}{\sigma_M} = \frac{0{,}5 \times 0{,}06}{0{,}04} = 0{,}75$$

$$\beta_C = \frac{\rho_{C,M}\sigma_C}{\sigma_M} = \frac{0{,}75 \times 0{,}12}{0{,}04} = 2{,}25$$

SOLUTION (*suite*)

- Calcul du rendement espéré de chaque titre :

  Avec l'équation 7.9 (*voir p. 266*), nous savons que :

$$E(R_i) = R_F + \left[E(R_M) - R_F\right]\beta_i$$

$$E(R_A) = R_F + \left[E(R_M) - R_F\right]\beta_A = 5\ \% + (15\ \% - 5\ \%) \times 1{,}2 = 17\ \%$$

$$E(R_B) = R_F + \left[E(R_M) - R_F\right]\beta_B = 5\ \% + (15\ \% - 5\ \%) \times 0{,}75 = 12{,}50\ \%$$

$$E(R_C) = R_F + \left[E(R_M) - R_F\right]\beta_C = 5\ \% + (15\ \% - 5\ \%) \times 2{,}25 = 27{,}50\ \%$$

b) • Calcul du bêta du portefeuille :

  Avec l'équation 7.10 (*voir p. 266*), nous avons :

$$\beta_P = \sum_{i=1}^{n} x_i\beta_i = x_1\beta_1 + x_2\beta_2 + x_3\beta_3 = (0{,}10 \times 1{,}20) + (0{,}5 \times 0{,}75) + (0{,}40 \times 2{,}25) = 1{,}395$$

- Rendement espéré du portefeuille :

  Avec l'équation 7.11 (*voir p. 268*), nous savons que :

$$E(R_i) = R_F + \left[E(R_M) - R_F\right]\beta_i$$

Par conséquent, $E(R_P) = R_F + \left[E(R_M) - R_F\right]\beta_P$
$= 5\ \% + (15\ \% - 5\ \%) \times 1{,}395 = 18{,}95\ \%$

Nous pouvons également calculer le rendement espéré en utilisant l'équation 6.14 (*voir p. 228*) :

$$E(R_P) = \sum_{i=1}^{n} x_i E(R_i) = x_A E(R_A) + x_B E(R_B) + x_C E(R_C)$$

$$= (0{,}10 \times 0{,}17) + (0{,}5 \times 0{,}125) + (0{,}40 \times 0{,}275) = 18{,}95\ \%$$

QUESTION ÉCLAIR 7.6

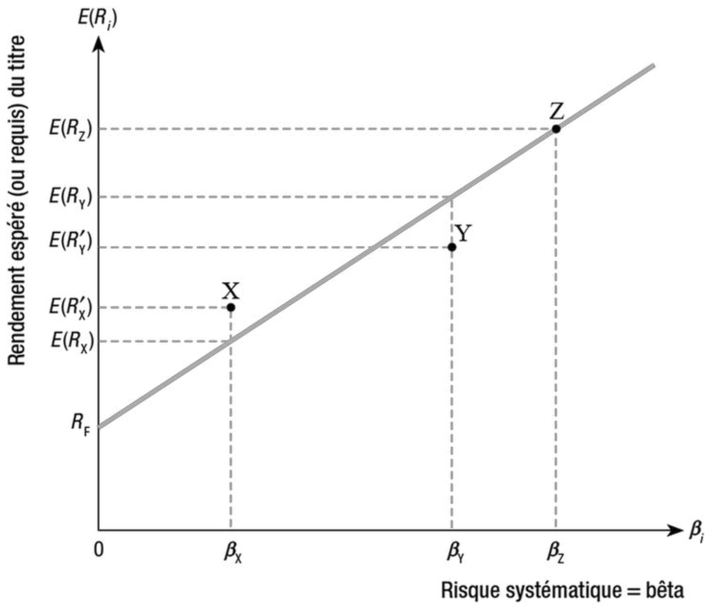
Pourquoi le bêta du portefeuille de marché est-il forcément égal à 1 ?

Voyons maintenant comment, en pratique, les investisseurs pourraient utiliser le MEDAF pour leurs choix d'investissement, c'est-à-dire pour détecter les titres surévalués ou sous-évalués.

7.7 La détermination des titres surévalués ou sous-évalués

Le MEDAF a des implications importantes dans l'analyse des investissements. D'abord, il est utile de rappeler qu'il s'agit d'un modèle d'équilibre. En d'autres mots, à l'équilibre, tous les titres devraient se situer sur la DET, ce qui signifie que leur rendement requis correspond au rendement espéré donné par le MEDAF (c'est-à-dire le rendement nécessaire pour compenser le risque systématique). Or, dans la réalité, certains titres peuvent être en déséquilibre, c'est-à-dire être des titres dont le prix est surévalué ou sous-évalué, du moins selon les estimations ou les prévisions propres à chaque investisseur. Par conséquent, les investisseurs seront enclins à acheter les titres qu'ils croient sous-évalués, ce qui aura tendance à pousser les prix vers le haut, c'est-à-dire vers l'équilibre. À l'inverse, les investisseurs vont vendre les titres qu'ils considèrent comme étant surévalués. Il en résultera une baisse du prix de ces titres. Dans la figure 7.5, on peut constater que le prix actuel du titre Z correspond au **prix d'équilibre**. En effet, le prix du titre Z n'est ni surévalué ni sous-évalué, puisque son rendement espéré ou requis selon le MEDAF se situe sur la droite d'équilibre des titres.

FIGURE 7.5 L'évaluation des titres



Par contre, les rendements estimés des titres X et Y diffèrent de ceux espérés ou requis selon le MEDAF. On dira que le titre X est sous-évalué, puisque son rendement prévu est supérieur à celui requis selon le MEDAF. Le raisonnement d'équilibre du MEDAF fait en sorte que, reconnaissant cette sous-évaluation, les investisseurs vont accroître leur demande pour le titre X, poussant ainsi son prix à la hausse et son rendement vers le bas, jusqu'au point d'équilibre, pour les nouveaux acheteurs.

À l'inverse, le titre Y est surévalué dans la mesure où son **rendement estimé** est inférieur au rendement requis. Les investisseurs vont donc délaisser ce titre, entraînant, par la même occasion, une baisse de son prix et, par conséquent, une hausse de son rendement prévu vers le point d'équilibre.

L'exemple 7.10 permet d'approfondir notre compréhension de l'utilisation possible du MEDAF par les investisseurs.

EXEMPLE 7.10

Le tableau ci-après résume les informations sur les titres A, B et C. Le tableau comprend également les prévisions de prix à l'horizon de une année d'un analyste considéré comme étant le plus réputé à la Bourse de Toronto. Par ailleurs, on estime que le rendement espéré du marché [$E(R_M)$] sera de 10 % alors que le titre sans risque (R_F) offre un rendement de 4 %.

EXEMPLE 7.10 (*suite*)

Titre	Prix actuel (P_0)	Prix estimé ou prévu (P_1)	Bêta (β)
A	20 $	23 $	2,5
B	10 $	10,84 $	0,75
C	45 $	54 $	1,5

a) Calculez le rendement requis selon le MEDAF pour chacun de ces titres.

b) Considérant le rendement requis selon le MEDAF et les prévisions de l'analyste, quel devrait être le prix d'équilibre pour chacun de ces titres ?

c) Calculez le rendement de chacun de ces titres selon les prévisions de l'analyste.

d) Supposons que les prévisions de l'analyste sont justes, pour chacun de ces titres, indiquez s'il est surévalué, sous-évalué ou correctement évalué.

e) Que conseilleriez-vous à un investisseur qui voudrait acheter l'un de ces titres ?

f) Tracez la droite d'équilibre des titres et montrez les titres A, B et C sur cette droite.

SOLUTION

a) On sait que $E(R_i) = R_F + \left[E(R_M) - R_F\right]\beta_i$

- $E(R_A) = R_F + \left[E(R_M) - R_F\right]\beta_A = 4\ \% + (10\ \% - 4\ \%) \times 2{,}5 = 19\ \%$
- $E(R_B) = R_F + \left[E(R_M) - R_F\right]\beta_B = 4\ \% + (10\ \% - 4\ \%) \times 0{,}75 = 8{,}5\ \%$
- $E(R_C) = R_F + \left[E(R_M) - R_F\right]\beta_C = 4\ \% + (10\ \% - 4\ \%) \times 1{,}5 = 13\ \%$

b) $P_0^e = \dfrac{P_1 + D_1}{1 + E(R_i)}$ ou encore $P_t^e = \dfrac{P_{t+1} + D_{t+1}}{1 + E(R_i)}$

où

P_1 = Prix au temps 1 ;
P_0^e = Prix d'équilibre au temps 0 ;
P_{t+1} = Prix au temps $t + 1$;
P_t^e = Prix d'équilibre au temps t ;
$E(R_i)$ = Rendement espéré obtenu avec le MEDAF.

- $P_{0,A}^e = \dfrac{P_{1,A}}{1 + E(R_A)} = \dfrac{23}{1{,}19} = 19{,}33\ \$$
- $P_{0,B}^e = \dfrac{P_{1,B}}{1 + E(R_B)} = \dfrac{10{,}84}{1{,}085} = 9{,}99\ \$$
- $P_{0,C}^e = \dfrac{P_{1,C}}{1 + E(R_C)} = \dfrac{54}{1{,}13} = 47{,}79\ \$$

c) $R_{e,1} = \dfrac{P_1 - P_0 + D_1}{P_0}$

SOLUTION (*suite*)

où

$R_{e,1}$ = Rendement futur estimé (au temps 1) selon les prévisions ;
P_1 = Prix estimé au temps 1 ;
P_0 = Prix actuel au temps 0 ;
D_1 = Dividende au temps 1.

Dans ce cas, nous n'avons aucune information sur les dividendes. On suppose donc qu'ils sont nuls.

$$R_{e,1,A} = \frac{P_1 - P_0 + D_1}{P_0} = \frac{23-20}{20} = 15\ \%$$

$$R_{e,1,B} = \frac{P_1 - P_0 + D_1}{P_0} = \frac{10{,}84-10}{10} = 8{,}40\ \%$$

$$R_{e,1,C} = \frac{P_1 - P_0 + D_1}{P_0} = \frac{54-45}{45} = 20{,}00\ \%$$

d) Le tableau ci-dessous récapitule les informations.

Titre	Prix actuel (P_0)	Rendement estimé	$E(R)$ selon le MEDAF	Prix d'équilibre ($P_{0,e}$)	Différence de prix ou de rendement		Évaluation
Col. 1	Col. 2	Col. 3	Col. 4	Col. 5	Prix Col. 5 – Col. 2	Rendement Col. 3 – Col. 4	
A	20 $	15 %	19 %	19,33 $	–0,67 $	–4 %	Surévalué
B	10 $	8,4 %	8,5 %	9,99 $	–0,01 $	–0,10 %	Correctement évalué
C	45 $	20 %	13 %	47,79 $	2,79 $	7 %	Sous-évalué

- On peut conclure que le titre A est surévalué, puisque son rendement estimé par l'analyste (15 %) est inférieur au rendement requis selon le MEDAF (19 %), eu égard à son risque systématique (bêta). De ce fait, le prix d'équilibre (19,33 $) est inférieur au prix actuel.

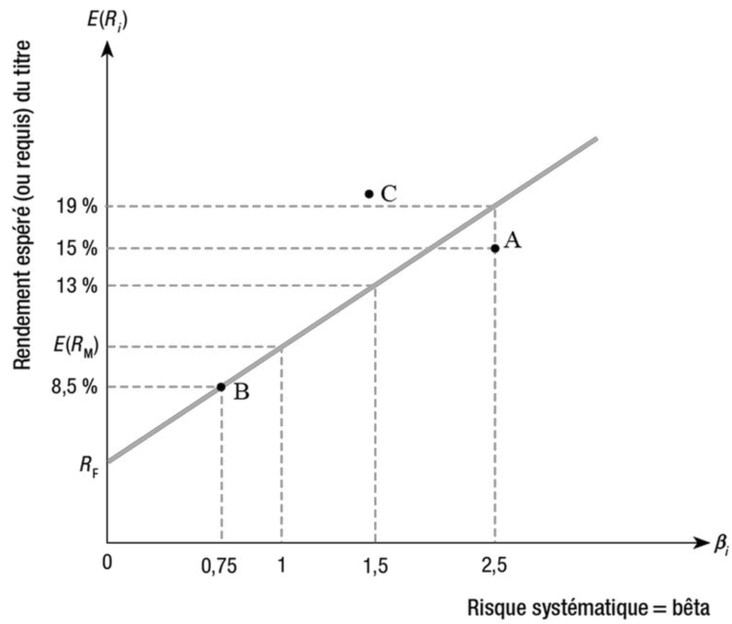
  Suivant le raisonnement d'équilibre du MEDAF, les investisseurs auront tendance à vendre le titre A, ce qui va pousser son prix actuel à la baisse et accroître son rendement vers le point d'équilibre.
- Le titre B semble correctement évalué, puisque la différence entre le rendement estimé et le rendement requis (±0,10 %), soit une différence de prix de 0,01 $, semble négligeable.
- Le titre C est sous-évalué. Son rendement estimé par l'analyste (20 %) est de loin supérieur au rendement requis selon le MEDAF (13 %), eu égard à son risque systématique (bêta). De ce fait, le prix d'équilibre (47,79 $) est largement supérieur au prix actuel (45 $).

  Suivant le raisonnement d'équilibre du MEDAF, les investisseurs auront tendance à acheter le titre C. La demande étant supérieure à l'offre, le prix actuel du titre C va augmenter. Le rendement du titre va descendre vers le point d'équilibre sur la droite d'équilibre des titres.

SOLUTION (*suite*)

e) On conseillerait à l'investisseur d'acheter le titre C, qui est sous-évalué. Ce titre offre un rendement supérieur (20 %) au rendement de 13 % qui correspond à son risque systématique. Le titre se vend 45 $ alors qu'il devrait se vendre 47,79 $. Par contre, notre investisseur devrait vendre le titre A s'il le possède déjà. Il devrait être indifférent en ce qui concerne le titre B.

f) Graphiquement, les titres A, B et C sont illustrés comme suit sur la droite d'équilibre des titres :



L'exemple 7.10 montre que certains titres peuvent être sous-évalués ou surévalués sur le marché. Le raisonnement du MEDAF fait en sorte que les investisseurs vont vouloir profiter des titres sous-évalués et vendre les titres surévalués de sorte qu'à l'équilibre, tous les titres vont se situer sur la droite d'équilibre des titres. On constate aussi que les investisseurs auront besoin d'un autre modèle ou d'une autre source de prévisions afin d'utiliser le MEDAF. Dans l'exemple 7.10, il s'agissait des prévisions de l'analyste. Le rendement requis selon le MEDAF devient donc un rendement de référence avec lequel on peut comparer le rendement prévu obtenu d'une autre façon. Par exemple, dans le cadre d'un projet d'investissement, du point de vue des actionnaires, les gestionnaires devraient adopter les projets dont le rendement est supérieur au rendement requis que nous donne le MEDAF.

QUESTION ÉCLAIR 7.7

Comment peut-on utiliser la droite d'équilibre des titres pour déterminer les titres sous-évalués ou surévalués ?

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté l'un des modèles fondateurs de la théorie moderne du portefeuille, à savoir le modèle d'évaluation des actifs financiers (MEDAF). L'intuition principale à la base du MEDAF est que les investisseurs sont risquophobes et qu'ils vont demander une prime avant de prendre tout risque additionnel. Pour un risque donné, ils vont choisir le portefeuille offrant le rendement le plus élevé et, pour un rendement donné, ils vont choisir le portefeuille le moins risqué.

Le risque total d'un titre peut être mesuré par l'écart type de ses rendements. Il s'agit d'une bonne mesure de risque dans le cas d'un titre pris isolément ou détenu dans un portefeuille non diversifié. En effet, le risque total comporte deux composantes : 1) le risque systématique, ou risque de marché, qui est non diversifiable ; et 2) le risque spécifique, ou risque diversifiable. Or, puisque la diversification permet d'éliminer le risque spécifique, le risque systématique est donc le seul risque pertinent qui sera rémunéré sur les marchés financiers.

Le MEDAF stipule ainsi que le rendement espéré d'un titre i [$E(R_i)$] est égal au taux sans risque (R_F), plus une prime de risque de marché [$E(R_M) - R_F$] multipliée par son risque systématique, le bêta (β_i), qui mesure la sensibilité des rendements du titre par rapport au rendement du marché dans son ensemble.

La formulation algébrique du MEDAF, telle que présentée dans l'équation 7.9 (*voir p. 266*), est la suivante : $E(R_i) = R_F + [E(R_M) - R_F]\beta_i$. De façon générale, ce modèle est utilisé en pratique pour déterminer les titres qui sont surévalués ou sous-évalués. Dans un tel cas, le rendement espéré fourni par le MEDAF sert de rendement de référence avec lequel il faut comparer les prévisions obtenues à partir d'une autre méthode. Si le rendement prévu est supérieur au rendement espéré, on considère que le titre est sous-évalué ; on préconisera donc son achat. Dans le cas contraire, la recommandation serait de ne pas acheter le titre ou de le vendre si on le possède. Bien entendu, on se trouve dans une situation de neutralité si le rendement prévu est égal au rendement requis (obtenu avec le MEDAF).

POINTS SAILLANTS

- La frontière efficiente représente l'ensemble des portefeuilles ayant le plus haut rendement pour chaque niveau de risque donné ou le risque minimum pour chaque niveau de rendement.
- Sur le plan conceptuel, le taux sans risque, ou rendement sur un titre sans risque, est composé du taux d'inflation prévu, plus le taux d'intérêt réel. En pratique, le taux de rendement sur les titres d'emprunt du gouvernement est utilisé comme étant le taux de rendement sans risque. Pour le court terme, on utilise le taux de rendement des bons du Trésor, alors que pour le long terme, on conseille d'utiliser le taux de rendement des obligations gouvernementales à long terme.
- La droite du marché des capitaux montre qu'il existe une relation linéaire entre le rendement et le risque. Plus spécifiquement, elle stipule que le rendement d'un portefeuille, $E(R_P)$, est égal au rendement du titre sans risque (R_F), plus une prime de risque par unité de risque, $\left[\dfrac{E(R_M) - R_F}{\sigma_M}\right]$, qui évolue de façon linéaire par rapport au risque du portefeuille (σ_P).
- Le portefeuille de marché procure la meilleure combinaison entre un titre sans risque et un portefeuille de titres risqués. Le portefeuille de marché est un portefeuille efficient.
- Le théorème de séparation stipule une séparation entre la décision d'investissement et la décision de financement. Tout d'abord, pour investir de façon efficiente, les investisseurs doivent choisir un portefeuille parmi l'ensemble des portefeuilles efficients, ce qui implique un investissement dans le portefeuille de marché ; c'est la décision d'investissement. Ensuite, en fonction de leur degré d'aversion au risque, ils peuvent prendre la décision de financement, c'est-à-dire de prêter ou d'emprunter pour atteindre n'importe quelle position sur la DMC ; c'est la décision de financement.
- Le modèle d'évaluation des actifs financiers (MEDAF) suggère que seul le risque systématique est pertinent pour l'évaluation des titres individuels.
- Le MEDAF stipule que le rendement espéré d'un titre i [$E(R_i)$] est égal au taux sans risque (R_F), plus une prime de risque de marché [$E(R_M) - R_F$] multipliée par son risque systématique, le bêta (β_i).
- Le bêta (β_i) mesure la sensibilité des rendements du titre par rapport au rendement du marché dans son ensemble. Le bêta du titre sans risque est égal à zéro, alors que celui du portefeuille de marché est, par définition, égal à 1.
- Le MEDAF peut servir de référence pour déterminer si un titre est surévalué, sous-évalué ou correctement évalué.

LISTE DES PRINCIPALES ÉQUATIONS UTILISÉES DANS LE CHAPITRE 7

Description	Équation
7.1 Le taux de rendement nominal	$R_F = r_r + i$
7.2 Le taux de rendement réel	$r_r = R_F - i$
7.3 Le rendement espéré d'un portefeuille P	$E(R_P) = x_M \times E(R_M) + (1 - x_M) \times R_F$
7.4 La pondération d'un portefeuille P	$x_M + (1 - x_M) = 1$
7.5 L'écart type d'un portefeuille P	$\sigma_P = x_M \sigma_M$
7.6 Le rendement espéré d'un portefeuille P	$E(R_P) = R_F + x_M\left[E(R_M) - R_F\right]$
7.7 La pondération de M	$x_M = \dfrac{\sigma_P}{\sigma_M}$
7.8 La droite du marché des capitaux (DMC)	$E(R_P) = R_F + \left[E(R_M) - R_F\right]\dfrac{\sigma_P}{\sigma_M}$
7.9 Le bêta d'un titre *i*	$\beta_i = \dfrac{\rho_{i,M}\sigma_i}{\sigma_M} = \dfrac{\rho_{i,M}\sigma_i\sigma_M}{\sigma_M^2} = \dfrac{\mathrm{cov}(R_i, R_M)}{\sigma_M^2}$
7.10 La droite d'équilibre des titres (DET)	$E(R_i) = R_F + \left[E(R_M) - R_F\right]\beta_i$
7.11 Le bêta d'un portefeuille P	$\beta_P = \sum_{i=1}^{n} x_i \beta_i$

L'essentiel pour réussir son cours de gestion financière

PROBLÈMES DE RÉVISION ET SOLUTIONS

Problème de révision 7.1

Akim, un investisseur moyennement risquophobe, vous demande de lui proposer un portefeuille limitant son risque à un écart type (σ_p) de 10 %. Il vous demande ce que vous pouvez lui suggérer comme pourcentage d'investissement dans le titre sans risque et dans le portefeuille de titres risqués pour atteindre son objectif. Les données du marché sont les suivantes : $R_F = 3{,}5$ % ; $E(R_M) = 12$ % ; $\sigma_M = 20$ %.

SOLUTION

L'objectif de risque (écart type) ciblé pour le portefeuille est de 10 %. La question est donc de savoir quelle proportion Akim devra investir dans le titre sans risque dont le risque est de

zéro (écart type $\sigma_{R_F} = 0$) et dans le portefeuille de marché qui a un risque de 20 % (écart type $\sigma_M = 20$ %). L'écart type du titre sans risque étant de zéro, on peut donc écrire que l'écart type de ce portefeuille (*voir l'équation 7.5, p. 252*) est :

$$\sigma_P = x_M \sigma_M$$

Par conséquent :

$x_M = \dfrac{\sigma_P}{\sigma_M} = \dfrac{0{,}10}{0{,}20} = 50\ \%$ dans le portefeuille de titres risqués, et donc :

$1 - x_M = 1 - 0{,}50 = 50\ \%$ dans le titre sans risque.

Problème de révision 7.2

Vous disposez des renseignements suivants sur le marché des actions canadiennes :

Titre	Rendement prévu [$E(R)$]	Bêta (β)
Portefeuille de marché	15 %	
Taux sans risque	6 %	
Projet Krool	9 %	0,5
Projet SG	25 %	1,5

Vous disposez de suffisamment de fonds et avez la possibilité d'investir dans l'un ou l'autre des deux projets, dans les deux, ou encore dans les marchés financiers.

a) Vaut-il la peine d'investir dans le projet Krool ?

b) Vaut-il la peine d'investir dans le projet SG ?

SOLUTION

a) Rendement espéré d'un portefeuille ayant un bêta de 0,5 :

$$E(R_P) = R_F + \left[E(R_M) - R_F\right]\beta_P = 6\ \% + \left[\left(15\ \% - 6\ \%\right) \times 0{,}5\right] = 10{,}5\ \%$$

On rejetterait le projet Krool, car il offre seulement un rendement de 9 % pour un bêta (risque) de 0,5. À ce niveau de risque, il sera préférable d'investir dans les marchés financiers pour un rendement espéré de 10,50 %.

b) Rendement espéré d'un portefeuille ayant un bêta de 1,5 :

$$E(R_P) = R_F + \left[E(R_M) - R_F\right]\beta_P = 6\ \% + \left[\left(15\ \% - 6\ \%\right) \times 1{,}5\right] = 19{,}50\ \%$$

On accepterait d'investir dans le projet SG. Il nous offre un rendement de 25 %, alors qu'avec l'équivalent de risque sur les marchés financiers, on ne s'attendrait qu'à un rendement de 19,5 %.

QUESTIONS

Vérifiez vos réponses.

Q7.1 Dans le cadre du modèle d'évaluation des actifs financiers, supposons que l'écart type des rendements des titres A et B est exactement le même. Cela implique-t-il que ces deux titres auront exactement le même rendement espéré ? Expliquez comment il se pourrait qu'avec un écart type moindre, le rendement espéré de la société C soit supérieur à celui des sociétés A et B.

Q7.2 Les titres X et Y ont tous les deux un bêta de 1,25 et un rendement espéré de 10 %. Par contre, l'écart type du titre X est de 8 %, tandis que celui du titre Y est de 5 %. Lequel de ces deux titres conseilleriez-vous à votre client s'il possède déjà un portefeuille bien diversifié ?

Justifiez votre réponse. Votre réponse serait-elle différente si l'acquisition de l'un ou l'autre de ces titres constituait le seul actif dans le portefeuille de votre client ?

Q7.3 Comment la possibilité de prêt et d'emprunt au taux sans risque change-t-elle la frontière efficiente telle que définie par Markowitz ?

Q7.4 Décrivez le théorème de séparation. Expliquez également quelles en sont les implications pour les investisseurs.

Q7.5 Qu'est-ce que le portefeuille de marché ?

Q7.6 Quelle est la différence entre la droite du marché des capitaux (DMC) et la droite d'équilibre des titres (DET) ?

Q7.7 Comment peut-on utiliser la droite d'équilibre des titres pour déterminer les titres surévalués, sous-évalués ou correctement évalués ?

Q7.8 Qu'est-ce que le bêta d'un titre ?

Q7.9 Quelle est la différence entre le risque systématique et le risque spécifique d'un titre ?

EXERCICES

Consultez les solutions détaillées.

E7.1 Compte tenu des informations ci-dessous et sachant que l'écart type du portefeuille de marché est de 10 %, calculez le bêta et le rendement espéré d'un portefeuille constitué de 20 % du titre A, 20 % du titre B et 60 % du titre C.

Titre ou portefeuille	Rendement espéré [$E(R)$]	Pourcentage investi	Covariance avec le portefeuille de marché
A		20 %	0,8 %
B		20 %	1,2 %
C		60 %	1,9 %
Portefeuille de marché	12 %		
Titre sans risque	3 %		

E7.2 Le coefficient bêta (β) du titre A est de 0,8 et celui du titre B est de 1,4. Quel est le bêta d'un portefeuille composé en parts égales des titres A et B ?

E7.3 L'action de la société MTN inc. a un bêta de 1 et un risque spécifique très élevé. Indiquez, parmi les quatre choix de réponse suivants, la bonne réponse.

Si le rendement espéré du marché est de 20 %, le coût des capitaux propres selon le MEDAF de la société MTN sera :

a) de 10 % si le taux sans risque est de 10 %

b) de 20 %

c) supérieur à 20 % en raison du risque spécifique très élevé

d) indéterminé, à moins de connaître aussi le taux d'intérêt

E7.4 Un placement sans risque (R_F) rapporte actuellement 2 %, alors que le rendement espéré du portefeuille de marché (R_M) est de 12 %. Que conseilleriez-vous à votre amie Magalie si elle désire placer son argent de façon à espérer obtenir un rendement de 6 % ? Vous devrez lui suggérer la façon dont elle doit répartir ses investissements dans son portefeuille.

E7.5 Selon le MEDAF, quel rendement doit-on exiger sur les actions ordinaires de la société AGO inc., qui a un bêta de 2, sachant que le taux sans risque est de 4 % et que le rendement du portefeuille de marché est de 12 % ?

E7.6 Le bêta de l'entreprise Cocorico inc. est de 1,5. Le taux de rendement des bons du Trésor est de 2,5 %. Les analystes estiment que le rendement espéré de l'indice S&P/TSX 60 (rendement du portefeuille de marché = R_M) devrait être de 12 %. Selon le MEDAF, quel est le rendement espéré des actions de Cocorico ?

E7.7 Le bêta des actions de l'entreprise Sucral inc. est de 1,25. Sachant que le taux de rendement sur les bons du Trésor est actuellement de 5 % et que le rendement espéré du marché est de 12 %, on vous demande de calculer :

a) la prime de risque de marché ;

b) le rendement espéré sur les actions de Sucral.

PROBLÈMES

Consultez les solutions détaillées.

P7.1 Considérons les données suivantes sur différents portefeuilles.

Portefeuille	Rendement [$E(R)$]	Risque (σ)
A	4 %	0
B	8 %	0,04
C	14 %	0,06
D	14 %	0,08
E	15 %	0,12
F	18 %	0,12
G	17 %	0,15

a) Lequel de ces portefeuilles constituerait le titre sans risque ? Quels sont son rendement et son écart type ?

b) Lequel ou lesquels de ces portefeuilles ne feraient pas partie de la frontière efficiente de portefeuilles risqués ?

c) Lequel de ces portefeuilles serait considéré comme le portefeuille de marché ? Quels sont son rendement et son écart type ?

d) Que conseilleriez-vous à un investisseur qui voudrait obtenir un rendement de 18 % ? Pour un conseil avisé, il faudrait lui spécifier les investissements qu'il doit faire.

e) Que conseilleriez-vous à un investisseur qui voudrait construire un portefeuille ayant un écart type des rendements de 12 % ? Pour un conseil avisé, il faudrait lui spécifier les investissements qu'il doit faire.

P7.2 Vous êtes le courtier le plus talentueux de la région de Québec. En général, vos clients n'ont jamais regretté de suivre vos conseils en se constituant un portefeuille de un ou de plusieurs titres, ou encore composé uniquement du titre sans risque et du portefeuille de marché. De ce fait, et compte tenu des conditions économiques, vous avez fourni à vos clients les prévisions suivantes pour l'an prochain :

Taux de rendement du portefeuille de marché :	10 %
Taux de rendement des bons du Trésor (taux sans risque) :	4 %
Bêta du titre SPVO inc. :	1,4
Rendement espéré du titre SPVO :	14,5 %

a) En se basant sur vos prévisions, votre meilleur client, qui dispose déjà de 5 000 000 $, a emprunté un montant additionnel de 3 000 000 $ au taux sans risque afin d'investir une somme totale de 8 000 000 $ dans le portefeuille de marché. Il vous demande de déterminer :
   i) le taux de rendement espéré de son portefeuille ;
   ii) le coefficient bêta de son portefeuille.

b) En vous basant sur le MEDAF, que conseilleriez-vous à votre client s'il vise un rendement espéré de 14,5 % sur ses investissements ? Quel serait le bêta de son portefeuille s'il suit vos conseils ?

P7.3 Le tableau ci-dessous résume les informations sur les titres X, Y et Z. Le tableau comprend également les prévisions de prix à l'horizon de une année d'un analyste considéré comme étant le plus réputé à la Bourse de Toronto. Par ailleurs, on estime que le rendement espéré du marché [$E(R_M)$] sera de 10 %, alors que le titre sans risque (R_F) offre un rendement de 4 %. L'écart type des rendements du portefeuille de marché (σ_M) est de 8 %.

Titre	Prix actuel (P_0)	Prix estimé ou prévu (P_1)	Dividende prévu (D_1)	Écart type	Coefficient de corrélation
X	17 $	18 $	0 $	6 %	0,75
Y	9,78 $	10,50 $	0 $	5 %	0,90
Z	50 $	58 $	2 $	12 %	0,80

a) Calculez le rendement requis selon le MEDAF pour chacun de ces titres.

b) Considérant le rendement requis selon le MEDAF et les prévisions de l'analyste, quel devrait être le prix actuel d'équilibre pour chacun de ces titres ?

c) Calculez le rendement de chacun de ces titres selon les prévisions de l'analyste.

d) Supposons que les prévisions de l'analyste sont justes, pour chacun de ces titres, indiquez, à l'aide d'un tableau récapitulatif, s'il est surévalué, sous-évalué ou correctement évalué.

e) Que conseilleriez-vous à un investisseur qui voudrait acheter l'un de ces titres ?

P7.4 Vous disposez des renseignements suivants sur le marché des actions canadiennes :

Titre	Rendement espéré [$E(R)$]	Bêta (β)
Portefeuille de marché	10 %	
Portefeuille sans risque	4 %	

a) Quel est le bêta du portefeuille de marché ?

b) Quel est le bêta du portefeuille sans risque ?

c) Julian dispose au total d'un montant de 50 000 $. Il a investi 40 000 $ dans le titre sans risque et le reste dans le portefeuille de marché. Déterminez le rendement espéré (R_p) et le bêta (β_p) du portefeuille de Julian.

d) Julian trouve que le rendement actuel espéré (ou attendu) de son portefeuille est trop faible et il serait prêt à prendre un peu plus de risques pour espérer obtenir un rendement plus élevé. Que lui conseilleriez-vous s'il vise 8 % comme rendement et quel serait le bêta de son nouveau portefeuille ?

P7.5 Considérons les renseignements suivants sur le marché des actions canadiennes :

Titre	Rendement espéré [$E(R)$]	Bêta (β)
Portefeuille de marché	12 %	
Titre sans risque	5 %	

a) Marie-Ève dispose au total d'un montant de 1 000 000 $: 75 % de ce montant est investi dans le portefeuille de marché et le reste, dans le titre sans risque. Déterminez le rendement espéré [$E(R_P)$] et le bêta (β_P) du portefeuille de Marie-Ève.

b) Que conseilleriez-vous à Marie-Ève si elle désire avoir un portefeuille ayant un bêta de 0,8 ?

P7.6 On vous donne les informations suivantes concernant deux titres, X et Y :

Titre	Corrélation avec le portefeuille de marché (M)	Écart type
X	0,4	0,75
Y	0,8	0,45

On vous donne également les informations suivantes concernant le portefeuille de marché (M) et les bons du Trésor (F) :

$E(r_M) = 0{,}16$; $r_F = 0{,}08$ (rendement des bons du Trésor) ; $\sigma_M^2 = 0{,}16$

a) Calculez le bêta du titre X.

b) Calculez le bêta du titre Y.

c) Calculez le bêta d'un portefeuille composé de 40 % de X, de 50 % de Y et de 10 % des bons du Trésor.

d) Calculez les taux de rendement anticipés pour le titre X.

e) Calculez les taux de rendement anticipés pour le titre Y.

f) Calculez les taux de rendement anticipés d'un portefeuille composé de 40 % de X, de 50 % de Y et de 10 % des bons du Trésor.

g) Si le rendement espéré sur le marché du titre X est de 0,15, indiquez si ce titre est surévalué, sous-évalué ou correctement évalué par le marché. Justifiez votre réponse.

h) Si le rendement espéré sur le marché du titre Y est de 0,12, indiquez si ce titre est surévalué, sous-évalué ou correctement évalué par le marché. Justifiez votre réponse.

PROBLÈMES PRÉPARATOIRES AUX EXAMENS

Consultez la démarche et vérifiez vos réponses.

7.1 Vous disposez des renseignements suivants sur le marché des actions canadiennes :

Titre	Rendement espéré [$E(R)$]	Bêta (β)
Portefeuille de marché	12 %	
Taux sans risque	5 %	
XYZ	15 %	1,8
ABC	17 %	2

a) Tom est un investisseur très actif. Il dispose de 20 000 $. Il emprunte un montant additionnel de 10 000 $ à un taux de 5 % et investit le tout (30 000 $) dans le portefeuille de marché. Déterminez le rendement espéré [$E(R_P)$] et le bêta (β_P) du portefeuille de Tom.

b) Que conseilleriez-vous à Tom s'il change d'idée et préfère un portefeuille avec un rendement espéré de 15 % ? Quel serait le bêta de ce portefeuille ?

c) Tom trouve que le portefeuille que vous lui conseillez n'est pas assez dynamique et ne correspond pas à son tempérament de fonceur. Il sait aussi qu'il existe sur le marché le titre ABC lui permettant d'espérer un rendement plus élevé. Il vous demande conseil, mais, cette fois, en ciblant directement le risque. Il veut un portefeuille avec un bêta égal à 2. Que lui conseilleriez-vous ?

PROBLÈMES PRÉPARATOIRES AUX EXAMENS (*suite*)

7.2 Une analyste financière a effectué les prévisions suivantes pour l'an prochain :

Taux de rendement espéré du portefeuille de marché :	14 %
Taux de rendement des bons du Trésor :	8 %
Écart type du taux de rendement du marché :	8 %
Prix de l'action de la société BBB plus dans un an :	70 $
Coefficient de corrélation entre les rendements de la société BBB plus et du marché :	0,70
Écart type du taux de rendement de la société BBB plus :	10 %

a) Quelle est l'équation de la droite du marché des capitaux ?

b) Quel est le coefficient bêta de la société BBB plus ?

c) Quel est le taux de rendement requis sur l'action de la société BBB plus ?

d) L'action ordinaire de la société BBB plus se négocie actuellement à 62,50 $. Est-elle surévaluée ou sous-évaluée ?

e) Vous empruntez 3 000 $ au taux sûr (des bons du Trésor, 8 %) afin d'investir un montant total de 8 000 $ dans le portefeuille de marché ($E(R_M)$ = 14 %). Déterminez :

i) le taux de rendement espéré de votre portefeuille ;

ii) le coefficient bêta de votre portefeuille ;

iii) l'écart type du taux de rendement de votre portefeuille.

7.3 On vous donne les renseignements suivants concernant le bêta des titres X, Y et Z.

Bêta de X = 0,8 ; bêta de Y = 1,2 ; bêta de Z = ?

Par ailleurs, vous estimez que le rendement espéré du marché pour la prochaine année sera de 12 % et vous savez que les bons du Trésor offrent actuellement un rendement de 5 %. De plus, vous avez calculé $E(R_Z)$ = 14 %. À partir de ces informations :

a) Déterminez le bêta du titre Z (prenez deux chiffres après la virgule).

b) Formez un portefeuille avec les titres X et Y de sorte que le coefficient bêta de ce portefeuille soit égal au bêta du titre Z. Expliquez comment vous allez procéder pour construire ce portefeuille.

CHAPITRE 8

L'analyse financière avec les ratios

Plan du chapitre

L'essentiel pour réussir son cours de gestion financière

Problèmes de révision et solutions
Questions
Exercices
Problèmes
Problèmes préparatoires aux examens

Consultez le solutionnaire en ligne.

La lecture de ce chapitre vous permettra de maîtriser les notions financières suivantes :

Introduction

L'**information financière** est importante pour la planification de l'exploitation de l'entreprise ainsi que pour l'établissement des objectifs à court et à long termes. En effet, pour que les orientations stratégiques soient développées, l'équipe de direction doit s'appuyer sur une panoplie d'indicateurs représentant tous les aspects de l'activité de l'entreprise. Ces indicateurs sont des ratios financiers qui se basent sur les écritures comptables des opérations financières courantes, mais aussi sur des opérations dont la retombée est à plus long terme, à l'instar des investissements dans les équipements. L'analyse de ces indicateurs permet d'établir un état des lieux de la situation financière actuelle de l'entreprise, d'examiner leur évolution dans le temps (analyse longitudinale) et de les comparer à une référence ou à une norme, le plus souvent à la moyenne sectorielle (analyse transversale).

Par exemple, si une entreprise est dotée d'un ratio de rotation des stocks de 3, nous ne pouvons pas savoir si cela constitue une information positive ou négative, ni si ce ratio doit augmenter ou baisser dans l'avenir. Les interprétations et les décisions qui devront être prises à la lumière de ce chiffre sont tributaires de l'analyse de la tendance de ce ratio, et donc de sa variation temporelle depuis un certain nombre d'années. À l'issue de cette analyse, l'équipe de direction décidera si un virage doit être entrepris afin de régler une situation problématique, ou, en contexte de concurrence accrue, s'il y a une stabilité qui commande un changement afin d'éviter le risque de perte de parts de marché, ou encore s'il y a une tendance positive qui ne dicte pas de changements majeurs. Ces décisions dépendront aussi du **benchmark** choisi, c'est-à-dire de la référence ou de la norme. Si l'entreprise obtient des résultats médiocres par rapport à la moyenne sectorielle, il faudra que l'équipe de direction effectue les changements stratégiques nécessaires pour s'aligner avec la norme, sinon pour la surpasser. L'information financière est aussi incontournable lorsqu'il faut communiquer avec les actionnaires à propos de la solidité financière de l'entreprise, de la capacité de remboursement de la dette et de la possibilité d'utiliser davantage l'effet de levier afin de bonifier la rentabilité des capitaux propres. Elle est aussi très utile pour offrir des conseils d'investissement à des actionnaires potentiels, puisque l'analyse de l'information financière permet de refléter le degré de risque du titre émis par l'entreprise en question, ainsi que le rendement espéré du titre que celui-ci pourra offrir à l'investisseur. Grâce aux ratios financiers calculés, l'analyste financier peut obtenir une photo instantanée de la qualité de gestion de l'entreprise par l'équipe de direction en place. Au fil de l'évolution temporelle de ces ratios, l'analyste financier pourra interpréter la tendance passée afin de faire des projections dans l'avenir et estimer la valeur intrinsèque de l'entreprise. Cela lui permettra de vérifier si le titre sur le marché est surévalué ou sous-évalué, c'est-à-dire s'il constitue un investissement prometteur ou non. Grâce à la comparaison avec un benchmark, l'analyste financier pourra déduire la position concurrentielle de l'entreprise et en faire un argument pour conseiller les investisseurs potentiels sur le fait que le titre en question est porté par une entreprise qui sort du lot. Ces ratios sont donc des indicateurs simples à définir, ce qui peut être très attrayant pour des investisseurs inexpérimentés et très précieux pour prendre des décisions éclairées. Leur utilisation par les analystes financiers permet d'expliquer les forces et les faiblesses d'une entreprise, de convaincre des investisseurs futurs ou de sauvegarder les investisseurs qui ont déjà misé sur le titre en question.

Afin de témoigner de l'importance de l'information financière issue des écritures comptables, nous commencerons ce chapitre avec une description des états financiers établis par les entreprises : le bilan, l'état des résultats et les états des flux de trésorerie. À partir de ces outils précieux permettant de comprendre la qualité de la gestion de l'entreprise, nous analyserons les ratios financiers les plus utilisés. En premier lieu, nous définirons les ratios de solvabilité qui représentent le niveau d'endettement ainsi que le degré de couverture des frais financiers afférents à la dette. En deuxième lieu, nous aurons en ligne de mire la liquidité des comptes de l'entreprise. Nous nous focaliserons sur le ratio de liquidité générale et sur celui de liquidité immédiate. En troisième lieu, nous nous intéresserons au cycle d'exploitation à travers les ratios de rotation des stocks et de rotation des comptes clients, et au ratio du délai de recouvrement des comptes clients. Finalement, nous nous pencherons sur la définition et l'interprétation des ratios de rentabilité, et ce, à travers cinq indicateurs : la marge bénéficiaire nette, la marge bénéficiaire brute, la rotation des actifs, le rendement des actifs et le rendement des capitaux propres. Nous réserverons un traitement spécial à ce dernier ratio, puisqu'il est utilisé comme un benchmark pour le coût des capitaux propres, tant scruté par les investisseurs. La décomposition du ratio du rendement des capitaux propres, selon la méthode DuPont, permet une interprétation plus détaillée de la stratégie de l'entreprise qui lui assure d'être compétitive et de réaliser une rentabilité enviable des fonds avancés par ses actionnaires.

8.1 La présentation des états financiers

Les **états financiers** sont une récapitulation des opérations comptables enregistrées pendant une année. Il peut s'agir d'une année calendaire (du 1er janvier au 31 décembre) ou d'un exercice financier (par exemple, du 1er mars au 30 septembre) ; cette période se nomme « exercice comptable ». Les états financiers[1], que nous présenterons ci-après, sont au nombre de trois : le bilan (*balance sheet*), l'état des résultats (*income statement*) et l'état des flux de trésorerie (*cash flow statement*).

8.1.1 Le bilan

Le **bilan** d'une entreprise est établi selon la méthode de comptabilisation en partie double : si une opération comptable est enregistrée au débit, elle est appariée avec une écriture comptable au crédit. Ce principe permet l'équilibre entre les entrées et les sorties des flux monétaires inhérents aux opérations comptables de la société.

Le bilan représente les ressources et les emplois de l'entreprise. D'un côté, les ressources sont constituées des capitaux propres et des passifs. La première source de capital, comme son nom l'indique, est propre aux participants au capital de l'entreprise : ce sont les capitaux engagés ou promis par les actionnaires ainsi que les bénéfices non répartis des exercices comptables antérieurs. La deuxième source de capitaux provient des bailleurs de fonds, pourvoyeurs de dettes à court et à long termes. De l'autre côté, les emplois constituent les actifs de l'entreprise tant à long terme (immobilisations corporelles et incorporelles) qu'à court terme (encaisse, comptes clients et stocks).

L'appariement résultant de la méthode de comptabilisation en partie double se résume comme suit :

ACTIF = PASSIF + CAPITAUX PROPRES

Le tableau 8.1 (*voir page suivante*) illustre les postes du bilan les plus usuels pour la société XYZ inc. Il est certain que les états financiers réels vont inclure plus d'éléments comptables et décrire des opérations plus spécifiques à chaque entreprise. Dans le présent chapitre, notre objectif est de comprendre comment un analyste financier manie les états financiers afin d'analyser la solidité financière et opérationnelle, ainsi que la rentabilité des capitaux engagés, plutôt que d'établir des documents comptables. Afin d'atteindre cet objectif, nous allons nous focaliser sur les éléments comptables les plus importants, qui reflètent essentiellement l'information inhérente au cycle d'exploitation, à la stratégie de financement et aux décisions d'investissement.

Comme cela est indiqué ci-après, les emplois (total de l'actif) correspondent aux ressources (total du passif et de l'avoir).

---

1. Selon les normes internationales d'information financière, ou IFRS (International Financial Reporting Standards), plus précisément la norme IAS 1 (intitulée *Présentation des états financiers*) : « L'objectif des états financiers est de fournir des informations sur la situation financière, la performance financière et les flux de trésorerie de l'entité, qui soient utiles à un large éventail d'utilisateurs pour la prise de décisions économiques. »

Un ouvrage conçu spécifiquement pour le cours de gestion financière

La première édition de *Fondements de la gestion financière* s'adresse aux étudiants inscrits au baccalauréat en administration.

Son contenu, structuré en huit chapitres, expose de manière complète et concise les concepts théoriques essentiels du domaine financier tant au niveau national qu'international : marchés boursiers, mathématiques financières, projets d'investissement, modes de financement, coût du capital, rendement des titres, évaluation des actifs financiers et analyse financière.

Une gamme complète d'activités avec solutions

- Dans le cœur du chapitre : nombreux exemples numérotés avec solutions et courtes questions de compréhension.
- En fin de chapitre : activités d'apprentissage variées et problèmes préparatoires aux examens diversifiés.
- En fin de manuel : corrigé des questions de compréhension.
- En format livre numérique : recueil de solutions.

Découvrez les ressources en ligne i+ Interactif

ÉTUDIANT	ENSEIGNANT
• Livre numérique du manuel • Recueil de solutions disponible en format livre numérique	• Figures et tableaux numérotés du manuel • Présentations PowerPoint

CHENELIÈRE ÉDUCATION

www.cheneliere.ca/fondementsfinance

ISBN 978-2-7650-5582-2

9 782765 055822